Bionische Ansätze zur Entwicklung energieeffizienter Fluidsysteme für den Wärmetransport

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

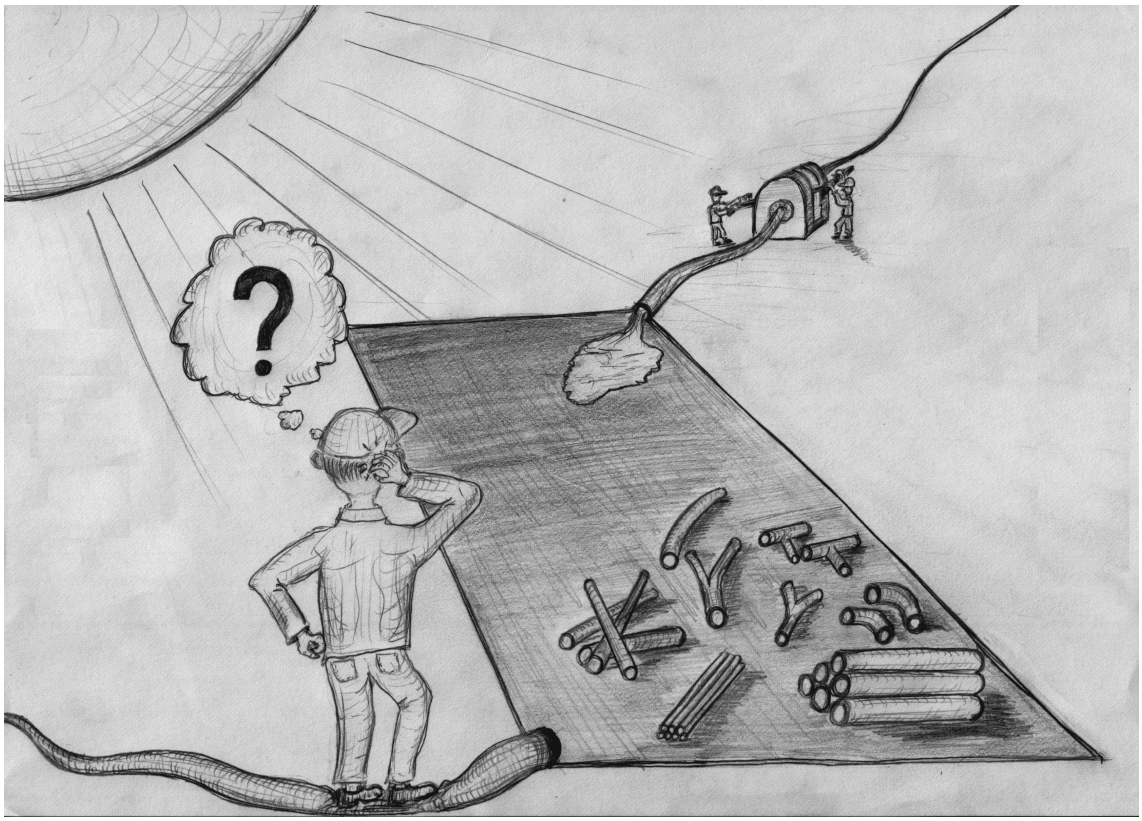
Dissertation

von

Dipl.-Ing. Michael Hermann

aus Schiltach

Tag der mündlichen Prüfung:	14.11.2005
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. Martin Gabi Fachgebiet Strömungsmaschinen Universität Karlsruhe (TH)
Korreferent:	Priv.-Doz. Dr. Volker Wittwer Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme ISE Freiburg



Das Tauschen von Wärme ist schwer -
strömt's ungleich, so wirkt's nimmermehr.
Auch führt es zu Frust,
wenn des Druckes Verlust
die Pumpe belastet zu sehr.

Kann dadurch der Wirkungsgrad steigen,
dass sich die Kanäle verzweigen?
So tut's die Natur
mit fraktaler Struktur -
ob's technisch geht, muss sich noch zeigen.

Ich versichere, die Dissertation bis auf die dort angegebenen Hilfen selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer und eigenen Veröffentlichungen unverändert oder mit Änderungen übernommen wurde.

Michael Hermann

Vorwort

Diese Arbeit entstand im Rahmen eines Promotionstipendiums der Deutschen Bundesstiftung Umwelt (DBU) am Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme (ISE) in Freiburg. Mein besonderer Dank gilt daher der DBU, namentlich Herrn Dr. Maximilian Hempel, ohne deren Förderung die hier beschriebenen bionischen Ansätze vermutlich nicht mehr als eine Idee geblieben wären. Während der drei Jahre des Stipendiums hatte ich auch die Gelegenheit, mein Wissen über Umweltthemen weit über die Grenzen meines eigenen Fachgebiets hinaus zu erweitern. Ebenso danke ich dem Fraunhofer ISE, das mir ermöglicht hat, diese Arbeit hier durchzuführen und die hervorragende Infrastruktur nutzen zu können.

Meinem Doktorvater Prof. Martin Gabi, Leiter des Fachgebiets Strömungsmaschinen an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH), danke ich für die gute Betreuung und hilfreiche Gespräche. Er gab mir sehr nützliche Hinweise für die Strukturierung meiner Arbeit. Bedanken möchte ich mich ebenfalls bei Priv.-Doz. Dr. Volker Wittwer, dem stellvertretenden Institutsleiter des Fraunhofer ISE, für die Übernahme des Korreferats. Er zeigte sich stets an meiner Arbeit interessiert und motivierte mich dadurch besonders.

Der Leiter unserer Arbeitsgruppe “Thermische Kollektoren und Anwendungen”, Matthias Rommel, war mir mit seiner langjährigen Erfahrung eine große Hilfe im Hinblick auf viele wichtige Informationen sowie die Planung und kritische Diskussion der Messungen. Ihm sei auch für die Durchsicht meiner Arbeit gedankt. Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Arbeitsgruppe danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre und ihre hilfreichen Kommentare.

Meine Kollegen Rainer Becker und Stefan Gschwander, die beide Bionik studiert haben, haben mir dieses Thema noch näher gebracht und mir viele Geheimnisse der Biologie offenbart. Arim Schäfer, Yan Schmitt, Thorsten Siems, Kurt Schüle und Christoph Thoma danke ich für die Kollektormessungen und die Auswertung der Daten, Hartmut Koschikowski für die Anfertigung des Kollektorgehäuses. Meine Bürokollegen Rainer Becker und Werner Hube haben stets für ein angenehmes Arbeitsklima gesorgt und waren immer hilfsbereit bei computertechnischen Herausforderungen. Wolfgang Graf und Markus Arntzen erwiesen sich einmal mehr als Meister

der selektiven Beschichtungen.

Besonders bedanken möchte ich mich auch bei der französischen Firma *Alcan Rollbond* (früher *Pechiney Rhenalu Chambéry*), namentlich den Herren Olivier Godin, Laurent Poizat und Philippe Hoffmann, für die Fertigung der Rollbond-Testabsorber. Ohne diese Absorber würde der Arbeit ein wesentlicher Teil fehlen.

Die Kollegen Klaus Tüber und Anders Oedegaard der Abteilung "Energietechnik" setzten erstmals *FracTherm*-Stukturen als "flow-fields" in Brennstoffzellen ein; Marco Zobel danke ich für das Fräsen der Absorbermodelle, Helge Schmidhuber für Informationen zu DXF-Dateien.

Ganz besonderer Dank gebührt dem Experten für Wärmetauscher Prof. Holger Martin, Institut für Thermische Verfahrenstechnik der Universität Karlsruhe (TH), für interessante Diskussionen, für die Möglichkeit, mein Forschungsthema einem kompetenten Publikum vorzustellen sowie für seine Begeisterung für Limericks.

Bei Prof. Klaus Affeld und Mario Scheckel vom Biofluidmechanics Lab der Charité in Berlin möchte ich mich für Informationsmaterial zu Strömungen in biologischen Systemen bedanken.

Max Mertins und Christian Zahler realisierten mit einem Wärmetauscher für eine Konzentratorsolarzelle eine weitere potenzielle Anwendung für den *FracTherm*-Algorithmus und gaben während der Arbeit gute Anregungen. Christof Wittwer, der Entwickler von *ColSim*, hat mich bei der Implementierung eines neuen Hydrauliklösers in diese Simulationsumgebung unterstützt.

Schließlich möchte ich meinen Eltern danken, die mir den Bildungsweg und die stetige Neugier erst ermöglicht haben, ohne die diese Arbeit nie entstanden wäre, und meiner Freundin Katharina, die für den harmonischen Ausgleich gesorgt hat, nachdem der Computerbildschirm ausgeschaltet war.

Freiburg, im März 2006 Michael Hermann

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Verzweigte Strukturen **5**

3 Das Programm *FracTherm* **9**

4 Erstellen der Kanalgeometrie **11**
4.1 Vernetzungsalgorithmus 11
4.2 Rechteckige Kanalquerschnitte 13
4.3 Übersicht der *FracTherm*-Parameter 15

5 Hydraulische Simulationen **17**
5.1 Exportieren des Hydraulikschemas für *ColSim* 17
5.2 Hydraulikberechnung in *ColSim* 19
5.3 Visualisierung der Volumenstromverteilung 19
5.4 Visualisierung des Druckverlaufs 20
5.5 Hydraulischer Abgleich 20

6 Thermische Simulationen **25**
6.1 Thermische Effizienz 25
6.2 Wärmeübergang und Diskretisierung 26
6.3 Kollektorwirkungsgrad 27
6.4 Visualisierung der thermischen Effizienz 29
6.5 Visualisierung der Fluidtemperaturverteilung 31

7 Experimente **37**
7.1 Fertigung von *FracTherm*-Strukturen 37
7.2 Modelle 38

7.2.1 Durchströmungsversuche mit Tinte . . . 38
7.2.2 Thermografieaufnahmen . . . 45
7.2.3 Diskussion . . . 46
7.3 Testabsorber . . . 49
7.3.1 Rollbond-Verfahren . . . 49
7.3.2 Absorberbeschichtung . . . 50
7.3.3 F'-Messungen . . . 53
7.3.4 Druckverlustmessungen . . . 55
7.3.5 Thermografieaufnahmen . . . 57
7.3.6 Diskussion . . . 59

8 CFD-Simulationen 61
8.1 Strömung in Rohrkrümmern . . . 61
8.2 Strömung in Verzweigungen . . . 61
8.3 Bestimmung der ζ-Werte von Verzweigungen . . . 62
8.4 Diskussion . . . 64

9 Vergleich zwischen *FracTherm*, CFD und Messungen 73

10 Zusammenfassung 77

11 Ausblick 81

A Vernetzungsalgorithmus 89
A.1 Pfadalgorithmus . . . 89
A.2 Glättungsalgorithmus . . . 92
A.3 Übergangsalgorithmus . . . 93
A.4 Abrunden der Verzweigungsspitzen . . . 96
A.5 Berechnung der Kanalbreite (gleichwertiger Durchmesser) . . . 99

B Hydraulikberechnung in *ColSim* 105
B.1 Hydrauliklöser . . . 105
B.1.1 Einfache Parallelschaltung mit bekanntem Gesamtvolumenstrom . . . 105
B.1.2 Einfache Parallelschaltung unter Berücksichtigung von Pumpen . . . 109
B.1.3 Mehrfache Parallelschaltung . . . 113
B.1.4 Pumpen-, Ventil- und Ergebnisdateien . . . 115

B.2 Hydraulikvisualisierung 119
B.2.1 Online-Visualisierung des Pumpenzustandes mit *PumpPlot* 119

C Wärmeübergang und Diskretisierung 125
C.1 Wärmeübergangskoeffizient 125
C.1.1 Laminare Strömung 125
C.1.2 Turbulente Strömung 127
C.2 Diskretisierungsalgorithmus 127

D *FracTherm*-Simulationen 135
D.1 Funktionsweise des Programms *FracTherm* 135
D.2 Variationsberechnungen mit *FracTherm* 138

E Druckverlust vs. Energiestrombilanz 143

F Durchströmungsversuche 147
F.1 Bildsequenzen 147
F.2 Thermografiesequenzen 150

G Anwendungen des *FracTherm*-Algorithmus 155

H Veröffentlichungen und Patentanmeldung 157

I Bezeichnungen und Indizes 159

Literaturverzeichnis 165

Abbildungsverzeichnis

1.1 In der Solartechnik üblicher Absorberstreifen 1
1.2 Vergleich unterschiedlicher Anordnungen der Strömungskanäle 2

2.1 Theoretische Fraktalstruktur 6
2.2 Fraktale Strukturen der Firma *Amalgamated Research Inc.* nach [ARi03] 7
2.3 Arterielle Werkzeugtemperierung nach [EP98] 8

4.1 Erzeugen vernetzter Hydraulikstrukturen mit *FracTherm* 11
4.2 Vergleich der Kanalbreiten bei der Berechnung über den hydraulischen bzw. den gleichwertigen Durchmesser 16

5.1 Exportieren eines Hydraulikschemas aus *FracTherm* 18
5.2 Unterschiedliche Verzweigungen einer Hydraulikstruktur 18
5.3 Visualisierung der Volumenstromverteilung in *FracTherm* 20
5.4 Visualisierung des Druckverlaufs in *FracTherm* 21
5.5 Parallele Strömungskanäle unterschiedlicher Länge 22
5.6 Vergleich der Volumenstromverteilung vor und nach hydraulischem Abgleich . . 24

6.1 Asymmetrischer Absorberstreifen (nicht mittig liegendes Rohr) 27
6.2 Wirkungsgradkennlinie eines Sonnenkollektors (qualitativ) 30
6.3 Verteilung des Kollektorwirkungsgradfaktors F' 31
6.4 Zur Berechnung der tatsächlichen Nutzwärmeleistung an einem Absorberstreifen 32
6.5 Ein- und Austrittstemperaturen an den einzelnen Absorberstreifen 33
6.6 Fluidtemperaturen an einer Kanalvereinigung 34
6.7 Verteilung der Fluidtemperatur 35

7.1 Exportieren von DXF-Dateien für computergestützte Fertigung 37
7.2 Gefrästes Absorbermodell 38

7.3 Strömungseffekte an den Verzweigungen 40
7.4 Durchströmungsversuche 41
7.5 Versuchsaufbau zur Untersuchung der Strömung an Verzweigungen 42
7.6 Durchströmung an Verzweigungen I 43
7.7 Durchströmung an Verzweigungen II 44
7.8 Thermografieaufnahmen am Absorbermodell 45
7.9 Thermografieaufnahme und Temperaturprofil im zeitlichen Verlauf 46
7.10 Sekundärströmung in gekrümmten Kanälen (DEANsches Wirbelpaar) 47
7.11 Strömungsprofile vor und nach einer Verzweigung (qualitativ) 48
7.12 Schema einer Rollbond-Produktionsanlage *(Quelle: Alcan Rollbond, Chambéry, Frankreich)* 51
7.13 Querschnitt eines Rollbond-Bauteils 52
7.14 Rollbond-Testabsorber (jeweils 590 mm x 1000 mm; noch unbeschichtet) 52
7.15 Zur Funktionsweise selektiver Absorberschichten *(Quelle: Fraunhofer ISE)* . . . 53
7.16 Beschichtete *FracTherm*-Absorber; links: Solarlack, rechts: selektive Beschichtung 54
7.17 Links: Schnitt durch den Testkollektor; Rechts: Testkollektor im Solarsimulator des Fraunhofer ISE 55
7.18 Gemessene Kollektorwirkungsgradfaktoren F' 56
7.19 Gemessene Druckverluste 57
7.20 Links: Versuchsaufbau zur Thermografie; Rechts: Testkollektor ohne Glasabdeckung 58
7.21 Thermografieaufnahmen nach Einströmen warmen Wassers (stationärer Zustand; Massenstrom: 50 $\frac{kg}{h}$) 59
7.22 Zur grafischen Ermittlung der Strömungsgeschwindigkeiten (Massenstrom: 30 $\frac{kg}{h}$) 59
7.23 Relative Strömungsgeschwindigkeit (bezogen auf Mittelwert) 60

8.1 Durchströmung eines Rohrkrümmers 66
8.2 Strömungsgeschwindigkeit an Verzweigungen und DEANsches Wirbelpaar . . . 67
8.3 Strömungsprofil nach der ersten Verzweigung 68
8.4 Stromlinien bei unterschiedlicher Gestaltung der Verzweigungsspitze 68
8.5 Verzweigungsgeometrie für CFD-Simulationen 69
8.6 Ermittelte Druckverlustbeiwerte in Abhängigkeit de Massenstromverteilung . . . 69
8.7 Geschwindigkeitsverteilung in der Kanalmitte bei unterschiedlichen Massenstromverhältnissen 71

11.1 Modulares Konzept für *FracTherm*-Solarkollektoren 85
11.2 Energieflussdiagramm zur Ermittlung einer energetischen Bewertungsgröße . . . 86
11.3 Optimierung nach der Evolutionsstrategie 87

A.1 Algorithmus zum Erzeugen der fraktalen Hydraulikstrukturen 91
A.2 Algorithmus zum Glätten des Strömungspfades 93
A.3 Algorithmus zum Erzeugen eines kontinuierlichen Übergangs bei unterschiedlichen Kanalbreiten 96
A.4 Algorithmus zum Abrunden der Verzweigungsspitzen (Parabelform) 103
A.5 Konstruktion einer Parabel bzw. eines Kreisbogens an gegebene Tangenten . . . 104

B.1 Parallelschaltung zweier Rohrleitungen 105
B.2 Verfahren zur Ermittlung der Volumenströme $\dot{V}_I$ und$\dot{V}_{II}$ 106
B.3 Mögliche Lösung im Bereich des Umschlages von laminarer zu turbulenter Strömung 109
B.4 Serienschaltung mehrerer Rohre innerhalb eines Stranges 110
B.5 Betriebspunkt als Schnittpunkt von Pumpen- und Anlagenkennlinie 111
B.6 Betriebspunkt als Nullstelle der Addition von Anlagen- und gespiegelter Pumpenkennlinie 112
B.7 Unterschiedliche Möglichkeiten der Parallelschaltung 113
B.8 Lösen des untergeordneten einfachen Verzweigungsproblems bei mehrfacher Parallelschaltung 114
B.9 Aufteilung der Volumenströme bei einer Parallelschaltung nach TICHELMANN . 116
B.10 *PumpPlot Head* (2D-Modus) 120
B.11 *PumpPlot Head* (3D-Modus) 121
B.12 *PumpPlot Power* (Kennliniendiagramm) 122
B.13 *PumpPlot Power* (Zeitdiagramm) 123

C.1 Diskretisierung der Hydraulikstruktur 128
C.2 “Wachsen” der Absorberstreifen 131
C.3 Aufeinandertreffen zweier Absorberstreifen 132
C.4 Erzeugen der Absorberstreifen in gebogenen Kanälen 132
C.5 Geometrische Verhältnisse am Absorberstreifen 133

D.1 Interaktion zwischen Programmkomponenten und Dateien in *FracTherm* 135

D.2 Interaktion zwischen Programmkomponenten und Dateien bei Variationsberechnungen mit *FracTherm* 141

E.1 Zur Energiestrombetrachtung am Rohrkrümmer 143

F.1 Bildsequenz eines Durchströmungsversuchs (Teil I) 148
F.2 Bildsequenz eines Durchströmungsversuchs (Teil II) 149
F.3 Thermografiesequenz des Aufheizvorgangs beim Absorbermodell (zeitlicher Abstand zwischen zwei Bildern: ca. 5 Sekunden) 151
F.4 Thermografiesequenz des Aufheizvorgangs beim Harfenabsorber (zeitlicher Abstand zwischen zwei Bildern: ca. 6 Sekunden) 152
F.5 Thermografiesequenz des Aufheizvorgangs beim *FracTherm*-Absorber (zeitlicher Abstand zwischen zwei Bildern: ca. 6 Sekunden) 153

G.1 *"Flow-fields"* für Brennstoffzellen 155
G.2 Kühlelement für eine Konzentratorsolarzelle 156

Tabellenverzeichnis

4.1 Im Vernetzungsalgorithmus von *FracTherm* verwendete Parameter 16

8.1 Analytische Berechnungen und CFD-Simulationsergebnisse zur Bestimmung der Druckverlustbeiwerte 70

9.1 Vergleich zwischen Druckverlustmessungen und unterschiedlichen *FracTherm*-Simulationen 75

B.1 Translations- und Rotationsfunktionen in *PumpPlot Head* (3D-Modus) 122

D.1 *FracTherm*-Programmkomponenten 138
D.2 *FracTherm*-Dateien
139
D.3 Zusätzliche *FracTherm*-Programmkomponenten für Variationsberechnungen . . . 142
D.4 Zusätzliche *FracTherm*-Dateien für Variationsberechnungen 142

Kapitel 1

Einleitung

Wärmetauscher stellen wichtige Komponenten technischer Systeme sowohl bei der Nutzung fossiler als auch erneuerbarer Energieträger dar. Dazu zählen auch Sonnenkollektoren, in denen die Solarstrahlung absorbiert und die entstehende Wärme an das Wärmeträgermedium abgegeben wird. Die Energieeffizienz eines solchen Wärmetauschers wird einerseits durch die thermische Effizienz (Übertragung auf das Fluid) als auch andererseits durch die zur Durchströmung benötigte hydraulische Leistung (primärenergetisch bewertet) bestimmt. Dabei kann die Steigerung der thermischen Effizienz – beispielsweise durch den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung [Hausner98] – auch zu einem erhöhten Bedarf an hydraulischer Leistung führen, so dass sich hieraus ein klassisches Optimierungsproblem ergibt.

Bei der Suche nach einer geeigneten Verteilung der Strömungskanäle auf eine vorgegebene Wärmeübertragungsfläche stehen zwei Forderungen im Mittelpunkt: Einerseits soll zum Erreichen einer hohen thermischen Effizienz eine **gleichmäßige Volumenstromverteilung** gewährleistet werden, andererseits ist im Hinblick auf die benötigte Pumpleistung ein möglichst **geringer Druckverlust** anzustreben.

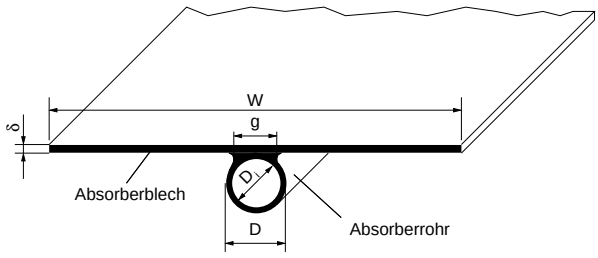
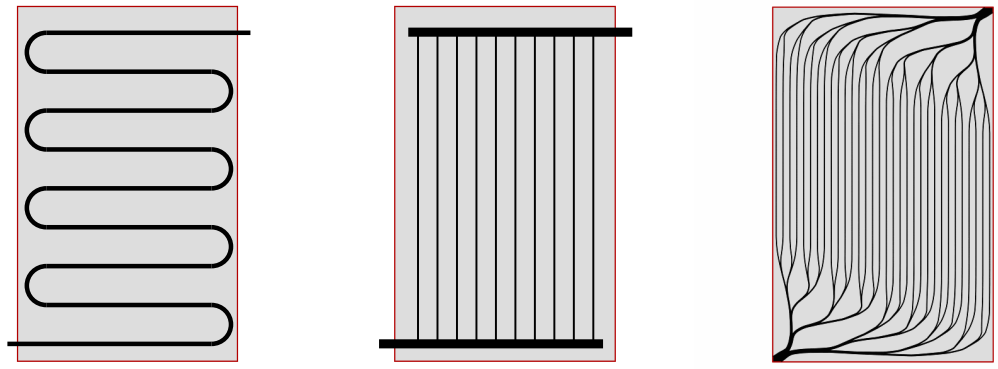


Abbildung 1.1: In der Solartechnik üblicher Absorberstreifen

In konventionellen Wärmetauschern sind die Strömungskanäle üblicherweise seriell (z. B.

Mäander- oder *Serpentinenabsorber*) oder parallel (z. B. *Harfenabsorber*) angeordnet. In Solarflachkollektoren werden dabei meist Kupferrohre an ein spektralselektiv beschichtetes Absorberblech (ebenfalls aus Kupfer oder Aluminium) gelötet, geschweißt oder geklemmt. Dabei werden entweder mehrere nebeneinander angeordnete Absorberstreifen (auch *Finnen*- oder *Fahnenabsorber*, vgl. Abbildung 1.1) oder ein einzelnes großes Blech (*Plattenabsorber*) verwendet [Marko97]. Während eine serielle Rohrführung aufgrund der Länge zu einem relativ hohen Druckverlust führt, kann bei einer Parallelanordnung eine ungleichmäßige Durchströmung auftreten [Hermann02b, Martin88]. Dieser Effekt basiert auf den Druckverlusten beim Übergang der parallelen Rohre in die Sammelkanäle bzw. umgekehrt und hängt stark von deren Durchmesserverhältnis sowie den Rohrlängen ab. [Martin88] weist ausdrücklich auf die Bedeutung der gleichmäßigen Durchströmung in Wärmeübertragern hin: "*Bei der Auslegung und Konstruktion von Apparaten sollte der Gleichmäßigkeit der Strömungsverteilung auf alle parallel liegenden Kanäle insbesondere dann höchste Aufmerksamkeit gewidmet werden, wenn hohe Wirkungsgrade angestrebt werden.*" Bei vollflächiger Durchströmung (z. B. in so genannten *Kissenabsorbern*) ist eine gleichmäßige Volumenstromverteilung, vor allem im Low-Flow-Betrieb (geringe Volumenströme), ebenfalls schwer zu realisieren. Dazu kommt eine erhöhte Wärmekapazität aufgrund des Fluidinhaltes, die sich im dynamischen Betrieb nachteilig auswirken kann (lange Aufheizzeiten).



(a) seriell

(b) parallel

(c) verzweigte Struktur (bionischer Ansatz)

Abbildung 1.2: Vergleich unterschiedlicher Anordnungen der Strömungskanäle

Die *Bionik* [Nachtigall00] versteht sich als wissenschaftliche Disziplin zwischen Biologie und Technik. Sie versucht unter anderem, Konstruktionsprinzipien in der Natur zu erkennen und

daraus technische Lösungen abzuleiten. Natürliche Konstruktionen sind über Generationen optimiert (Evolutionstheorie); dabei stellt auch die Minimierung des Energiebedarfs ein Optimierungsziel dar. Im Gegensatz zu den genannten Wärmetauscherbauarten weisen natürliche Konstruktionen – z. B. Blutbahnen oder Leitbündelstrukturen von Blättern – mehrfach verzweigte Strukturen auf, die mathematisch als *"Fraktale"* beschrieben werden können. Im Rahmen der Promotion wird versucht, solche Strukturen auf die Technik zu übertragen (bionischer Ansatz) und mit konventionellen Bauarten zu vergleichen (Abbildung 1.2). Dabei steht die Frage im Mittelpunkt, ob und – falls ja – unter welchen Bedingungen fraktale Hydraulikstrukturen den konventionellen Bauarten hinsichtlich ihrer Energieeffizienz überlegen sind. Insbesondere ist zu untersuchen, ob sich die eingangs genannten Forderungen nach einer gleichmäßigen Volumenstromverteilung bei gleichzeitig geringem Druckverlust mit fraktalen Hydraulikstrukturen realisieren lassen.

Kapitel 2

Verzweigte Strukturen

Bei einer idealisierten binären Verzweigungsstruktur, wie sie in Abbildung 2.1 skizziert ist, würde sich der Volumenstrom an jedem Knotenpunkt jeweils zur Hälfte auf den rechten und linken Ast aufteilen. Somit könnte auf diese Weise eine gleichmäßige Volumenstromverteilung erreicht werden. Charakteristisch für derartige *fraktale Geometrien* ist ihre Selbstähnlichkeit, d. h. die Vergrößerung eines Ausschnitts entspricht der Gesamtstruktur. Detaillierte Betrachtungen dieser Skalierungsfragen zeigen, dass sich Fraktale nicht mit den üblichen geometrischen Dimensionen beschreiben lassen. So kann eine stark "zerklüftete" fraktale Struktur ein Fläche quasi vollständig ausfüllen, obwohl sie eigentlich aus einer Linie besteht. Diese Struktur lässt sich demzufolge weder mit der Dimension 1 (Linie) noch 2 (Fläche) korrekt darstellen; es wird daher eine "gebrochene Dimension" (daher der Begriff *"Fraktale"*) definiert, die diesem Phänomen Rechnung trägt. So könnte in dem beschriebenen Beispiel die Linie eine fraktale Dimension von 1,2 aufweisen. Entsprechendes gilt für fraktale Flächen, die ein Volumen sehr gut ausfüllen. So lässt sich mit geeigneten Verfahren beispielsweise die fraktale Dimension des Lungengewebes zu 2,9 bestimmen [Green95].

Natürliche Fraktale unterscheiden sich von den theoretischen dadurch, dass sich die Teilstrukturen nur bei letzteren unendlich oft wiederholen (d. h. man kann sie beliebig oft vergrößern und findet immer wieder die Grundstruktur). Außerdem weisen reale Fraktalstrukturen selten solch ideale Symmetrien wie in Abbildung 2.1 auf, zumal natürliche Geometrien bei ihrer Entstehung durch diverse Randbedingungen beeinflusst werden. Benoît Mandelbrot, der den Begriff der fraktalen Geometrie geprägt hat, beschreibt in seinem gleichnamigen Werk “die fraktale Geometrie der Natur” ([Mandelbrot91]). Dabei erwähnt er auch natürliche verzweigte Strukturen wie beispielsweise den Bronchialbaum der Lunge. Wenngleich kontrovers diskutiert wird, ob die Verwendung des Begriffs “Fraktal” im Zusammenhang mit natürlichen Verzweigungsstrukturen

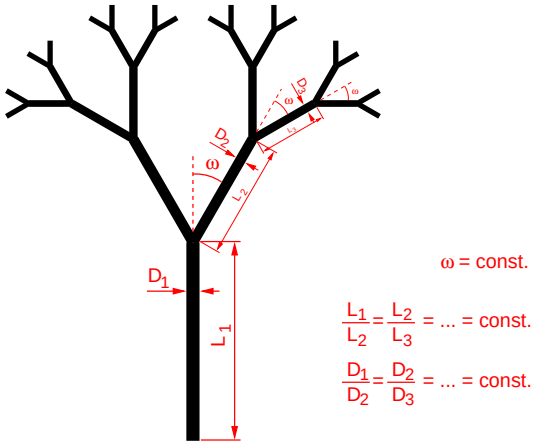


Abbildung 2.1: Theoretische Fraktalstruktur

wegen der endlichen Anzahl von Iterationsschritten und nicht strenger Selbstähnlichkeit zulässig ist (vgl. z. B. [Bejan00]), soll er in dieser Arbeit dennoch verwendet werden.

Neben dem fraktalen Ansatz sei noch auf einen weiteren Aspekt hingewiesen: Natürliche Konstruktionen vermögen zu *wachsen* und sich dabei an Randbedingungen anzupassen. Diese Randbedingungen können unterschiedlicher Art sein (Sonne, Wasser, eine Mauer, ...). So dürften natürliche Konstruktionsprinzipien oft auf sehr einfachen Algorithmen basieren, die durch *Wiederholung* und *Adaption* dennoch zu sehr komplexen und gleichzeitig angepassten Gebilden führen können. Der später in dieser Arbeit vorgestellte *FracTherm*-Algorithmus versucht ebenfalls, mit nur zwei Vorschriften eine vorgegebene Fläche mit einem fraktalen Hydraliknetzwerk zu versehen. Insofern können hier sowohl der *fraktale Ansatz* als auch die *Adaption* als natürliche Vorbilder betrachtet werden.

Im Zuge der Vorarbeiten wurden zunächst theoretische Strukturen untersucht, die sich mathematisch einfach beschreiben lassen; so sind z. B. in Abbildung 2.1 der Verzweigungswinkel sowie die Längen- und Durchmesserverhältnisse konstant. In der Literatur sind auch diverse Algorithmen zur Bildung komplexerer Geometrien zu finden, so beispielsweise die so genannten LINDENMAYER-Systeme (L-Systeme), die aus einem Axiom und einer Ersetzungsregel gebildet werden [Haftendorn97]. Jedoch zeigte sich bald, dass sich die technische Aufgabe, auf einer vorgegebene Fläche mit Fluidein- und -austritt ein verzweigtes Hydraliknetzwerk zu erzeugen, mit diesen Ansätzen nur schwer lösen lässt. Daher wurde ein eigener Algorithmus entwickelt, der ausgehend von der Definition einer Umgrenzungsfläche und der Ein- und Austrittspunkte ein verzweigtes Netzwerk generiert. Dieser Algorithmus wird in Kapitel 4.1 und ausführlich in Anhang A beschrieben.

In [Sernetz00] wird die fraktale Geometrie von Organen und deren Übertragung auf die Technik beschrieben. Bei der technischen Umsetzung ist das Hauptziel die Entwicklung von Bioreaktoren nach Vorbild natürlicher Organe und weicht daher in den wesentlichen Fragestellungen von der hier vorliegenden Arbeit ab. Jedoch zeigt der Bericht eindrucksvoll, dass fraktale Ansätze in der Technik durchaus vielversprechend sein können.

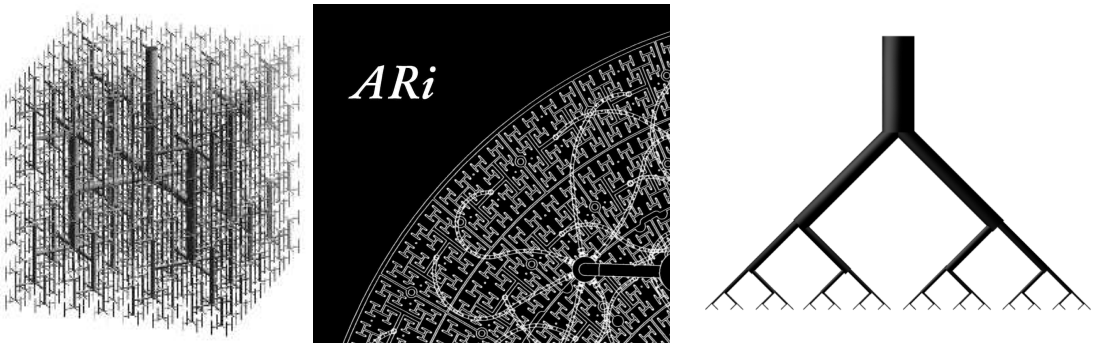
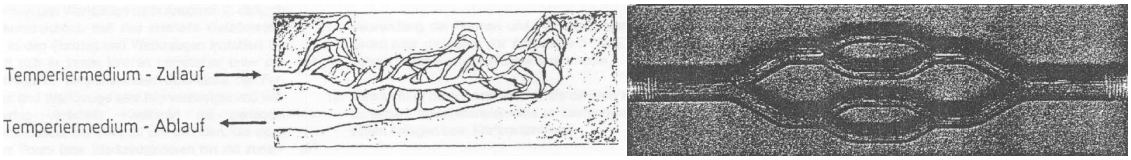


Abbildung 2.2: Fraktale Strukturen der Firma *Amalgamated Research Inc.* nach [ARi03]

Die amerikanische Firma *Amalgamated Research Inc.* ist gemäß [ARi03] Patentinhaber für so genannte *engineered fractal cascades (EFCs)*. Mit Hilfe dieser Strukturen soll chaotische turbulente Strömung durch eine geometrisch kontrollierte, fraktale Fluidverteilung ersetzt werden. Es werden diverse Anwendungen aus dem Bereich der Verfahrenstechnik genannt, beispielsweise Chromatografie und Reaktorprozesse. Die Fraktalstrukturen (vgl. Abbildung 2.2) sollen vor allem dort nützlich sein, wo die Funktion der Turbulenz – Skalierung und Verteilung – notwendig, die Beherrschung der Geometrie jedoch vorteilhaft ist. Es sollen sich je nach Anwendung auch Strukturen für extrem niedrigen Energieverbrauch (Druckverlust) erzeugen lassen. Die Beispiele in Abbildung 2.2 deuten auf theoretische, mathematisch beschriebene Fraktalstrukturen wie in Abbildung 2.1 hin und unterscheiden sich dadurch prinzipiell von jenen, die durch den *FracTherm*-Algorithmus (Anhang A) erzeugt werden.

In der Europäischen Patentanmeldung EP 0 857 554 A2 [EP98] wird ein arterielles Gefäßsystem zur Temperierung von Formen und Werkzeugen vorgeschlagen (Abbildung 2.3). Wie aus Teilabbildung (a) ersichtlich ist, orientiert sich die Erfindung an natürlichen Strukturen wie z. B. Blutbahnen. Die Vorteile derartiger Geometrien sowie Fertigungsmöglichkeiten – beispielsweise mittels Rapid-Prototyping-Verfahren – werden dargestellt, jedoch wird kein universeller Algorithmus zu deren Erzeugung genannt. Auch das Ausführungsbeispiel in Teilabbildung (b) zeigt lediglich eine relativ einfache Struktur mit wenigen Verzweigungen.



(a) Schematische Darstellung (b) Ausführungsbeispiel

Abbildung 2.3: Arterielle Werkzeugtemperierung nach [EP98]

Kapitel 3

Das Programm *FracTherm*

Um die zu untersuchenden fraktalen Hydraulikstrukturen erzeugen und hydraulische sowie thermische Simulationen durchführen zu können, wurde das Programm *FracTherm* entwickelt. Die mit Hilfe des gleichnamigen Vernetzungsalgorithmus (Anhang A) generierten Strukturen lassen sich in ein Dateiformat exportieren, das für hydraulische Berechnungen mit der Simulationsumgebung *ColSim* [Wittwer99] verwendet werden kann (Kapitel 5.1 und 5.2). Die Ergebnisse dieser Berechnungen können wiederum in *FracTherm* visualisiert (Kapitel 5.3 und 5.4) und für eine Anpassung der Kanalbreiten (hydraulischer Abgleich) verwendet werden (Kapitel 5.5). Zur Berechnung der thermischen Effizienz (Kapitel 6.1) wird die Gesamtstruktur in einzelne Absorberstreifen diskretisiert (Anhang C.2). Schließlich besteht die Möglichkeit, die erzeugten Fraktale im DXF-Format zu exportieren, womit sie für die weitere Bearbeitung mit CAD[1]- bzw. CAM[2]-Software zur Verfügung stehen (Kapitel 7.1).

In Anhang D wird die Funktionsweise des Programms *FracTherm* mit den zugehörigen Ein- und Ausgabedateien beschrieben. Außerdem wird dargestellt, wie das Programm automatisch aufgerufen werden kann, um Variationsberechnungen durchzuführen.

[1] Computer Aided Design
[2] Computer Aided Manufacturing

Kapitel 4

Erstellen der Kanalgeometrie

4.1 Vernetzungsalgorithmus

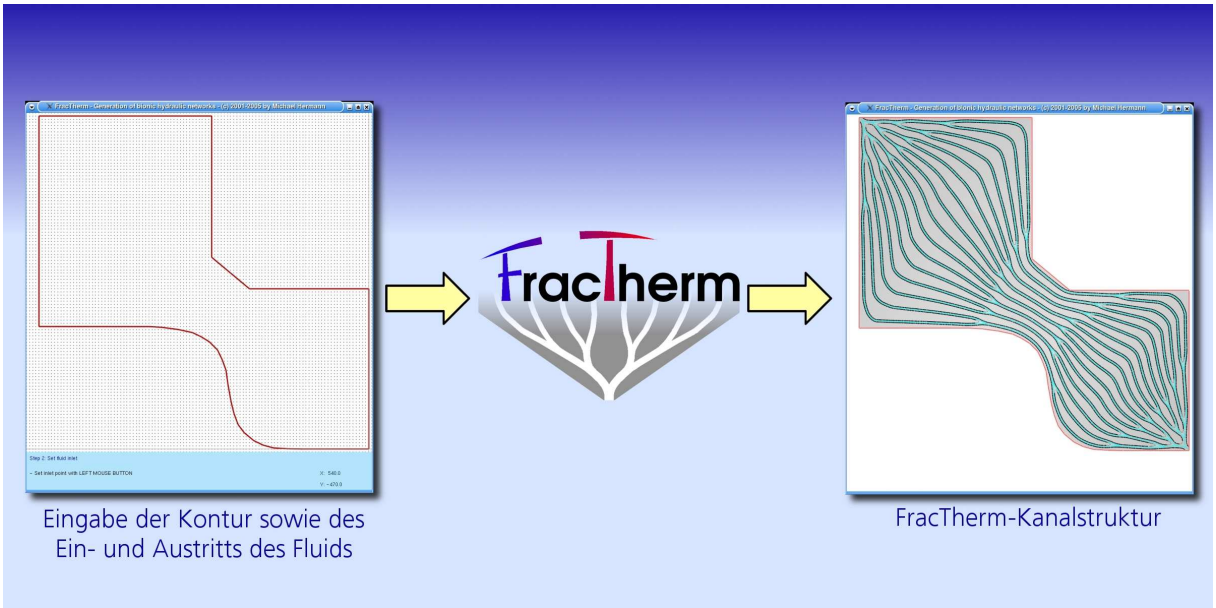


Abbildung 4.1: Erzeugen vernetzter Hydraulikstrukturen mit *FracTherm*

Der Vernetzungsalgorithmus in *FracTherm* ist in der Lage, auf einer vorgegebenen Fläche mit Fluidein- und -austritt ein fraktales Hydrauliknetzwerk zu erzeugen (Abbildung 4.1). Dabei handelt es sich zunächst um ein rein geometrisches Verfahren, das diverse Vernetzungsparameter benötigt. Erst durch Parametervariationen und Berechnung der jeweiligen Gesamteffizienz mittels eines übergeordneten Optimierungsalgorithmus (beispielsweise nach dem Prinzip der *Evo-*

lutionsstrategie [Rechenberg94]) können schließlich die optimalen Parameter gefunden werden. Im Gegensatz zu den mathematisch beschriebenen Fraktalen gemäß Abbildung 2.1 werden bei dem iterativen *FracTherm*-Algorithmus keine festen Winkel und Längenverhältnisse vorgegeben. Vielmehr basiert das Verfahren auf **zwei Vorschriften**:

1. *Der Strömungskanal soll möglichst **"in die Mitte"** der (Teil-)Fläche gelegt werden, so dass die Abstände zum rechten und linken Rand bzw. zum nächsten Strömungskanal etwa gleich sind.*

2. *Sobald eine vorgegebene maximale Breite (Abstand zum nächsten Strömungskanal bzw. Rand) überschritten wird, soll sich der erzeugte Strömungskanal **verzweigen**. Die Verzweigung endet wiederum, wenn eine definierte Breite unterschritten wird.*

Die 1. Vorschrift ergibt sich aus der Forderung, die auf der Übertragungsfläche vorhandene Wärme gleichmäßig auf die Strömungskanäle zu verteilen. Die Anteile der von der rechten und linken Seite in das Fluid übertragenen Wärmeleistung sollten gleich sein, so dass sich dementsprechend eine möglichst symmetrische Temperaturverteilung auf der Fläche ergibt. Aus diesem Grund sollte der Strömungskanal in der Mitte liegen (vgl. Absorberstreifen in Abbildung 1.1).

Da die thermische Effizienz eines Absorberstreifens mit zunehmender Breite W abnimmt, wird als 2. Vorschrift definiert, dass sich der zuvor (d. h. im vorherigen Iterationsschritt) erzeugte Strömungskanal verzweigt, sobald die Breite "zu groß" wird. Da sich die optimale Breite erst durch Simulationen unter Berücksichtigung hydraulischer und thermischer Berechnungen ergibt, wird sie zunächst als frei wählbarer Parameter eingeführt.

Bei dieser 2. Vorschrift ist auf eine interessante Analogie zur Biologie hinzuweisen; so ist in [Strasburger91] bei der Beschreibung von Blattorganen zu lesen:

> *"Die Basisfunktion der Blattadern ist aber die Versorgung der photosynthetisch bzw. transpirativ besonders aktiven Mesophyllzellen mit Wasser und Nährsalzen sowie der rasche Abtransport von Photosyntheseprodukten. In den Leitelementen bewegen sich konvektive Massenströme; außerhalb der Bündel ist Stofftransport auf Diffusion beschränkt. Ihre Effizienz im Stofftransport nimmt mit dem Quadrat der zu überwindenden Strecken ab und wird faktisch schon im Dimensionsbereich weniger Zelldurchmesser ungenügend. Selbst Wasser strömt durch Gefäße etwa 1 Million mal leichter als durch lebendes Gewebe.*

Dementsprechend bilden die Leitbündel in der Blattspreite so dichte Muster aus, daß in den zwischen ihnen liegenden Intercostalfeldern *(lat.* costa*, Rippe) keine Zelle um mehr als 7 weitere Zellen vom nächsten Leitbündel entfernt ist."*

Wenngleich es sich in diesem Fall nicht um Wärme-, sondern Stofftransport handelt, scheint ein Vergleich dennoch gerechtfertigt. Offenbar gibt es auch eine nicht zu überschreitende "maximale Breite" der Intercostalfelder zur Maximierung der Gesamteffizienz.

Die einzelnen Schritte des Vernetzungsalgorithmus werden ausführlich in Anhang A beschrieben.

4.2 Rechteckige Kanalquerschnitte

Die Herstellung eines fraktalen Strömungskanalnetzwerkes konventioneller Bauart aus Rohrleitungen mit kreisförmigem Querschnitt (vgl. Abbildung 1.1) ist aufgrund der stetigen Durchmesseränderungen unrealistisch. Aus diesem Grund ist es für die Praxis sinnvoll, die errechneten Durchmesser in rechteckige Kanalquerschnitte konstanter Höhe h umzurechnen, da sich solche Kanäle – beispielsweise durch Fräsen – wesentlich einfacher herstellen lassen.

Zur Ermittlung des Druckverlustes in Kanälen mit nicht kreisförmigem Querschnitt kann der *hydraulische Durchmesser* D_h verwendet werden [Recknagel01]:

$$D_h = \frac{4A}{U} \tag{4.1}$$

Hierin bezeichnet A die Querschnittsfläche und U den Umfang. Für einen rechteckigen Querschnitt der Breite b und Höhe h ergibt sich somit

$$D_h = \frac{2b \cdot h}{b + h} \tag{4.2}$$

Ein kreisförmiger Kanal des Durchmessers D_h besitzt *bei gleicher mittlerer Geschwindigkeit w* die gleiche Reibungszahl λ und gleichen Druckabfall $\Delta p/l$ wie der Rechteckkanal. Die Querschnittsflächen – und damit die Volumenströme – sind dabei jedoch nicht identisch. Um den *gleichen Volumenstrom* bei gleichem Druckabfall $\Delta p/l$ zu erreichen, wird der *gleichwertige Durchmesser* D^* eingeführt:

$$D^* = \sqrt[5]{\frac{32}{\pi^2}} \cdot \sqrt[5]{\frac{b^3 h^3}{b + h}} \approx 1,265 \cdot \sqrt[5]{\frac{b^3 h^3}{b + h}} \tag{4.3}$$

In [Recknagel01] wird darauf hingewiesen, dass die Reibungszahl λ mit D_h zu ermitteln ist. [Zierep93] erwähnt, dass die Verwendung des hydraulischen Durchmessers gemäß Gleichung 4.1 nur für turbulente Strömungen gültig ist. Für laminare Strömung kann nach [Dubbel90] und [VDI94] mit

$$\lambda = \varphi \cdot \frac{64}{Re} \tag{4.4}$$

gerechnet werden. Hierin ist φ ein Faktor, der für Rechteckquerschnitte vom Seitenverhältnis h/b abhängt. Re bezeichnet die REYNOLDS-Zahl, die für Rohre des Durchmessers D bei Durchströmung eines Fluides der kinematischen Viskosität ν mit der mittleren Geschwindigkeit w wie folgt ermittelt wird:

$$Re = \frac{w \cdot D}{\nu} \tag{4.5}$$

Da der jeweilige Strömungskanal mit dem Durchmesser D in einen Rechteckkanal umgerechnet werden soll, müssen die Gleichungen 4.2 bzw. 4.3 nach der Breite b aufgelöst werden:

Hydraulischer Durchmesser: Aus Gleichung 4.2 folgt:

$$b = \frac{D_h \cdot h}{2h - D_h} \tag{4.6}$$

Gleichwertiger Durchmesser: Die Berechnung der Kanalbreite aus dem gleichwertigen Durchmesser wird ausführlich in Anhang A.5 beschrieben.

Als Lösungen ergeben sich

für $1 - \frac{\pi^2 {D^*}^5}{216h^5} \geq 0$:

$$b = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}}\right)} + \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}}\right)} \tag{4.7}$$

für $1 - \frac{\pi^2 {D^*}^5}{216h^5} < 0$:

$$b = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\sqrt{\frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}}} \cos\frac{\arctan\sqrt{\frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5} - 1}}{3} \tag{4.8}$$

In *FracTherm* können die Durchmesser wahlweise über den *hydraulischen* oder den *gleichwertigen Durchmesser* in einen Rechteckkanal umgerechnet werden. Da man mit den Rechteck-

querschnitten möglichst die gleiche Volumenstromverteilung wie bei Kreisquerschnitten erreichen möchte, scheint die Berechnung der Breite über den gleichwertigen Durchmesser gemäß Gleichung A.38 sinnvoll; andererseits wird in [VDI94] darauf hingewiesen, dass sich für Rohre mit nicht kreisförmigem Querschnitt bei laminarer Strömung keine einheitlichen Gleichungen zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten angeben lassen und dass bei turbulenter Strömung der hydraulische Durchmesser zu verwenden ist. Genau genommen müsste also zunächst aus dem Durchmesser $D = D^*$ ein Rechteckkanal der Höhe h und Breite b über den *gleichwertigen Durchmesser* nach Gleichung 4.7 bzw. 4.8 berechnet und aus diesem der *hydraulische Durchmesser* D_h aus Gleichung 4.2 bestimmt werden. Je nach zu ermittelnder Größe wäre demnach D_h oder D^* zu verwenden und im Fall laminarer Strömung der Korrekturfaktor φ gemäß Gleichung 4.4 zu berücksichtigen.

Da bei den fraktalen Hydraulikstrukturen recht komplexe Strömungsvorgänge auftreten – beispielsweise können sich dicht aufeinander folgende Verzweigungen gegenseitig stark beeinflussen – wird auf die oben dargestellte Berechnung unter Verwendung beider Durchmesser D_h und D^* verzichtet, zumal die Gültigkeit der Formeln im Fall der Fraktalstrukturen fragwürdig erscheint. Grundsätzlich werden in *FracTherm* daher bei den Hydraulikberechnungen und zur Ermittlung der Wärmeübergangskoeffizienten kreisförmige Querschnitte angenommen; lediglich zur Geometrieerstellung werden diese in Rechteckquerschnitte umgerechnet. Abbildung 4.2 zeigt exemplarisch einen Vergleich der Kanalbreiten, die über den hydraulischen bzw. den gleichwertigen Durchmesser berechnet wurden.

4.3 Übersicht der *FracTherm*-Parameter

In Tabelle 4.1 sind die für den Vernetzungsalgorithmus benötigten Parameter noch einmal als Übersicht dargestellt. Weitere Größen wie beispielsweise das Verhältnis $\frac{d_{min,i}}{d_{max,i}}$ werden in *FracTherm* als Konstanten eingestellt, sind aber prinzipiell ebenfalls frei wählbar.

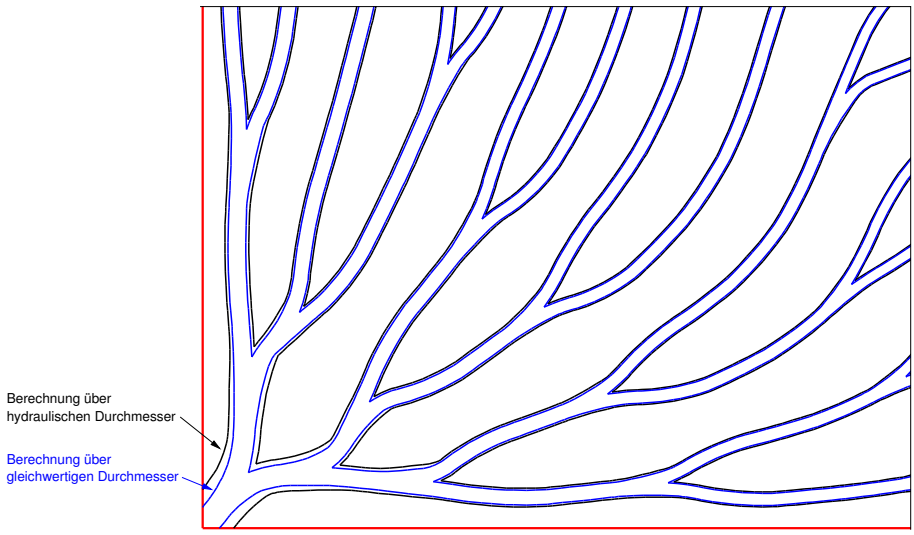


Abbildung 4.2: Vergleich der Kanalbreiten bei der Berechnung über den hydraulischen bzw. den gleichwertigen Durchmesser

Bezeichnung	**Bedeutung**	**Zusammenhang**	**Einheit**
s_0	Schrittweite (0. Iteration)		$[m]$
f_s	Schrittweitenfaktor	$s_{i+1} = f_s \cdot s_i$	$[-]$
$d_{max,0}$	Maximale Breite (0. Iteration)		$[m]$
f_d	Breitenfaktor	$d_{max,i+1} = f_d \cdot d_{max,i}$	$[-]$
i_{max}	Anzahl der Iterationen		$[-]$
f	Glättungsfaktor	siehe Anhang A.2	$[-]$
f_D	Durchmesserverhältnis	$D_{i+1} = f_D \cdot D_i$	$[-]$
D_0	Anfangsdurchmesser (0. Iteration)		$[m]$
h	Kanalhöhe	siehe Kapitel 4.2	$[m]$

Tabelle 4.1: Im Vernetzungsalgorithmus von *FracTherm* verwendete Parameter

Kapitel 5

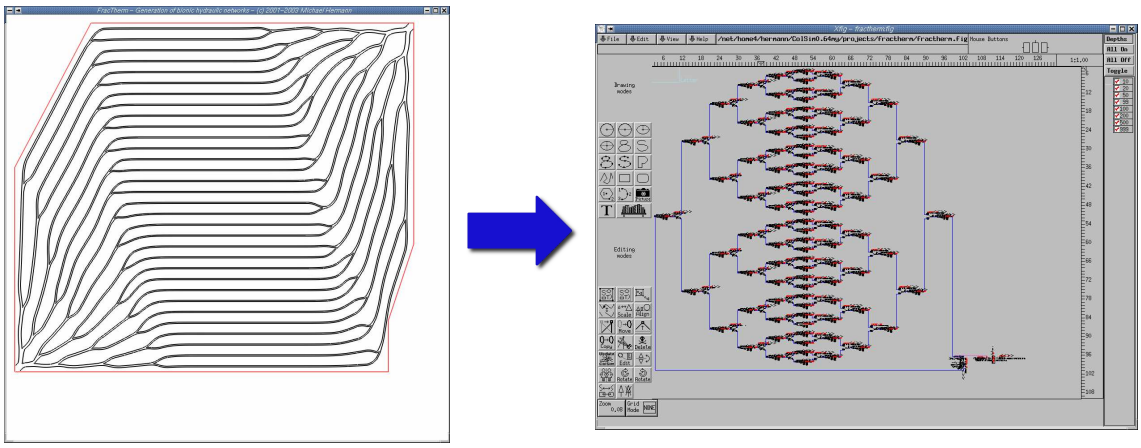
Hydraulische Simulationen

5.1 Exportieren des Hydraulikschemas für *ColSim*

Um hydraulische Simulationen durchführen zu können, besteht die Möglichkeit, die erzeugten Hydraulikstrukturen als grafisches Schema aus *FracTherm* zu exportieren (Abbildung 5.1). Dieses Schema wird im Dateiformat des Vektorgrafikprogramms *Xfig* gespeichert, weil die Simulationsumgebung *ColSim*, mit der die Hydraulikberechnungen durchgeführt werden, Anlagenschemata in diesem Format verwendet (Anhang B.1). Die Grafik besteht aus den Symbolen für Verzweigungsstücke, Rohrleitungen, Pumpe sowie Pumpen- und Simulationssteuerung. Sie werden entsprechend der Hydraulikverschaltung miteinander verbunden. Die jeweiligen Parameter wie Rohrdurchmesser und -längen sind ebenfalls – nicht sichtbar – in der Grafik enthalten. *ColSim* "übersetzt" die Grafik in ein Simulationsskript, mit dem die eigentliche Rechnung durchgeführt wird.

Eine Schwierigkeit bei der Charakterisierung der Verzweigungen besteht in der Wahl geeigneter Druckverlustbeiwerte (ζ-Werte). Die Verzweigungen treten in den fraktalen Hydraulikstrukturen in diversen Varianten mit unterschiedlichen Winkeln, Durchmesserverhältnissen und Krümmungen auf. Abbildung 5.2 zeigt exemplarisch mehrere Verzweigungen, die alle aus einer einzigen fraktalen Hydraulikstruktur stammen.

In der Literatur – z. B. [Dubbel90, VDI94] – sind Druckverlustbeiwerte meist nur für wenige Geometrien zu finden, beispielsweise für die in der Technik üblichen Abzweigwinkel 45° und 90°, was für die hier betrachteten Verzweigungen nicht ausreichend ist. Aus diesem Grund ist es notwendig, der Ermittlung der ζ-Werte bei zukünftigen Arbeiten besondere Beachtung zu schenken. Für *eine* Verzweigung wurden sie exemplarisch mittels CFD (*Computational Fluid Dynamics*) berechnet (Kapitel 8.3). Da bislang kein ζ-Wert-Katalog existiert, der die Vielfalt



Hydraulikstruktur in *FracTherm*

Hydraulikschema in *Xfig*
(für Simulation mit *ColSim*)

Abbildung 5.1: Exportieren eines Hydraulikschemas aus *FracTherm*

der verschiedenen Geometrien, Volumenströme und Anströmbedingungen berücksichtigt, wird in *FracTherm* für sämtliche Verzweigungen (Stromtrennung und -vereinigung) bisher ein ζ-Wert von 0,7 angenommen.

Streng genommen ist der übliche Begriff “Druckverlust” nicht korrekt; richtig wäre es, von einer “Energiestrombilanz” zu sprechen. Der Unterschied wird in Anhang E näher erläutert. Da der Begriff “Druckverlust” jedoch in der Literatur sowie in der Praxis geläufig ist und in etablierten Bezeichnungen wie “Druckverlustbeiwert” enthalten ist, soll er dennoch auch in dieser Arbeit verwendet werden.

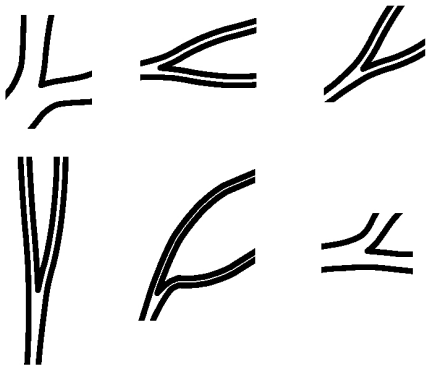


Abbildung 5.2: Unterschiedliche Verzweigungen einer Hydraulikstruktur

5.2 Hydraulikberechnung in *ColSim*

Um die Verteilung der Volumenströme in einem komplexen, mehrfach verzweigten hydraulischen Netzwerk berechnen zu können, wurde eine existierende Simulationsumgebung namens *ColSim* [Wittwer99] erweitert. *ColSim* wurde für die dynamische Simulation thermischer Systeme entwickelt und nutzt als numerisches Lösungsverfahren die Finite-Differenzen-Methode. Bei der rein thermischen Simulation wurden dabei sowohl der Gesamtvolumenstrom als auch die Volumenstromaufteilung an den Abzweigstücken *(Divertern)* bislang vorgegeben. Mit Hilfe des neu entwickelten Hydrauliklösers [Hermann02a, fbta02] können diese nun *vor* der thermischen Simulation in Abhängigkeit der hydraulischen Eigenschaften der Komponenten dynamisch berechnet werden. Zur Druckverlustberechnung werden die geometrischen Eigenschaften der Bauteile bzw. Kennlinien berücksichtigt. *ColSim* wird als externes Simulationswerkzeug lediglich für die hydraulischen Berechnungen verwendet. Der Hydrauliklöser wird detailliert in Anhang B beschrieben.

5.3 Visualisierung der Volumenstromverteilung

Die in *ColSim* berechneten Hydraulikdaten können in *FracTherm* während der Simulation visualisiert werden. So kann die Volumenstromverteilung dreidimensional dargestellt werden. Dabei liegt die Fraktalstruktur in der xy-Ebene; die Volumenströme werden in z-Richtung aufgetragen und zudem farblich gekennzeichnet. Abbildung 5.3 zeigt exemplarisch die berechnete Volumenstromverteilung in einer fraktalen Hydraulikstruktur. Zur besseren Bewertung der Ergebnisse wurden vertikal verschiebbare Kontrollebenen konstanten Volumenstroms eingeführt. In Abbildung 5.3 ist eine solche Ebene als hellblaue Fläche erkennbar. Der zugehörige Gesamtvolumenstrom sowie die Simulationszeit werden links oben dargestellt. Auf diese Weise ist beispielsweise eine sehr schnelle visuelle Überprüfung der Gleichmäßigkeit des Volumenstroms möglich: Verschwinden beim Verschieben der Fläche nach oben alle Volumenströme einer Iterationsstufe “gleichzeitig”, also bei gleichem Volumenstrom, unter dem “virtuellen Wasserspiegel”, so ist die erwünschte Gleichmäßigkeit gegeben. Ist dies nicht der Fall, wenn also einige Volumenströme noch über den “Wasserspiegel” hinausragen, so ist noch keine gleichmäßige Volumenstromverteilung erreicht.

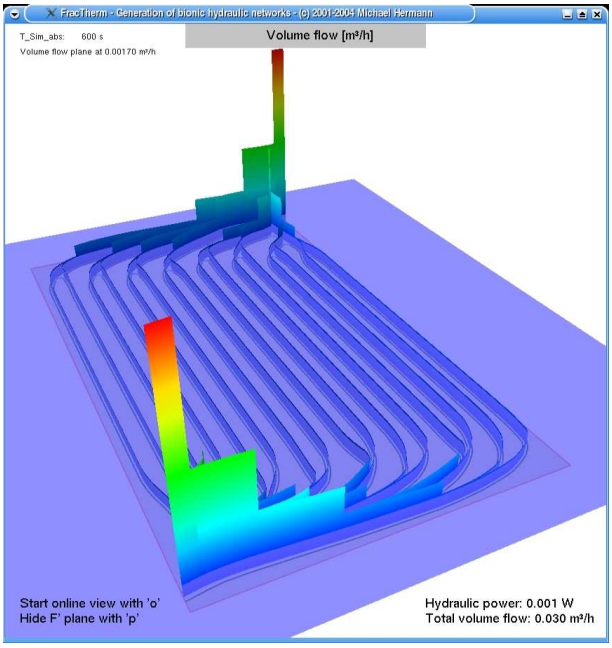


Abbildung 5.3: Visualisierung der Volumenstromverteilung in *FracTherm*

5.4 Visualisierung des Druckverlaufs

Analog zur dreidimensionalen Darstellung der Volumenstromverteilung lässt sich auch der Druckverlauf visualisieren (vgl. Abbildung 5.4). Der Druck wird auch hier in z-Richtung aufgetragen und farblich gekennzeichnet. Der Anfangsdruck am Eintritt wird kontinuierlich bis auf 0 abgebaut. Auch bei der Darstellung des Druckverlaufs lassen sich Kontrollebenen konstanten Drucks einblenden.

5.5 Hydraulischer Abgleich

Aus Anhang A.3 geht hervor, dass der Durchmesser D_i innerhalb einer Iterationsstufe zunächst als konstant definiert wird. Da sich durch den Vernetzungsalgorithmus jedoch unterschiedliche Kanallängen innerhalb einer Iterationsstufe ergeben können, würde eine ungleichmäßige Durchströmung entstehen. Um dies zu verhindern, besteht in *FracTherm* die Möglichkeit, einen automatischen *hydraulischen Abgleich* durchzuführen, indem die Durchmesser bei langen Kanälen vergrößert und bei kurzen verringert werden (Abbildung 5.5).

Da im Folgenden nur Kanäle einer Iterationsstufe betrachtet werden, wird auf den Index i verzichtet.

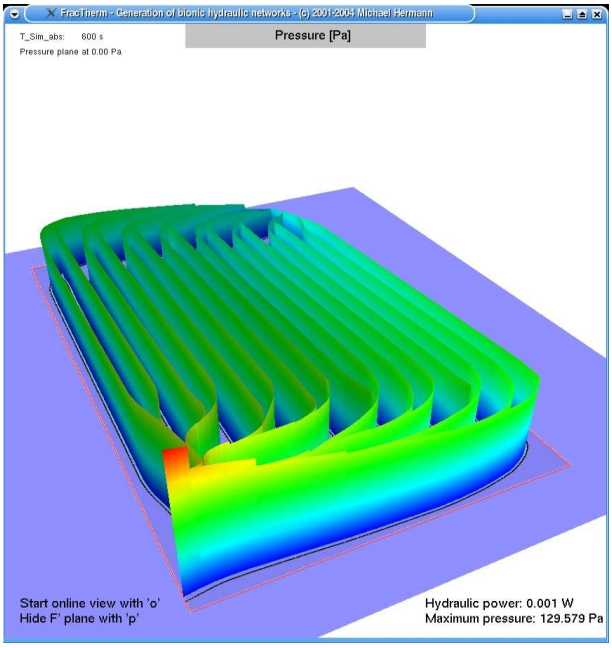


Abbildung 5.4: Visualisierung des Druckverlaufs in *FracTherm*

Der *Druckverlust* in einer Rohrleitung lässt sich nach [Zierep93] und [Dubbel90] berechnen gemäß

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \tag{5.1}$$

Hierin ist λ die *Rohrreibungszahl* (auch als *Verlustkoeffizient* bezeichnet), l die *Länge*, D der *Durchmesser*, ρ die *Dichte* des Fluides und w die *mittlere Geschwindigkeit*. Die mittlere Geschwindigkeit w ergibt sich aus dem *Volumenstrom* $\dot{V}$ und der *Querschnittsfläche* A zu

$$w = \frac{\dot{V}}{A} \tag{5.2}$$

Im Fall eines kreisförmigen Querschnitts gilt

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \tag{5.3}$$

und damit

$$w = \frac{4\dot{V}}{\pi D^2} \tag{5.4}$$

Für die REYNOLDS-Zahl ergibt sich aus Gleichung 4.5 damit

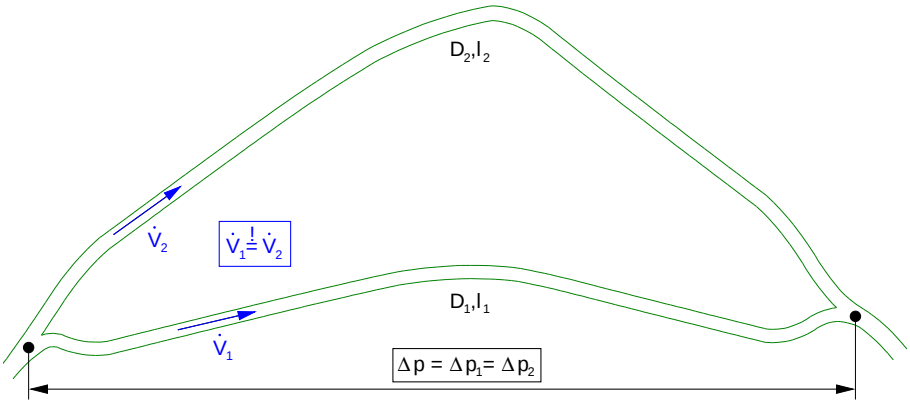


Abbildung 5.5: Parallele Strömungskanäle unterschiedlicher Länge

$$Re = \frac{4\dot{V}}{\pi D \nu} \tag{5.5}$$

Mit Gleichung 5.4 folgt für Gleichung 5.1

$$\Delta p = \lambda \cdot l \cdot \rho \cdot \frac{8\dot{V}^2}{\pi^2 D^5} \tag{5.6}$$

Laminare Strömung

Bei laminarer Strömung gilt für die Rohrreibungszahl

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{5.7}$$

Hiermit ergibt sich Gleichung 5.6 mit Gleichung 5.5 zu

$$\Delta p = \frac{128\nu\rho}{\pi} \cdot \frac{l}{D^4} \cdot \dot{V} \tag{5.8}$$

Da sich weder der Druckverlust Δp noch die Länge l durch den hydraulischen Abgleich ändern soll, folgt die Beziehung

$$\frac{\dot{V}_{ha}}{D_{ha}^4} = \frac{\dot{V}}{D^4} \tag{5.9}$$

Dabei steht der Index ha für *"hydraulisch abgeglichen"*. In Gleichung 5.9 ist das HAGEN-POISEULLE-Gesetz zu erkennen, das insbesondere für die Medizin relevant ist, weil dort eine

Volumenstromänderung durch die Verringerung des Durchmessers – beispielsweise bei Gefäßverengungen – besonders bedeutend ist [Zierep93].

Es ist zweckmäßig, Gleichung 5.9 derart umzuformen, dass ein Korrekturfaktor $k_{D,lam}$ für den Durchmesser entsteht:

$$D_{ha} = D \cdot \underbrace{\left(\frac{\dot{V}_{ha}}{\dot{V}}\right)^{\frac{1}{4}}}_{k_{D,lam}} \tag{5.10}$$

Der Volumenstrom $\dot{V}_{ha}$ ergibt sich aus der Bedingung, dass der Gesamtvolumenstrom vor und nach dem hydraulischen Abgleich gleich bleiben soll. $\dot{V}_{ha}$ ergibt sich dementsprechend als mittlerer Volumenstrom innerhalb einer Iterationsstufe mit n Kanälen:

$$\dot{V}_{ha} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \dot{V}_j \tag{5.11}$$

Turbulente Strömung

Zur Ermittlung der Rohrreibungszahl bei turbulenter Strömung existieren mehrere Formeln, die unterschiedliche Gültigkeitsbereiche aufweisen. Hier soll die Formel nach BLASIUS verwendet werden (Gültigkeit: $2320 < Re < 10^5$, nach [Dubbel90]):

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{\frac{1}{4}}} \tag{5.12}$$

Damit wird Gleichung 5.6 zu

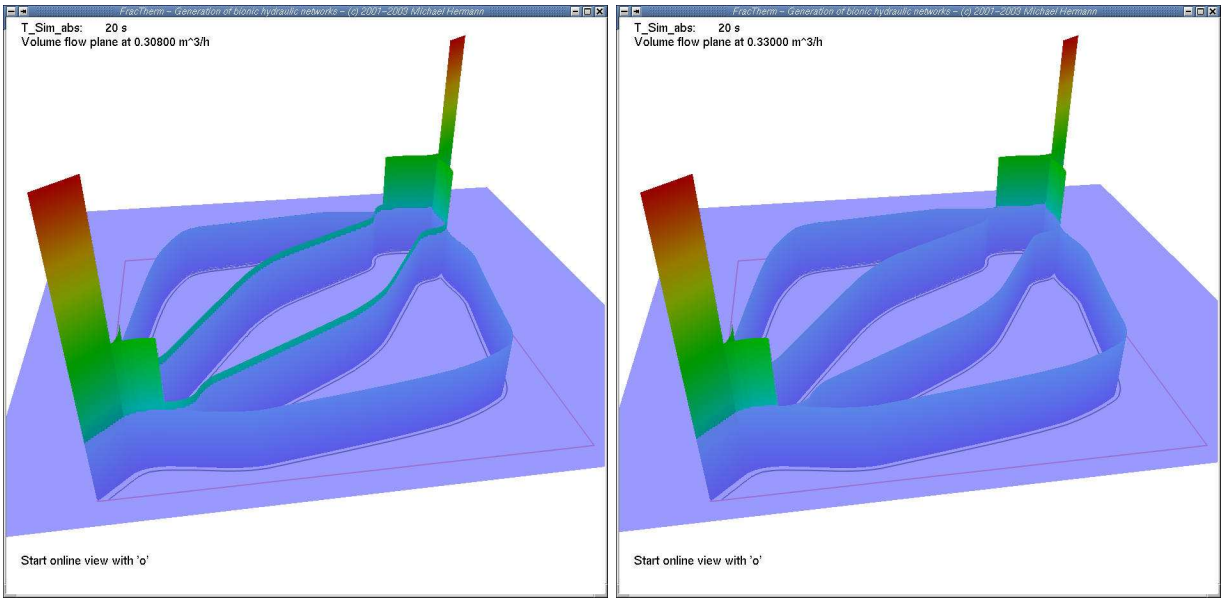
$$\Delta p = \frac{0,3164 \cdot 2^{\frac{5}{2}} \cdot \nu^{\frac{1}{4}} \rho}{\pi^{\frac{7}{4}}} \cdot \frac{l}{D^{\frac{19}{4}}} \cdot \dot{V}^{\frac{7}{4}} \tag{5.13}$$

Analog zur Vorgehensweise bei laminarer Strömung wird schließlich ein Korrekturfaktor $k_{D,turb}$ ermittelt:

$$D_{ha} = D \cdot \underbrace{\left(\frac{\dot{V}_{ha}}{\dot{V}}\right)^{\frac{7}{19}}}_{k_{D,turb}} \tag{5.14}$$

Der Volumenstrom $\dot{V}_{ha}$ wird wie oben als mittlerer Volumenstrom einer Iterationsstufe berechnet (Gleichung 5.11).

Abbildung 5.6 zeigt exemplarisch einen Vergleich der Volumenstromverteilung in einer verzweigten Struktur vor und nach dem hydraulischen Abgleich.



(a) vor hydraulischem Abgleich (b) nach hydraulischem Abgleich

Abbildung 5.6: Vergleich der Volumenstromverteilung vor und nach hydraulischem Abgleich

Kapitel 6

Thermische Simulationen

6.1 Thermische Effizienz

Zur Bewertung der thermischen Effizienz eines Absorbers wird in der Solartechnik üblicherweise der so genannte *Kollektorwirkungsgradfaktor* F' verwendet. Er kann gemäß [Frey95] nach [Duffie91] wie folgt physikalisch definiert werden:

> *"An einer beliebigen Position des Absorbers ist F' das Verhältnis des momentan nutzbaren Energiegewinnes zu dem nutzbaren Energiegewinn, der auftreten würde, wenn die Absorberplattentemperatur identisch der lokalen Fluidtemperatur wäre."*

Für den in Abbildung 1.1 dargestellten Absorberstreifen der Breite W mit dem Rohraußendurchmesser D und der Kontaktierungsbreite g lässt sich F' nach [Duffie91] und [Eisenmann03] analytisch berechnen. Zunächst wird dazu der Rippenwirkungsgrad F durch eine Energiebilanz des Absorberstreifens mit anschließender Lösung der entstehenden Differenzialgleichung bestimmt:

$$F = \frac{\tanh\left(m\left(W-g\right)/2\right)}{m\left(W-g\right)/2} \tag{6.1}$$

[Duffie91] geht hier von dem Sonderfall aus, dass die Kontaktierungsbreite mit dem Außendurchmesser identisch ist. Somit ergibt sich

$$F = \frac{\tanh\left(m\left(W-D\right)/2\right)}{m\left(W-D\right)/2} \tag{6.2}$$

In beiden Fällen ist

$$m = \sqrt{\frac{U_L}{\lambda_{abs}\delta}} \tag{6.3}$$

U_L bezeichnet den Gesamt-Wärmeverlustkoeffizienten des Kollektors (Absorber $\Leftrightarrow$ Umgebung), λ_{abs} die Wärmeleitfähigkeit des Absorberblechs der Dicke δ.

Der Kollektorwirkungsgradfaktor F' ergibt sich schließlich nach [Duffie91] zu

$$F' = \frac{1/U_L}{W\left(\frac{1}{U_L[D+(W-D)F]} + \frac{1}{C_b} + \frac{1}{\pi D_i \alpha_i}\right)} \tag{6.4}$$

Hierin ist C_b der Wärmeleitwert der Verbindung zwischen Blech und Rohr pro Einheitslänge. Er kann mit Kenntnis der Wärmeleitfähigkeit der Verbindung λ_b, der durchschnittlichen Verbindungsdicke γ und der Verbindungsbreite b abgeschätzt werden. Pro Einheitslänge ergibt sich

$$C_b = \frac{\lambda_b b}{\gamma} \tag{6.5}$$

[Eisenmann03] schlägt statt Gleichung 6.4 folgende Formel vor:

$$F' = \frac{1}{W\left(\frac{1}{(W-g)F+g} + \frac{U_L}{k_{gF}\pi D_i}\right)} \tag{6.6}$$

Hierin ist k_{gf} der Wärmedurchgangskoeffizient vom Rippenfuß zum Fluid. In ihm wird sowohl der Wärmedurchgang von der Absorberoberfläche zum Rohr (Berücksichtigung der Kontaktierung) als auch der Wärmeübergang von der Rohrinnenwand zum Fluid (strömungsabhängiger Wärmeübergangskoeffizient α_i) berücksichtigt. D_i bezeichnet dabei den Innendurchmesser des Rohres (der Index i steht in diesem Fall für “innen”, nicht für “Iteration”). In *FracTherm* wird bislang Gleichung 6.4 verwendet.

F' eignet sich sehr gut zur Bewertung der thermischen Effizienz bei Variation der genannten Einflussgrößen. Er liegt nach [Frey95] bei Absorbern der in Abbildung 1.1 skizzierten Bauart zwischen 0,81 und 0,97.

6.2 Wärmeübergang und Diskretisierung

Die oben dargestellte Gleichung 6.4 zur Ermittlung des Kollektorwirkungsgradfaktors F' enthält den Wärmeübergangskoeffizient α_i, der die Wärmeübertragung an der Rohrinnenwand bestimmt und von den Fluidparametern, der Rohrgeometrie, dem Strömungszustand sowie den thermischen Randbedingungen abhängt. In Anhang C.1 werden die entsprechenden Zusammenhänge

ausführlich dargestellt. In *FracTherm* wird als thermische Randbedingung für die Berechnung von α_i eine konstante Wärmestromdichte angenommen.

Da die in Kapitel 6.1 genannten analytischen Berechnungen des Kollektorwirkungsgradfaktors F' bereits existieren, werden sie auch in einem Näherungsverfahren zur Abschätzung der thermischen Effizienz von Wärmetauschern mit fraktalen Hydraulikstrukturen verwendet. Dazu wird die gesamte Struktur mit Hilfe eines Diskretisierungsalgorithmus (Anhang C.2) in einzelne Absorberstreifen k aufgeteilt. Für jeden dieser Absorberstreifen kann somit ein lokaler Kollektorwirkungsgradfaktor F'_k berechnet werden, so dass schließlich ein F' für die Gesamtstruktur bestimmt werden kann. Dieser lässt sich schließlich mit Werten von Wärmetauschern konventioneller Bauart vergleichen und für dynamische Systemsimulationen verwenden. Zur Berechnung von F'_k müssen die oben genannten Formeln allerdings noch für asymmetrische Absorberstreifen mit nicht mittig liegendem Rohr angepasst werden (vgl. Abbildung 6.1). Die Gesamtbreite W soll in diesem Fall aus einem rechten Teil W_{re} und einem linken Teil W_{li} zusammengesetzt sein; d. h.

$$W = W_{re} + W_{li} \tag{6.7}$$

Der Rippenwirkungsgrad F gemäß Gleichung 6.2 wird in diesem Fall zu

$$F = \frac{\tanh\left(m\left(W_{re} - D/2\right)\right) + \tanh\left(m\left(W_{li} - D/2\right)\right)}{m\left(W - D\right)} \tag{6.8}$$

Die übrigen Formeln aus Kapitel 6.1 können übernommen werden.

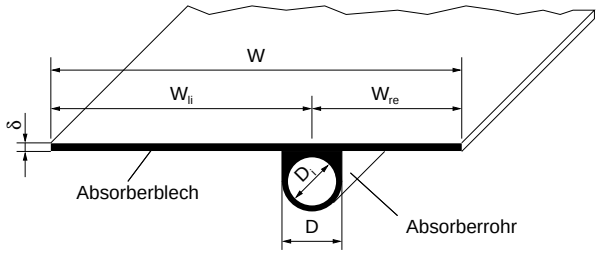


Abbildung 6.1: Asymmetrischer Absorberstreifen (nicht mittig liegendes Rohr)

6.3 Kollektorwirkungsgrad

Der Wirkungsgrad eines Sonnenkollektors ergibt sich gemäß [Marko97] und [DIN98] als Quotient aus der tatsächlichen Nutzwärmeleistung $\dot{Q}$ und der durch die Bezugsfläche fallenden Solar-

strahlung:

$$\eta = \frac{\dot{Q}}{A \cdot G} \tag{6.9}$$

Hierin ist G die Globalstrahlung in Kollektorebene, A die Bezugsfläche. Dabei kann für A entweder die Absorberfläche A_A, die Aperturfläche A_a oder die Bruttofläche A_G verwendet werden. Aufgrund des Einflusses der Fläche auf den Wirkungsgrad muss diese Bezugsfläche stets angegeben werden. Im Folgenden soll dafür A_A verwendet werden.

Die tatsächliche Nutzwärmeleistung $\dot{Q}$ lässt sich aus dem Massenstrom $\dot{m}$, der spezifischen Wärmekapazität c_f des Wärmeträgers sowie der Temperaturdifferenz ΔT zwischen Aus- und Eintritt berechnen:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_f \cdot \Delta T \tag{6.10}$$

Mit der Austrittstemperatur T_e und der Eintrittstemperatur T_{in} gilt dabei

$$\Delta T = T_e - T_{in} \tag{6.11}$$

Der Massenstrom $\dot{m}$ ergibt sich aus dem Volumenstrom $\dot{V}$ und der Dichte ρ:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} \tag{6.12}$$

$\dot{Q}$ kann auch aus einer Energiebilanz am Kollektor unter Berücksichtigung der Wärmeabgabe an die Umgebung ermittelt werden:

$$\dot{Q} = F'(\tau\alpha)_e A_A G - F' U_L A_A (T_m - T_a) \tag{6.13}$$

Hierin bezeichnet F' den Kollektorwirkungsgradfaktor, $(\tau\alpha)_e$ das effektive Transmissions-Absorptions-Produkt[1], U_L den Gesamt-Wärmeverlustkoeffizienten, T_m die mittlere Fluidtemperatur und T_a die Umgebungstemperatur. T_m ergibt sich wiederum als arithmetisches Mittel aus der Fluideintrittstemperatur T_{in} und der Austrittstemperatur T_e:

$$T_m = \frac{T_{in} + T_e}{2} \tag{6.14}$$

[1]Das effektive Transmissions-Absorptions-Produkt $(\tau\alpha)_e$ berücksichtigt Mehrfachreflexionen zwischen Absorberoberfläche und Innenseite der Verglasung. Es kann mit Kenntnis des Reflexionsgrades ρ_d für Diffusstrahlung und des Transmissionsgrades τ der Verglasung sowie des Absorptionsgrades α des Absorbers nach [Duffie91] berechnet werden.

Aus den Gleichungen 6.9 und 6.13 folgt

$$\eta = F' \left[(\tau\alpha)_e - U_L \frac{T_m - T_a}{G} \right] \tag{6.15}$$

bzw.

$$\eta = \eta_0 - U \frac{T_m - T_a}{G} \tag{6.16}$$

mit

$$\eta_0 = F'(\tau\alpha)_e \tag{6.17}$$

und

$$U = F' \cdot U_L \tag{6.18}$$

Hierin ist η_0 der so genannte Konversionsfaktor und U der *gemessene* Gesamt-Wärmeverlustkoeffizient des Kollektors (bezogen auf die mittlere Fluidtemperatur T_m, im Gegensatz zum Gesamt-Wärmeverlustkoeffizienten U_L, der sich auf die Absorberoberflächentemperatur bezieht).

Da die Wärmeabgabe an die Umgebung in Gleichung 6.16 nur linear berücksichtigt wird, deren Strahlungs- und Konvektionsanteil jedoch überproportional mit der Temperatur ansteigt, ist es auch üblich, die Wirkungsgradkennlinie eines Kollektors wie folgt anzugeben:

$$\eta = \eta_0 - a_1 \frac{T_m - T_a}{G} - a_2 G \left(\frac{T_m - T_a}{G} \right)^2 \tag{6.19}$$

Die Werte η_0, a_1 und a_2 beschreiben somit den Wirkungsgrad eines Sonnenkollektors in Abhängigkeit der Temperaturdifferenz zwischen Fluid und Umgebung für eine bestimmte Globalstrahlung. Abbildung 6.2 zeigt qualitativ das Diagramm einer Wirkungsgradkennlinie.

6.4 Visualisierung der thermischen Effizienz

Nach der Diskretisierung der Absorberfläche lässt sich die F'-Verteilung dreidimensional darstellen (Abbildung 6.3). Dabei geben die Höhe und die Farbe Auskunft über den F'-Wert des jeweiligen Absorberstreifens k mit der Fläche A_k. Analog zur Visualisierung der hydraulischen Daten lässt sich auch hier eine vertikal verschiebbare Kontrollebene (Ebene mit konstantem F') einblenden, um beispielsweise herauszufinden, an welchen Stellen ein bestimmter F'-Wert unterschritten wird. In der Farbskala wird außerdem der über die Fläche gemittelte Kollektorwir-

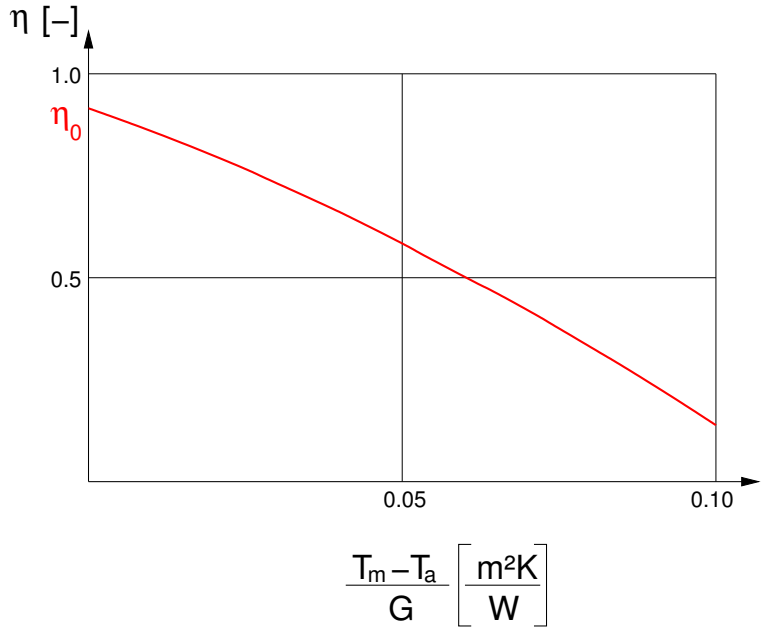


Abbildung 6.2: Wirkungsgradkennlinie eines Sonnenkollektors (qualitativ)

kungsgradfaktor F'_m angezeigt. Er wird wie folgt berechnet:

$$F'_m = \frac{1}{\sum_k A_k} \sum_k (F'_k \cdot A_k) \tag{6.20}$$

Die Summe der Absorberstreifenflächen ist dabei gleich der gesamten Absorberfläche:

$$\sum_k A_k = A_A \tag{6.21}$$

Abbildung 6.3 zeigt exemplarisch, dass – wie ursprünglich als Ziel definiert – eine gleichmäßige, hohe thermische Effizienz erreicht werden kann. Das Detailbild (Kreis) verdeutlich jedoch auch den Einfluss der Breite des Absorberstreifens auf den F'-Wert: Im Bereich der Ecken, wo der Strömungskanal einen Bogen beschreibt, die vorgegebene Fläche jedoch einen rechten Winkel aufweist, nimmt die Breite des Absorberstreifens zu und damit F' ab, weil für den Wärmetransport ein “weiterer Weg” von der Absorberoberfläche in der Ecke bis zum Fluid zurückzulegen ist.

An dieser Stelle sei eine Nebenbemerkung erlaubt: In der Natur sind rechte Winkel in der Regel – abgesehen von Kristallstrukturen – nicht zu finden. Bei näherer Betrachtung wird man

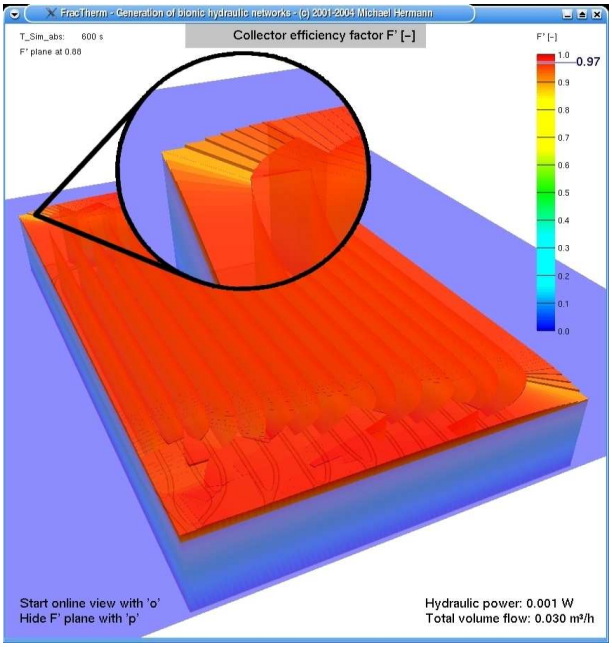


Abbildung 6.3: Verteilung des Kollektorwirkungsgradfaktors F'

auch feststellen, dass Konstruktionen mit rechten Winkeln meist mit Nachteilen hinsichtlich der Effizienz verbunden sind, seien es Strömungsumlenkungen mit erhöhten Druckverlusten, mechanische Anbindungen, bei denen Kerbspannungen auftreten (vgl. auch [Mattheck97]), oder – wie oben erwähnt – ungünstige Flächenausnutzungen. Der rechte Winkel ist in erster Linie ein "Kind der Technik", insbesondere der beginnenden Industrialisierung mit damals noch eingeschränkten Fertigungsmöglichkeiten. Seit jedoch selbst komplexe Geometrien computergestützt gefertigt werden können, ist auch in der Technik ein Wandel hin zu "biologischem Design" zu beobachten. Die Entwicklung des Automobildesigns in den vergangenen Jahrzehnten ist sicher ein gutes Beispiel dafür; zeigt es doch auch, dass ein ästhetisches, naturnahes Design auch oft mit einer höheren Effizienz verbunden ist – man denke nur an den c_w-Wert moderner Fahrzeuge im Vergleich zu jenen der ersten Generation. Es bleibt dem Leser überlassen, über dieses Thema und die damit verbundenen Konsequenzen für "gutes" Konstruieren weiter zu philosophieren.

6.5 Visualisierung der Fluidtemperaturverteilung

Zur Berechnung der Fluidtemperatur eines einzelnen Absorberstreifens wird zunächst dessen tatsächliche Nutzwärmeleistung $\dot{Q}_{fin}$ betrachet (Abbildung 6.4). Analog zu den Gleichungen 6.10

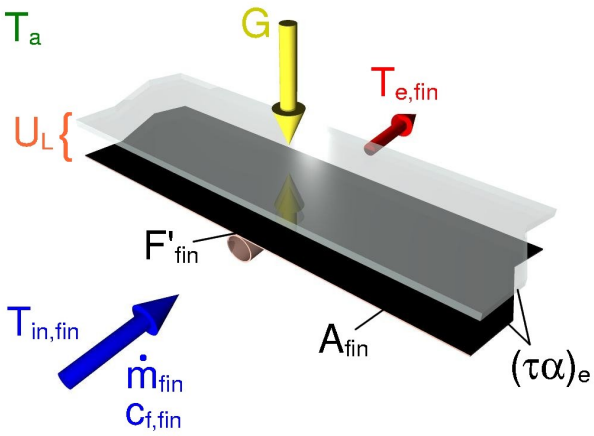


Abbildung 6.4: Zur Berechnung der tatsächlichen Nutzwärmeleistung an einem Absorberstreifen

und 6.13 gilt für $\dot{Q}_{fin}$

$$\dot{Q}_{fin} = \dot{m}_{fin} \cdot c_{f,fin} \cdot \Delta T_{fin} \tag{6.22}$$

mit

$$\Delta T_{fin} = T_{e,fin} - T_{in,fin} \tag{6.23}$$

und

$$\dot{Q}_{fin} = F'_{fin}(\tau\alpha)_e A_{fin} G - F'_{fin} U_L A_{fin}(T_{m,fin} - T_a) \tag{6.24}$$

mit

$$T_{m,fin} = \frac{T_{in,fin} + T_{e,fin}}{2} \tag{6.25}$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen 6.22 und 6.24 erhält man

$$\dot{m}_{fin} c_{f,fin}(T_{e,fin} - T_{in,fin}) = F'_{fin} A_{fin} \left[(\tau\alpha)_e G - U_L \left(\frac{T_{in,fin} + T_{e,fin}}{2} - T_a\right)\right] \tag{6.26}$$

Bei bekannter Eintrittstemperatur $T_{in,fin}$ lässt sich hieraus die Austrittstemperatur $T_{e,fin}$ berechnen:

$$T_{e,fin} = \frac{F'_{fin} A_{fin} \left[2(\tau\alpha)_e G - U_L (T_{in,fin} - 2T_a)\right] + 2\dot{m}_{fin} c_{f,fin} T_{in,fin}}{2\dot{m}_{fin} c_{f,fin} + F'_{fin} A_{fin} U_L} \tag{6.27}$$

Dabei ist die Eintrittstemperatur des Absorberstreifens k gleich der Austrittstemperatur des vor ihm liegenden Streifens $k-1$, also $T_{in,fin,k} = T_{e,fin,k-1}$ (Abbildung 6.5).

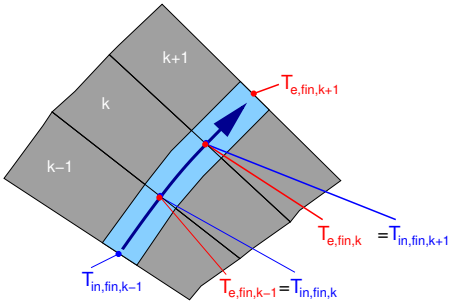


Abbildung 6.5: Ein- und Austrittstemperaturen an den einzelnen Absorberstreifen

Bei einer Vereinigung der Strömungskanäle wird die Mischtemperatur durch eine Energiebilanz bestimmt (Abbildung 6.6):

$$\dot{m}_k \cdot c_{f,k} \cdot T_{in,fin,k} = \dot{m}_i \cdot c_{f,i} \cdot T_{e,fin,i} + \dot{m}_j \cdot c_{f,j} \cdot T_{e,fin,j} \tag{6.28}$$

mit

$$\dot{m}_k = \dot{m}_i + \dot{m}_j \tag{6.29}$$

Daraus folgt für die Mischtemperatur $T_{in,fin,k}$:

$$T_{in,fin,k} = \frac{\dot{m}_i \cdot c_{f,i} \cdot T_{e,fin,i} + \dot{m}_j \cdot c_{f,j} \cdot T_{e,fin,j}}{(\dot{m}_i + \dot{m}_j) \cdot c_{f,k}} \tag{6.30}$$

Da die spezifische Wärmekapazität im Allgemeinen temperaturabhängig ist, wurde sie für jeden Absorberstreifen individuell betrachtet. Unter der Annahme, dass sich die Temperaturen und damit die spezifischen Wärmekapazitäten beim Mischen der Fluide nur gering unterscheiden, gilt als Näherung

$$c_{f,i} = c_{f,j} = c_{f,k} \tag{6.31}$$

so dass sich Gleichung 6.30 reduziert zu

$$T_{in,fin,k} = \frac{\dot{m}_i \cdot T_{e,fin,i} + \dot{m}_j \cdot T_{e,fin,j}}{(\dot{m}_i + \dot{m}_j)} \tag{6.32}$$

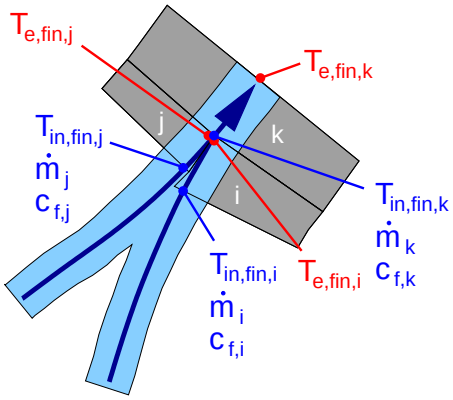


Abbildung 6.6: Fluidtemperaturen an einer Kanalvereinigung

Abbildung 6.7 zeigt exemplarisch die Verteilung der Fluidtemperatur eines Absorbers. Dabei entsprechen wiederum Höhe und Farbe der jeweiligen mittleren Fluidtemperatur des Absorberstreifens. Zu beachten ist, dass der gesamte Absorberstreifen – also nicht nur der Kanal – mit der jeweiligen Temperatur versehen wurde. In der Realität tritt zwischen Absorberrand und Fluidkanal zwangsläufig ein Temperaturgradient auf, der den Wärmetransport in das Fluid überhaupt erst ermöglicht. Lediglich bei $F' = 1$ wäre gemäß der Definition des Kollektorwirkungsgradfaktors nach [Frey95] und [Duffie91] die Absorbertemperatur gleich der lokalen Fluidtemperatur.

Zusätzlich zur grafischen Darstellung werden die Globalstrahlung, die Umgebungstemperatur, Ein- und Austrittstemperatur, mittlere Fluidtemperatur, der Quotient aus Temperaturdifferenz und Globalstrahlung, der Wirkungsgrad sowie der *effektive* Kollektorwirkungsgradfaktor ausgegeben:

```
Global solar irradiance: 1000.0 W/m²
Ambient temperature    : 293.15 K (20.00 °C)
Inlet temperature      : 323.15 K (50.00 °C)
Outlet temperature     : 333.25 K (60.10 °C)
Mean temperature       : 328.20 K (55.05 °C)
dT/G                   : 0.0351 Km²/W
Efficiency             : 0.607
Effective F'           : 0.969
```

Der Wirkungsgrad ergibt sich dabei gemäß den Gleichungen 6.9 und 6.10 als Quotient aus der tatsächlichen Nutzwärmeleistung und der Solarstrahlung auf die Absorberfläche. Aus Gleichung 6.13 kann schließlich ein *effektiver* Kollektorwirkungsgradfaktor berechnet werden. Er ist

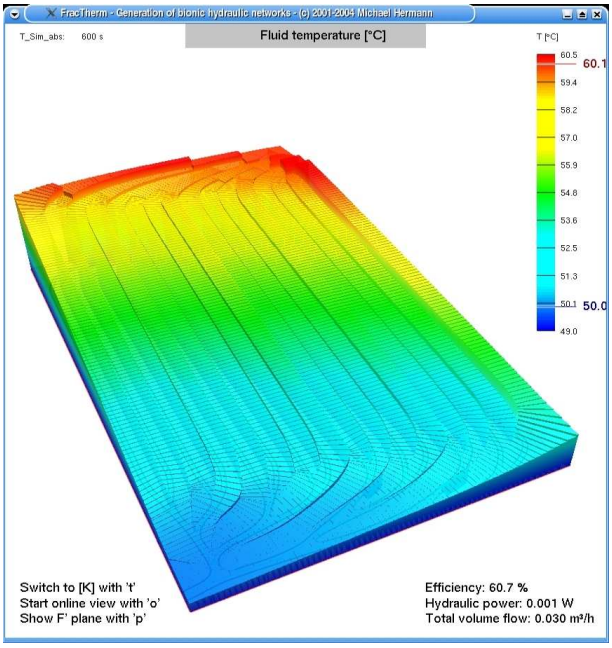


Abbildung 6.7: Verteilung der Fluidtemperatur

nicht identisch mit dem Flächenmittelwert aus Gleichung 6.20. Die Ursache dafür liegt in der Tatsache, dass sich die mittlere Fluidtemperatur und damit die Wärmeabgabe an die Umgebung kontinuierlich ändert. Die folgende Betrachtung mehrerer Absorberstreifen soll als Erklärung dienen:

Jeder Absorberstreifen k liefert entsprechend Gleichung 6.24 die tatsächliche Nutzwärmeleistung $\dot{Q}_{fin,k}$:

$$\dot{Q}_{fin,k} = F'_{fin,k} A_{fin,k} (\tau\alpha)_e G - F'_{fin,k} A_{fin,k} U_L (T_{m,fin,k} - T_a) \tag{6.33}$$

Die tatsächliche Nutzwärmeleistung des Gesamtabsorbers ergibt sich somit als Summe aller $\dot{Q}_{fin,k}$:

$$\dot{Q} = \sum_k \dot{Q}_{fin,k} \tag{6.34}$$

also

$$\dot{Q} = \sum_k \left(F'_{fin,k} A_{fin,k} \right) \cdot \left[(\tau\alpha)_e G + U_L T_a \right] - \sum_k \left(F'_{fin,k} A_{fin,k} T_{m,fin,k} \right) \cdot U_L \tag{6.35}$$

$\dot{Q}$ lässt sich gemäß Gleichung 6.13 aber auch schreiben als

$$\dot{Q} = F' A_A \left[(\tau\alpha)_e G - U_L(T_m - T_a)\right] \tag{6.36}$$

Damit folgt aus den Gleichungen 6.35 und 6.36 für F':

$$F' = \frac{\sum_k \left(F'_{fin,k} A_{fin,k}\right) \cdot \left[(\tau\alpha)_e G + U_L T_a\right] - \sum_k \left(F'_{fin,k} A_{fin,k} T_{m,fin,k}\right) \cdot U_L}{A_A \left[(\tau\alpha)_e G - U_L(T_m - T_a)\right]} \tag{6.37}$$

Würde für jeden Absorberstreifen anstatt der jeweiligen mittleren Fluidtemperatur $T_{m,fin,k}$ die mittlere Fluidtemperatur des *gesamten* Absorbers T_m verwendet, so ergäbe sich aus Gleichung 6.37 die bereits bekannte Gleichung 6.20:

$$F'_m = \frac{\sum_k \left(F'_{fin,k} A_{fin,k}\right)}{A_A} \tag{6.38}$$

Mit anderen Worten: Gleichung 6.20 gilt unter der vereinfachten Annahme konstanter thermischer Verluste – nämlich jener unter Verwendung der mittleren Fluidtemperatur des gesamten Absorbers – für alle Absorberstreifen. Somit ist der über die Fläche gemittelte Kollektorwirkungsgradfaktor F'_m eine erste Näherung; er unterscheidet sich auch nur unwesentlich vom genauer berechneten, effektiven F'.

Kapitel 7

Experimente

7.1 Fertigung von *FracTherm*-Strukturen

Die fraktalen Hydraulikstrukturen lassen sich aus *FracTherm* als DXF-Dateien exportieren. Dieses Format stellt einen Standard für CAD/CAM-Programme dar und kann daher zur weiteren Verarbeitung in diese Anwendungen importiert werden. Damit ist eine automatisierte Fertigung – beispielsweise durch Fräsen – möglich (Abbildung 7.1).

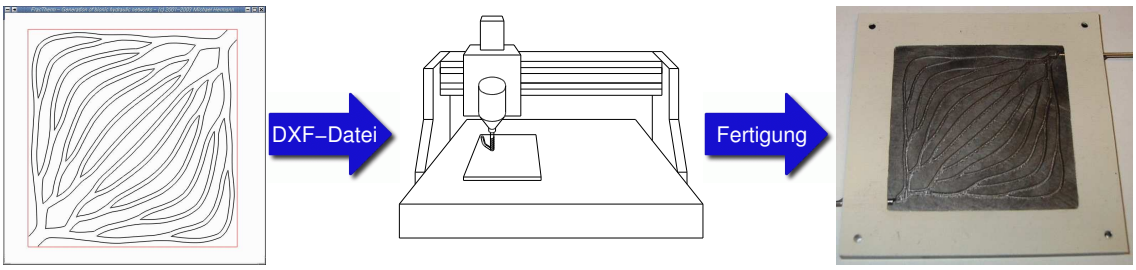


Abbildung 7.1: Exportieren von DXF-Dateien für computergestützte Fertigung

Auf diese Weise wurden Absorbermodelle für Durchströmungsexperimente mit Tinte hergestellt (Abbildung 7.2). Bei dem im Bild dargestellten Absorber handelt es sich um ein Plexiglasmodell im Maßstab 1:8 mit den Abmessungen 312,5 mm x 250 mm (dies würde einem Original der Abmessungen 2500 mm x 2000 mm entsprechen). Die Kanalbreiten wurden unter Verwendung des hydraulischen Durchmessers berechnet; die Struktur war in diesem Fall nicht hydraulisch abgeglichen.

Abbildung 7.2: Gefrästes Absorbermodell

7.2 Modelle

7.2.1 Durchströmungsversuche mit Tinte

An dem in Abbildung 7.2 dargestellten Absorbermodell wurden Durchströmungsexperimente durchgeführt. Bei diesen vorwiegend qualitativen Versuchen stand die Frage im Mittelpunkt, ob sich eine gleichmäßige Durchströmung erzielen lässt. Um dies beobachten zu können, wurden Experimente mit Tinte durchgeführt. Nachdem das Modell zunächst mit Wasser durchströmt worden war, wurde der Volumenstrom unterbrochen, im Zulaufschlauch eine gewisse Menge Tinte eingebracht und danach die Durchströmung fortgesetzt. Bei einzelnen Experimenten wurde der mittlere Volumenstrom durch Auslitern bestimmt. Die Experimente wurden teilweise als Film aufgezeichnet; in Anhang F.1 sind die entsprechenden Ergebnisse zu sehen.

Auf einige wichtige Beobachtungen soll in Abbildung 7.3 hingewiesen werden. So ist zunächst im Bild links oben (nach 3 Sekunden) deutlich die Ausprägung eines laminaren Profils der

Tinte zu erkennen (parabelförmiges Strömungsprofil). Dabei fällt eine Asymmetrie des Profils insbesondere an den Rändern auf (Pfeile); das Geschwindigkeitsmaximum hat sich in Richtung der Pfeilspitzen verschoben. Dies bedeutet, dass die nachfolgenden Verzweigungen dementsprechend ungleichmäßig angeströmt werden, was sich auf die jeweiligen Volumenströme auswirkt (Bild rechts oben, nach 4 Sekunden). Ähnliches ist in den unteren Bildern (nach 17 bzw. 21 Sekunden) zu erkennen: Als wieder Wasser einströmt, tritt innerhalb der Kanäle eine Trennung von Wasser und Tinte auf.

Abbildung 7.4 zeigt in den oberen Bildern das Wandern der Tintenfront im Absorbermodell. Prinzipiell verteilt sich das Fluid auf sämtliche Kanäle, jedoch ist im Bild rechts oben im Bereich des Fluidein- und -austritts eine ungleichmäßige Färbung zu erkennen, was auf unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten hinweist. Insbesondere das Bild links unten verdeutlicht, dass die Tinte, die durch die innen liegenden Kanäle strömt, den Austrittspunkt zuerst erreicht (Pfeile). Im Bild rechts unten soll insbesondere auf die Anströmung der ersten Verzweigung sowie die Verteilung der Tinte auf die Kanäle hingewiesen werden.

Bei den Experimenten wurden meist sehr geringe Volumenströme eingestellt, die zu deutlich laminarer Strömung führten (beispielsweise wurde in einem Versuch der Volumenstrom durch Auslitern zu $\dot{V} = 0,011 \frac{l}{min}$ bestimmt, was im ersten Kanalstück einer REYNOLDS-Zahl von $Re \approx 59$ entspricht).

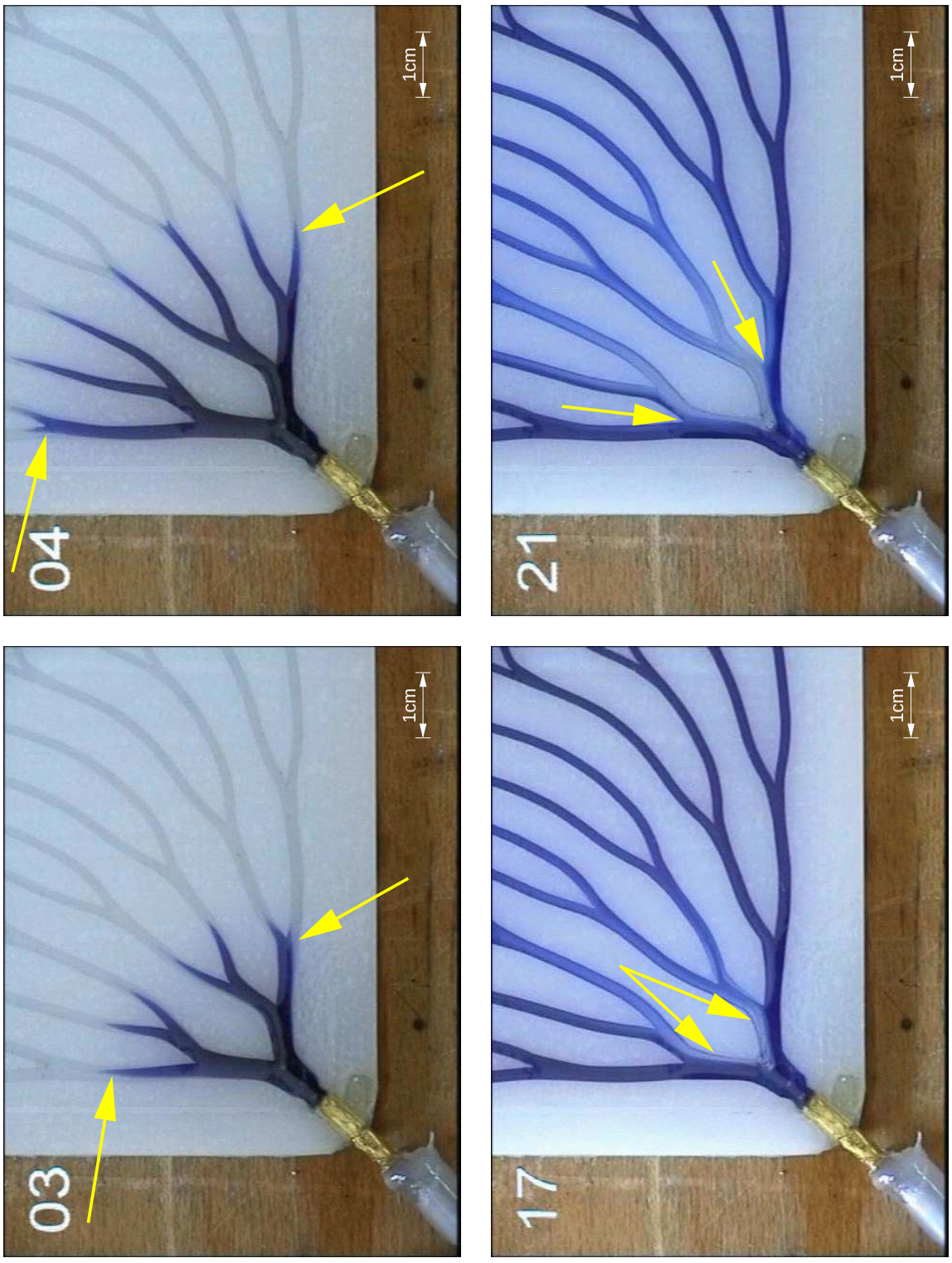


Abbildung 7.3: Strömungseffekte an den Verzweigungen

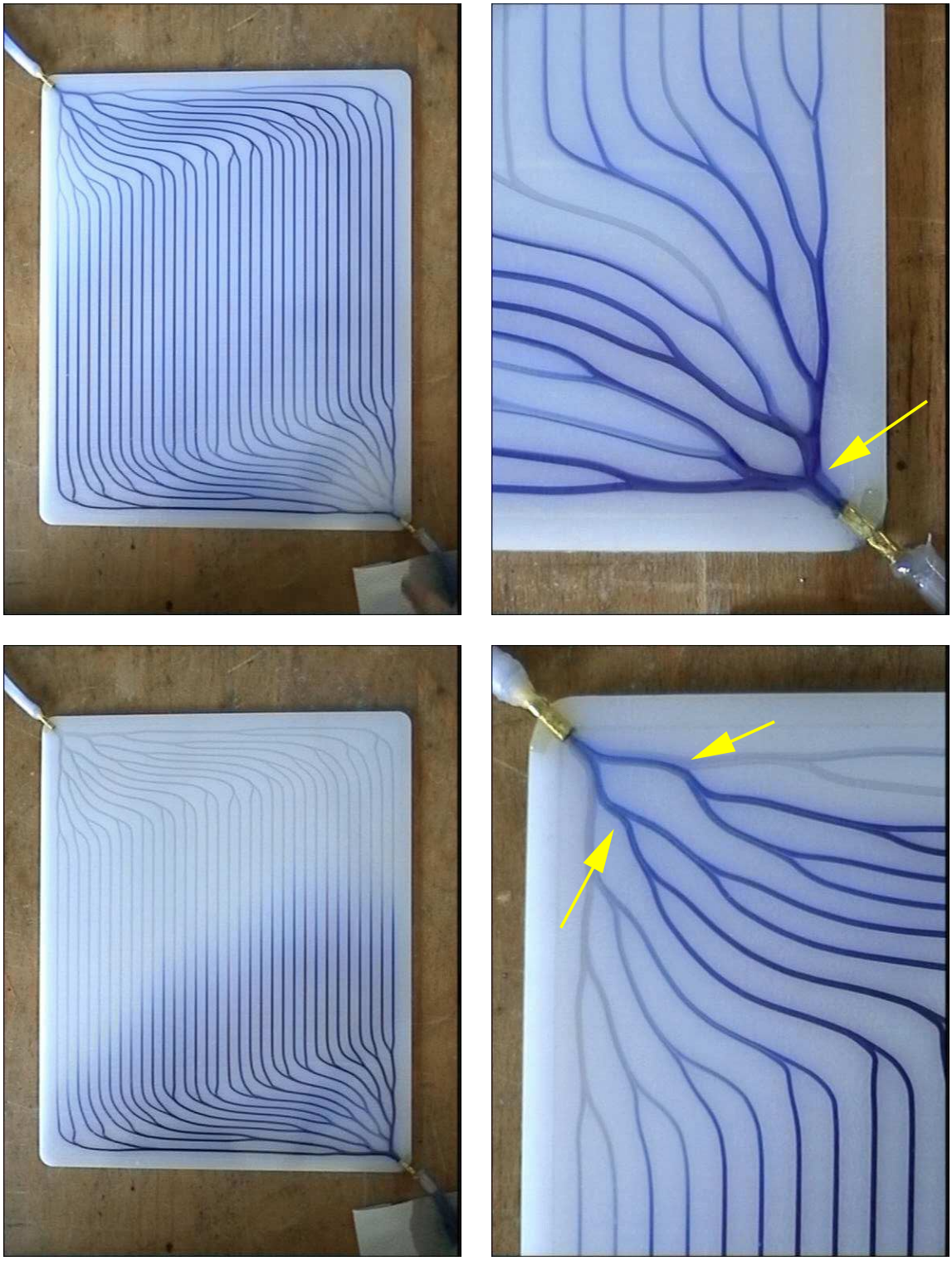


Abbildung 7.4: Durchströmungsversuche

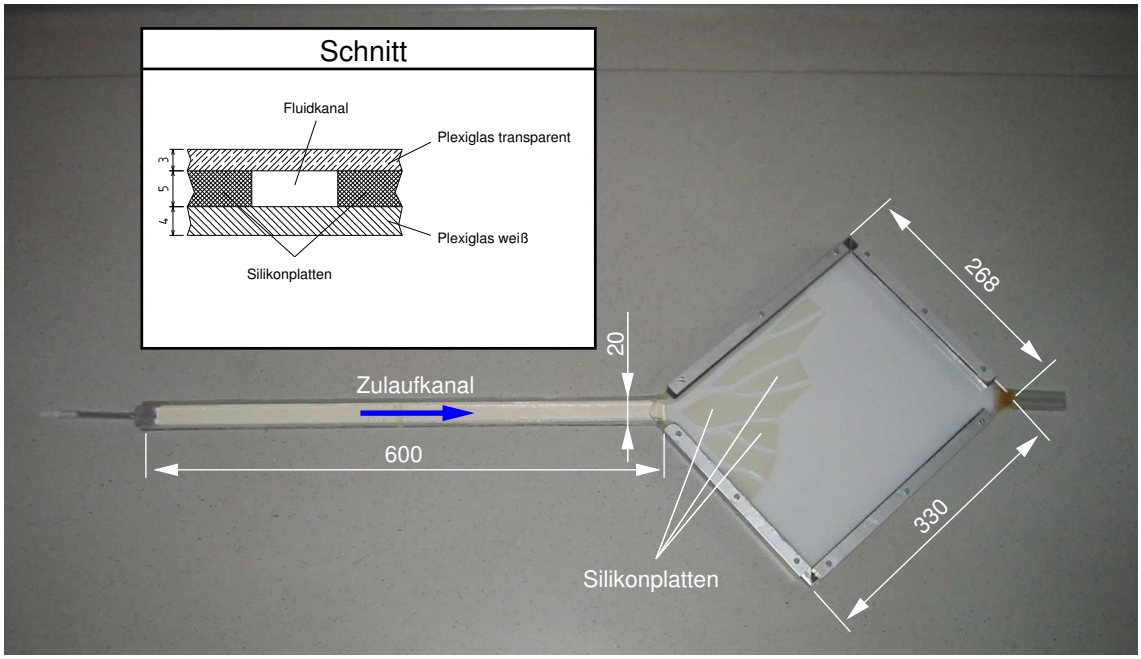


Abbildung 7.5: Versuchsaufbau zur Untersuchung der Strömung an Verzweigungen

Um Strömungsphänomene an Verzweigungen besser untersuchen zu können, wurde der in Abbildung 7.5 dargestellte Versuchsaufbau konstruiert. Die Begrenzung der Fluidkanäle wird durch 5 mm starke Silikonplatten gebildet, die sich zwischen einer Grundplatte aus weißem und einer Abdeckplatte aus transparentem Plexiglas befinden (Schnittzeichnung in Abbildung 7.5). Eine Klemmvorrichtung an den Rändern sorgt für die nötige Anpresskraft, wodurch auch Kurzschlüsse zwischen den Kanälen verhindert werden. Um eine ausgebildete Strömung zu erhalten, wurde der rechteckige Zulaufkanal (20 mm x 5 mm) entsprechend lang gestaltet. Der Aufbau weist durch die einfache Demontierbarkeit eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Untersuchung unterschiedlicher Geometrien auf.

Die oben beschriebene asymmetrische Verteilung der Tinte findet sich auch bei den Versuchen im größeren Maßstab wieder (Absorbermodell: M 1:8, Versuchsaufbau: M 1:2). In Abbildung 7.6 ist klar zu erkennen, dass die Tinte das Bestreben hat, ihre Strömungsrichtung beizubehalten. Durch das Anströmen der nachfolgenden Verzweigungen mit einem asymmetrischen Strömungsprofil entstehen in den Kanälen unterschiedliche Volumenströme, was eigentlich vermieden werden sollte. Dies wird auch aus den Teilabbildungen 3-6 deutlich, die eine Gesamtansicht des Versuchsaufbaus zeigen: Die Größe der spindelförmigen Tintenbereiche nach dem Austritt aus dem jeweiligen Kanal sind im mittleren Bereich größer als am Rand. Abbildung 7.7 zeigt einen zweiten Versuch, bei dem sich die oben beschriebenen Phänomene bestätigen.

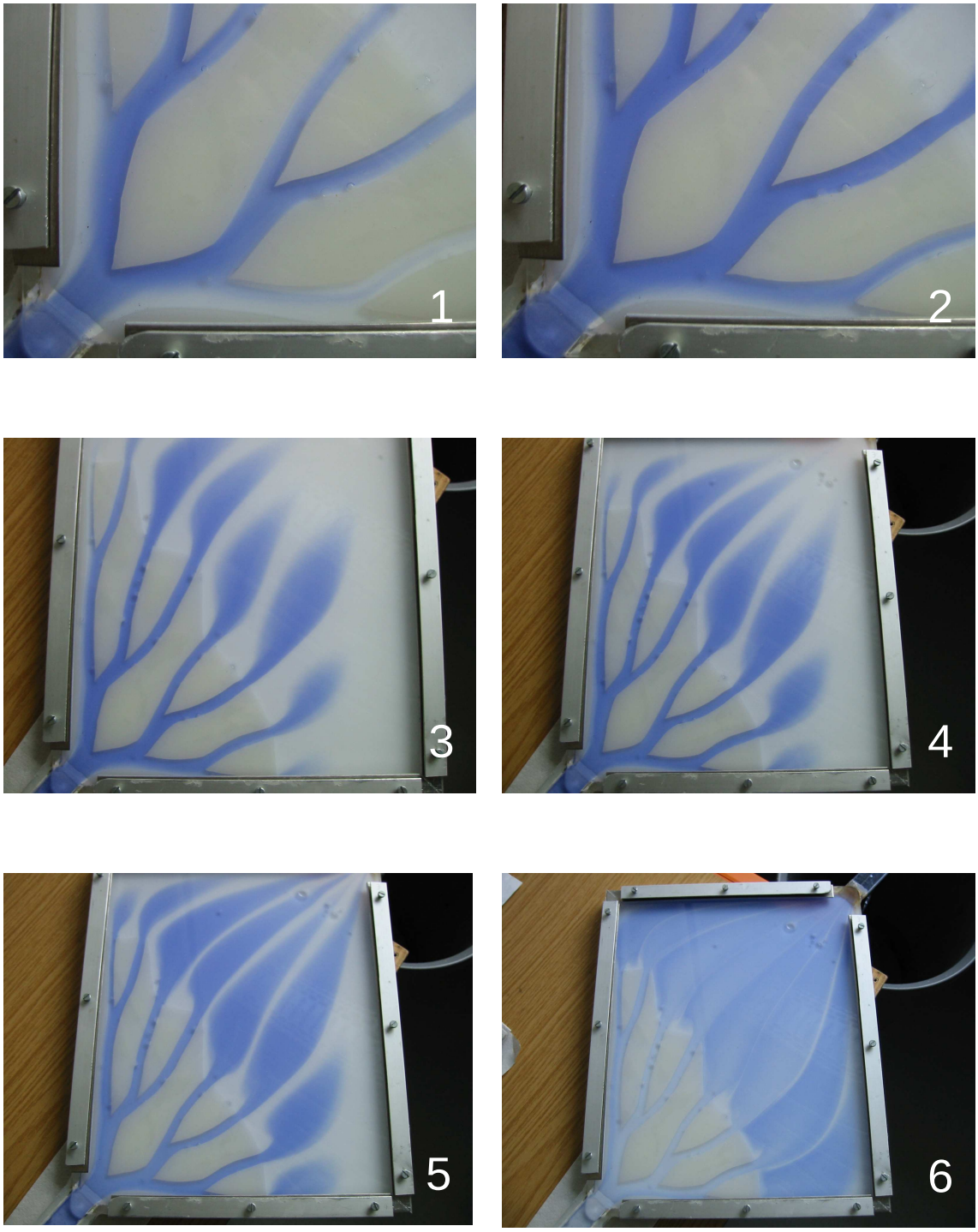


Abbildung 7.6: Durchströmung an Verzweigungen I

Abbildung 7.7: Durchströmung an Verzweigungen II

7.2.2 Thermografieaufnahmen

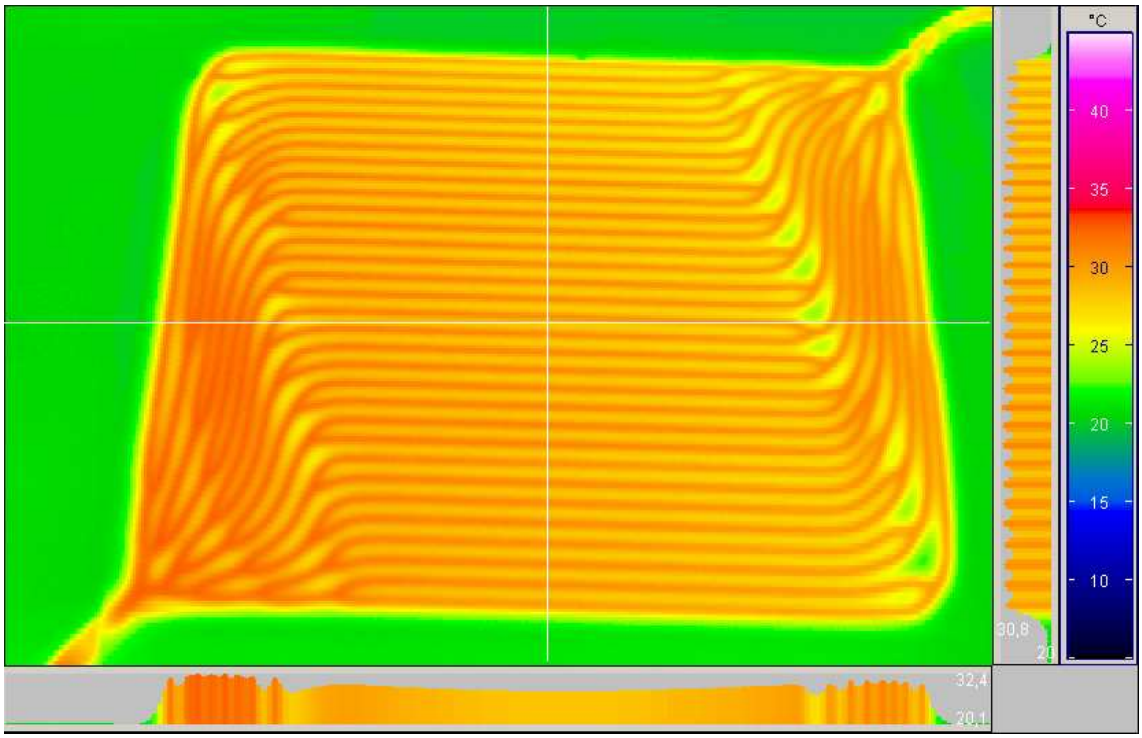


Abbildung 7.8: Thermografieaufnahmen am Absorbermodell

Von dem bereits bekannten Absorbermodell wurden Thermografieaufnahmen angefertigt, um einen qualitativen Eindruck der Volumenstromverteilung und der damit verbundenen thermischen Effizienz zu erhalten (Abbildung 7.8). Dazu wurde der Absorber zunächst mit kaltem, anschließend mit warmem Wasser durchströmt. Während der Aufheizphase wurden Thermografiebilder im Abstand von ca. 5 Sekunden aufgenommen. Die Thermografiesequenz ist in Anhang F.2 dargestellt. Danach wurde der aufgeheizte Absorber wiederum mit kaltem Wasser durchströmt und die Abkühlphase erneut in Form einer Sequenzaufnahme festgehalten.

Da die Thermografiekamera nicht direkt Temperaturen messen kann, sondern die ankommende Infrarotstrahlung erfasst und hieraus erst die Temperaturen berechnet, ist es notwendig, den Emissionsgrad ε der zu untersuchenden Oberfläche zu kennen. Er kann in der Kamera bzw. in der Auswertesoftware eingegeben werden. Ein niedriger Wert von ε sollte jedoch generell möglichst vermieden werden, weil mit ihm automatisch ein höherer Reflexionsgrad ρ einhergeht, wenn man davon ausgeht, dass das Objekt für den infraroten Wellenlängenbereich nicht transparent ist (wie bei dem hier untersuchten Gegenstand). Mit einem größeren ρ ist auch zunehmend mit re-

flektierter Störstrahlung aus der Umgebung zu rechnen (z. B. von Lampen oder anderen warmen Objekten). Im Idealfall sollte daher $\varepsilon = 1$ sein (schwarzer Strahler). Eine in der Thermografie übliche Methode bei der Untersuchung reflektierender Objekte ist das Abkleben der Oberfläche mit einem Kreppband ($\varepsilon \approx 1$). Aufgrund der geringen Dicke ist der zusätzliche thermische Widerstand vernachlässigbar, und wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit ist Wärmetransport in Querrichtung nahezu nicht gegeben. Auch das Absorbermodell wurde vor den Messungen mit Kreppband abgeklebt.

In Abbildung 7.9 ist ein Thermografiebild aus Abbildung F.3 (Anhang F.2) sowie ein Temperaturprofil entlang eines Schnitts in der Absorbermitte (weiße Linie) im zeitlichen Verlauf (mit zunehmender Zeit nach hinten) dargestellt. Neben der Welligkeit des Profils, die durch das abwechselnde Auftreten von wärmeren Kanälen und kälterem Plexiglas bedingt ist, fällt auf, dass die Temperatur entlang des Schnitts nahezu konstant ist, und dies während der gesamten Aufheizphase. Diese Ergebnisse deuten auf eine recht gleichmäßige, hohe thermische Effizienz hin.

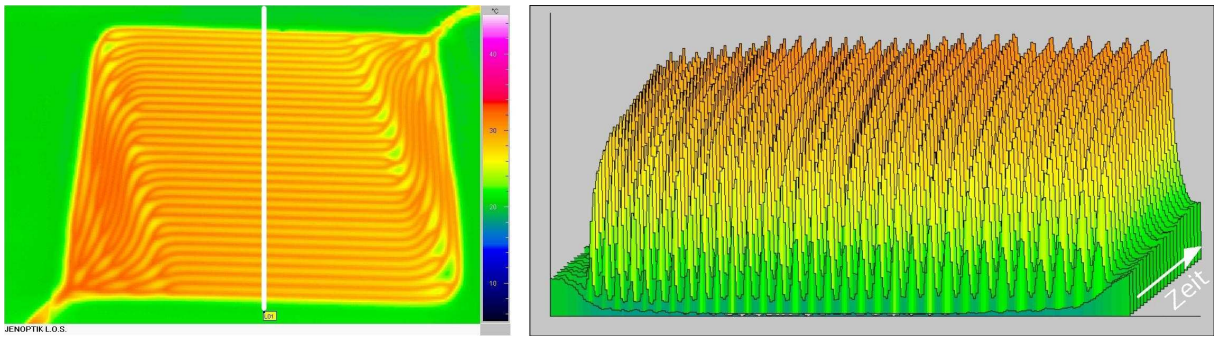


Abbildung 7.9: Thermografieaufnahme und Temperaturprofil im zeitlichen Verlauf

7.2.3 Diskussion

In Kapitel 7.2.1 wurde auf die Asymmetrie des laminaren Strömungsprofils hingewiesen. Diese hat ihre Ursache vermutlich in der Ausbildung von Sekundärströmungen in gekrümmten Kanälen. In [Weigand00] werden die Strömungsvorgänge in der Verzweigung der menschlichen Halsschlagader untersucht. Auch dort treten diese Asymmetrien auf. Als Ursache wird die Bildung eines so genannten DEANschen Wirbelpaares (Abbildung 7.10) genannt. Diese Wirbelpaare entstehen in gekrümmten Kanälen durch ein Ungleichgewicht zwischen Impuls- und Druckkräften in der Grenzschicht. In Krümmern ensteht ein nach außen gerichteter Druckanstieg aufgrund der Zentrifugalkräfte. Im Bereich der Grenzschicht an der Außenwand (in der Abbildung rechts), wo

die wandnahen Strömungsgeschwindigkeiten gering sind, ensteht jedoch ein Ungleichgewicht zwischen Impuls- und Druckkräften, so dass die herrschenden Druckverhältnisse zu einer Strömung entlang der Wände oben und unten in Richtung Innenwand (in der Abbildung links) führen. Aus Kontinuitätsgründen entsteht dementsprechend in der Kanalmitte eine nach außen gerichtete Strömung. Auf diese Weise bildet sich das in Abbildung 7.10 dargestellte DEANsche Wirbelpaar, das zu einer Verschiebung des Geschwindigkeitsmaximums zur Außenwand hin führt. Somit sind auch die beobachteten Strömungsphänomene in Abbildung 7.3 zu erklären: Im Bild oben links beschreibt der Strömungspfad der Tinte, die sich im Bereich des linken Pfeils befindet, eine Krümmung nach links; dementsprechend tritt eine Verschiebung des Geschwindigkeitsmaximums nach rechts auf, was man im Bild bestätigt findet. Entsprechendes gilt für den Bereich des unteren Pfeils.

Auch die separaten Durchströmungsversuche an Verzweigungen in größerem Maßstab zeigen die Problematik der asymmetrischen Strömungsprofile auf. Mit dem flexiblen Versuchsaufbau ist es mit überschaubarem Aufwand möglich, Veränderungen der Verzweigungsgeometrie durchzuführen und ihren Einfluss auf die Strömung zu untersuchen.

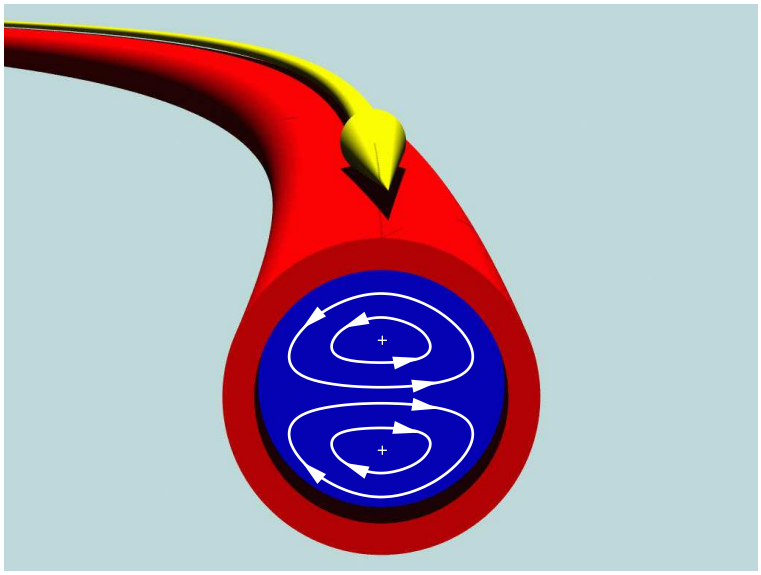


Abbildung 7.10: Sekundärströmung in gekrümmten Kanälen (DEANsches Wirbelpaar)

Unabhängig von Sekundärströmungseffekten muss auch bedacht werden, dass bereits die erste Verzweigung von einem Profil angeströmt wird, dessen Geschwindigkeit von der Mitte zum Rand hin bis auf 0 abnimmt (vgl. Abbildung 7.11; lediglich bei einem idealisierten Kolbenprofil wäre das nicht der Fall). Dadurch werden die Bereiche in der Nähe der inneren Kanalwände, also

der linken Wand im rechten Kanal bzw. der rechten Wand im linken Kanal, mit einer höheren Strömungsgeschwindigkeit beaufschlagt, so dass sich allein dadurch ein asymmetrisches Strömungsprofil ergeben muss. Bei ausreichender Kanallänge und vernachlässigbarer Krümmung in den Zweigen würden sich zwar wieder symmetrische Profile einstellen; da die Verzweigungen jedoch recht dicht aufeinander folgen, muss davon ausgegangen werden, dass die Strecken zwischen ihnen nicht dafür ausreichen und nachfolgende Verzweigungen daher mit den asymmetrischen Profilen angeströmt werden. Insofern wird eine Aufgabe zukünftiger Arbeiten darin bestehen, die Verzweigungsgeometrie an diese Gegegebenheiten anzupassen, um dennoch eine gleichmäßige Volumenstromverteilung zu erreichen.

Aufgrund dieser Erkenntnisse ist es für die weitere Forschung notwendig, die Strömungsvorgänge an den einzelnen Verzweigungen noch detaillierter zu untersuchen. Offenbar macht nicht nur die Unkenntnis der ζ-Werte möglichst genaue Simulationen mit CFD (*Computational Fluid Dynamics*) notwendig, sondern auch die beschriebene kontinuierliche Änderung der Strömungsprofile, zumal diese Effekte durch die eindimensionalen Simulationen aus Kapitel 5 nicht erfasst werden. Für ein genaues Verständnis der Strömungsvorgänge ist es also zwingend notwendig, die Strömungsphänomene an diversen Verzweigungen sowohl simulationstechnisch als auch experimentell genauer zu untersuchen, weil eine Berechnung ohne deren Kenntnis zu falschen Ergebnissen führt.

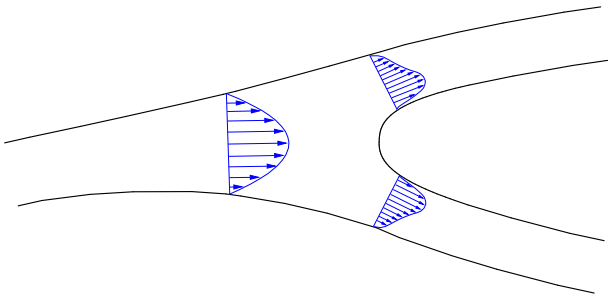


Abbildung 7.11: Strömungsprofile vor und nach einer Verzweigung (qualitativ)

Im Hinblick auf die Durchströmungsuntersuchungen mit Tinte ist ein wichtiger Aspekt zu berücksichtigen: Es wäre falsch zu glauben, die Tinte solle möglichst aus allen Kanälen gleichzeitig am Fluidaustritt eintreffen, wenn eine gleichmäßige Durchströmung gefordert ist. Bei gleichmäßiger Volumenstromverteilung sind die Geschwindigkeiten bei Kanälen unterschiedlicher Länge nämlich mitnichten identisch. Dies gilt sowohl im nicht hydraulisch abgeglichenen wie im abgeglichenen Fall:

Sind unterschiedlich lange Kanäle einer Iterationsstufe *nicht hydraulisch abgeglichen*, so sind

ihre Durchmesser gleich, die Volumenströme und damit die Geschwindigkeiten der längeren Kanäle jedoch geringer. Damit treten in den *längeren Kanälen* also die *geringeren Geschwindigkeiten* auf, was dazu führt, dass das Fluid in den langen Kanälen deutlich verzögert am Ende ankommt.

Im Falle der *hydraulisch abgeglichenen* Kanäle sind die Volumenströme gleich, die Durchmesser jedoch in den längeren Kanälen größer. Damit treten wiederum in den *längeren Kanälen* die *geringeren Geschwindigkeiten* auf, was auch hier dazu führt, dass das Fluid in den langen Kanälen später ankommt.

Obwohl die Versuche mit Tinte eher die Gefahr einer insgesamt ungleichmäßigen Durchströmung nahe legen, konnte dies bei der Thermografie nicht erkannt werden. Sie zeigte vielmehr eine gleichmäßige Aufheizung, was für eine recht gute thermische Effizienz spricht. Dies zeigt, dass Detailbetrachtungen der Strömung und – eher pragmatische – Gesamtbetrachtungen des Absorbers parallel durchgeführt werden sollten, damit einerseits die relevanten Strömungseffekte bekannt und verstanden sind und sie andererseits bezüglich ihrer Auswirkungen stets im Gesamtkontext betrachtet werden.

7.3 Testabsorber

7.3.1 Rollbond-Verfahren

Nach dem derzeitigen Stand der Technik werden bei der Herstellung von Solarabsorbern für Flachkollektoren in der Regel Kupferrohre an bereits beschichtete Absorberbleche aus Kupfer oder Aluminium gelötet oder geschweißt (meist durch Ultraschall- oder Laserschweißen). Bei Harfenabsorbern werden größere Rohre als Sammelkanäle verwendet, die mit den parallelen Steigrohren verbunden werden. Aufgrund der komplexen Geometrie der fraktalen Hydraulikstrukturen und der Änderung des Querschnitts in jeder Iterationsstufe scheiden jedoch die meisten dieser heute üblichen Fertigungsmethoden aus. Als geeignet und gleichzeitig wirtschaftlich sehr interessant erweist sich hingegen das so genannte *Rollbond-Verfahren* (Abbildung 7.12). Bei diesem Verfahren werden zwei Bleche, in der Regel aus Aluminium, erhitzt und aufeinandergewalzt, nachdem zuvor die gewünschte Kanalstruktur mit einem Trennmittel (z. B. Graphit) auf eines der Bleche aufgedruckt wurde. Durch den Walzprozess verschweißen die Bleche vollflächig außer an den Stellen, an denen zuvor das Trennmittel aufgebracht wurde. Nach einem anschließenden Anlassprozess werden die verschweißten Bleche bei ca. 100-150 bar “aufgeblasen”, so dass die gewünschten Kanäle entstehen. Abbildung 7.13 zeigt einen Querschnitt eines

so gefertigten Rollbond-Bauteils. Da Kanäle und Absorberblech eine Einheit bilden, ist die Wärmeübertragung bei diesen Absorbern sehr gut. Bei Blech-Rohr-Konstruktionen dagegen kann die Güte der Verbindungsstelle limitierend hinsichtlich der Wärmeübetragung sein. Ein weiterer Vorteil des Rollbond-Verfahrens besteht darin, dass eine Vergrößerung der Kanalanzahl, die sich positiv auf die thermische Effizienz auswirkt, oder ein alternativer Entwurf des Kanalnetzwerks wie beim *FracTherm*-Absorber zu keiner Kostenerhöhung führt. Somit ist also eine Optimierung der Kanalstruktur im Gegensatz zu Blech-Rohr-Konstruktionen ohne Mehrkosten möglich.

Das Rollbond-Verfahren wird heutzutage insbesondere zur Fertigung von Verdampfern für Kühlschränke eingesetzt. Pro Jahr werden mehrere Millionen solcher Elemente hergestellt. Jedoch wurde das Verfahren auch bereits in den 70er Jahren zur Produktion von Solarabsorbern eingesetzt. Bei diesen Absorbern traten teilweise Korrosionsprobleme auf, was vermutlich einer der Hauptgründe dafür ist, dass Rollbond-Solarabsorber weitgehend vom Markt verschwunden sind. Jedoch wird auch berichtet, dass die Korrosionsproblematik beherrschbar ist, sofern die Zufuhr von Luftsauerstoff vermieden wird (d. h. nur geschlossene Kollektorkreise), Werkstoffpaarungen geeignet gewählt werden und im Wärmeträgermedium entsprechende Korrosionsinhibitoren eingesetzt werden. Unter diesen Randbedingungen scheint eine Renaissance dieser Absorberbauart durchaus vielversprechend zu sein.

Um die *FracTherm*-Struktur mit üblichen seriellen und parallelen Kanalanordnungen vergleichen zu können, wurden drei Rollbond-Testabsorber (jeweils 590 mm x 1000 mm) entworfen und von der französischen Firma *Alcan Rollbond* (früher *Pechiney Rhenalu Chambéry*) aus Aluminium gefertigt (Abbildung 7.14). Diese Größe wurde gewählt, weil die Fertigungsbreite eingeschränkt war und gleichzeitig aber das Seitenverhältnis typischer Absorber beibehalten werden sollte. Um die Kanalstrukturen miteinander vergleichen zu können, wurden identische Kanalbreiten (Breite der letzten Iterationsstufe des *FracTherm*-Absorbers) und -abstände gewählt. Die Kanalbreiten des *FracTherm*-Absorbers wurden über den gleichwertigen Durchmesser berechnet. Beim Harfenabsorber wurden die Sammelkanäle von *Alcan Rollbond* gestuft gestaltet, wie dies bei Rollbond-Bauteilen üblich ist, um eine gleichmäßigere Volumenstromverteilung zu erreichen. Die im Bild erkennbaren punktförmigen Bereiche innerhalb der Sammelkanäle sind aus Stabilitätsgründen notwendig; dort sind die Bleche miteinander verschweißt.

7.3.2 Absorberbeschichtung

Solarabsorber nach dem Stand der Technik sind in der Regel nicht einfach mit einem schwarzen Lack beschichtet, sondern weisen üblicherweise so genannte *"spektralselektive Beschichtungen"* auf, um die Effizienz zu erhöhen (Abbildung 7.15). Dabei macht man sich zunutze, dass

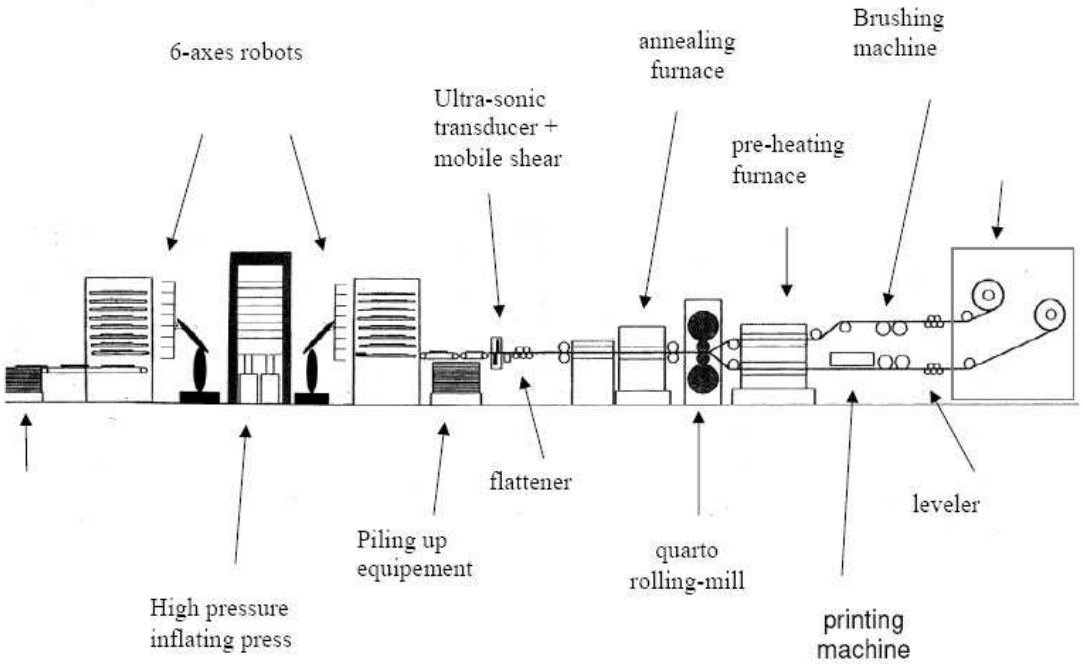


Abbildung 7.12: Schema einer Rollbond-Produktionsanlage *(Quelle: Alcan Rollbond, Chambéry, Frankreich)*

die Solarstrahlung ein Intensitätsmaximum bei ca. 0,5 μm besitzt (schwarzer Strahler bei ca. 5800 K), während das Intensitätsmaximum der Wärmestrahlung eines schwarzen Strahlers bei z. B. 100 $°C$ bei etwa 7,8 μm liegt. Ein schwarz lackierter Absorber besitzt im gesamten Wellenlängenbereich einen hohen Absorptionsgrad α bzw. Emissionsgrad ε (diese sind bei gleicher Wellenlänge und gleicher Temperatur nach KIRCHHOFF identisch, d. h. $\alpha(\lambda, T) = \varepsilon(\lambda, T)$), oder anders ausgedrückt einen niedrigen Reflexionsgrad ρ. Somit sind auch die Abstrahlungsverluste des Absorbers bei einer Temperatur zwischen üblicherweise 50 $°C$ und 100 $°C$ hoch. Ein selektiver Absorber weist hingegen einen niedrigen Reflexionsgrad (d. h. hohen Absorptionsgrad) im Wellenlängenbereich des Sonnenspektrums und einen hohen Reflexionsgrad (d. h. niedrigen Emissionsgrad) im Wellenlängenbereich der Wärmestrahlung des Absorbers auf. Auf diese Weise können die thermischen Verluste eines Sonnenkollektors reduziert und insgesamt höhere Temperaturen erreicht werden. Für gute selektive Schichten, wie sie in Solarabsorbern nach dem Stand der Technik verwendet werden, gilt $\alpha \approx 95\,\%$ und $\varepsilon \approx 5\,\%$.

Im Hinblick auf die Messungen der Testabsorber interessierten nicht die kompletten Wirkungsgradkennlinien, sondern lediglich die Kollektorwirkungsgradfaktoren F' im Vergleich. Aus diesem Grund waren die thermischen Verluste nicht relevant, so dass für diese Messungen ein

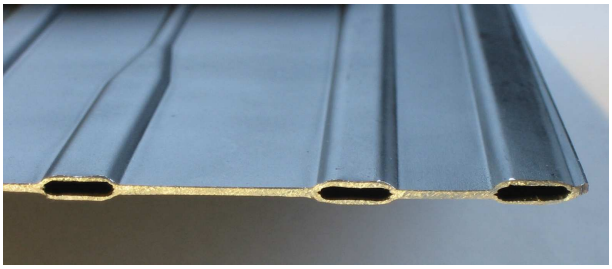


Abbildung 7.13: Querschnitt eines Rollbond-Bauteils

Abbildung 7.14: Rollbond-Testabsorber (jeweils 590 mm x 1000 mm; noch unbeschichtet)

Solarlack mit $\alpha \approx 96,2\,\%$ (gemessen) und $\varepsilon \approx 86\,\%$ (laut Datenblatt) verwendet werden konnte. Der hohe Emissionsgrad war in diesem Fall sogar von Vorteil, weil auch Thermografieaufnahmen geplant waren und ε dafür möglichst hoch sein sollte. Drei weitere Absorber wurden jedoch nach den Versuchen auch mit einer spektralselektiven Beschichtung versehen; diese wurde durch "Sputtern" (Kathodenzerstäubung) am Fraunhofer ISE aufgebracht. Abbildung 7.16 zeigt einen mit Solarlack und einen selektiv beschichteten *FracTherm*-Absorber. Die raue Oberfläche des linken Absorbers wurde durch Luftbläschen hervorgerufen, die sich beim Auftragen des Solarlacks mit einer Farbrolle gebildet hatten. Ihr Einfluss auf die Messungen ist jedoch irrelevant.

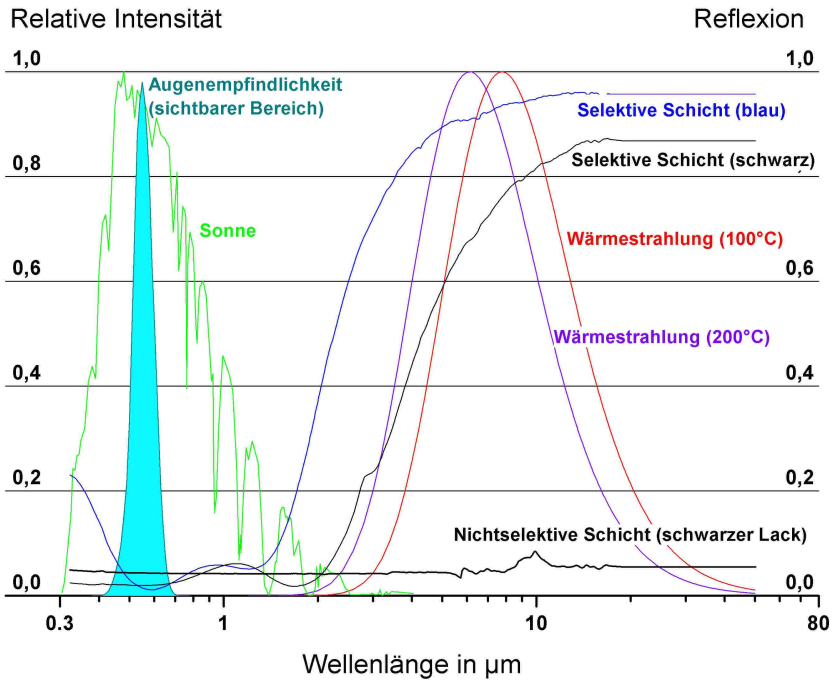


Abbildung 7.15: Zur Funktionsweise selektiver Absorberschichten *(Quelle: Fraunhofer ISE)*

7.3.3 F'-Messungen

Um die unterschiedlichen Absorberkonzepte hinsichtlich ihrer thermischen Effizienz vergleichen zu können, wurden Messungen des Kollektorwirkungsgradfaktors F' durchgeführt. Diese Messungen wurden mit Hilfe des Solarsimulators des Fraunhofer ISE durchgeführt. Diese Variante wurde den Outdoor-Messungen vorgezogen, weil der Simulator reproduzierbare Randbedingungen **(**z. B. Strahlungstemperatur des Himmels, Umgebungstemperatur, Wind) liefert, die bei realen Bedingungen am Freilufttteststand nie garantiert werden können. Die Absorber wurden nacheinander in das gleiche Kollektorgehäuse eingebaut und vermessen. Abbildung 7.17 zeigt einen Schnitt durch den Kollektor sowie den Testkollektor im Solarsimulator. Nach den Messungen wurde festgestellt, dass der Absorber falsch eingebaut und daher “rückwärts”, also entgegen der ursprünglich vorgesehenen Strömungsrichtung, durchströmt worden war (aufgrund des Algorithmus ist die Struktur nicht punktsymmetrisch zum Mittelpunkt). Es wird jedoch davon ausgegangen, dass der Einfluss auf das Ergebnis minimal ist.

Die eigentliche Messgröße war der Konversionsfaktor η_0, aus dem sich schließlich F' aus Gleichung 6.17 berechnen ließ. Für die Glasscheibe wurde ein für Weißglas üblicher Transmis-

Abbildung 7.16: Beschichtete *FracTherm*-Absorber; links: Solarlack, rechts: selektive Beschichtung

sionsgrad von $\tau = 90\,\%$ angenommen. Abbildung 7.18 zeigt die Ergebnisse für einen Massenstrom von 30 $\frac{kg}{h}$ (50,8 $\frac{kg}{m^2h}$) bzw. 50 $\frac{kg}{h}$ (84,7 $\frac{kg}{m^2h}$). Die Balken "Mittelwert" beziehen sich dabei auf den Mittelwert mehrerer gültiger Messpunkte, "Endwert" auf den zeitlich letzten Messpunkt einer Messreihe. Generell muss darauf hingewiesen werden, dass die Messfehler aufgrund der geringen Absorbergröße höher als bei Standardmessungen am Markt verfügbarer Sonnenkollektoren gewesen sein dürften, weil z. B. auch der Soll-Massenstrom ensprechend gering und somit auch schwieriger zu regeln war.

Es wird deutlich, dass grundsätzlich sehr hohe F'-Werte erreicht werden (übliche Absorber in Blech-Rohr-Ausführung liegen nach [Frey95] zwischen 0,81 und 0,97). Die Ursache liegt vor allem in den Kanalabständen, die bei den Testabsorbern deutlich geringer gewählt wurden als bei üblichen Blech-Rohr-Konstruktionen. Der serielle Absorber weist bei 30 $\frac{kg}{h}$ einen höheren Wert auf als die parallele Variante und der *FracTherm*-Absorber. Dies ist plausibel, wenn man bedenkt, dass das gesamte Fluid durch *einen* Kanal strömt und die REYNOLDS-Zahl und damit der Wärmeübergangskoeffizient α dementsprechend hoch ist (nach Berechnungen mehr als viermal so hoch wie bei paralleler Strömung). Die Unterschiede bei 50 $\frac{kg}{h}$ sind allerdings allein über den Wärmeübergangskoeffizienten nicht erklärbar; bei serieller Durchströmung wird er noch einmal nahezu verdoppelt (Übergang zu turbulenter Strömung), während sich die Werte beim parallelen Absorber und beim *FracTherm*-Absorber gegenüber 30 $\frac{kg}{h}$ nur unwesentlich erhöhen (nach wie vor laminare Strömung). Insofern ist der Anstieg von F' um etwa 3 Prozentpunkte sowohl beim Parallel- als auch beim *FracTherm*-Absorber nicht nachvollziehbar; als Ursache wäre allerdings noch eine Ungleichmäßigkeit der Durchströmung denkbar. Allerdings sprechen die

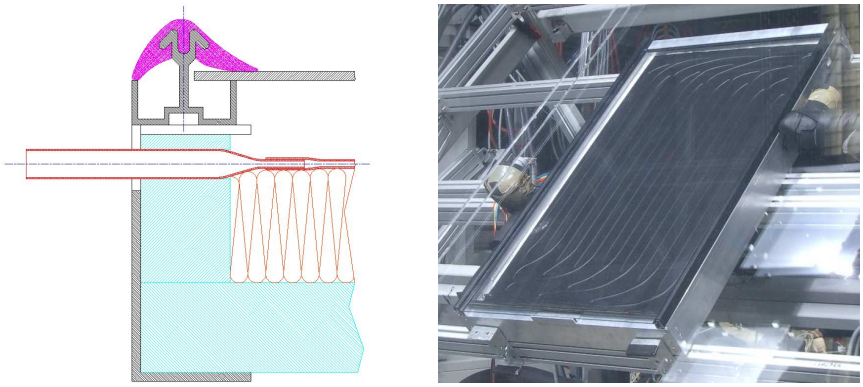


Abbildung 7.17: Links: Schnitt durch den Testkollektor; Rechts: Testkollektor im Solarsimulator des Fraunhofer ISE

Balken dann dafür, dass in beiden Fällen eine deutliche – und etwa gleiche – Verbesserung der Gleichmäßigkeit durch die Massenstromerhöhung erreicht wurde. *FracTherm*-Simulationen ergeben jedoch lediglich einen massenstrombedingten F'-Anstieg um ca. 0,2 Prozentpunkte. Es ist auch unwahrscheinlich, dass die Unterschiede durch Luft im Absorber hervorgerufen wurden, weil die Absorber vor den Messungen zur Entlüftung mit hohen Massenströmen durchströmt worden waren. Die absoluten Messfehler an den Kollektorteständen des Fraunhofer ISE betragen bei η_0-Messungen üblicherweise ca. ± 2 Prozentpunkte. Der oben diskutierte Vergleich zwischen Messergebnissen bei unterschiedlichen Massenströmen betrifft jedoch nur die Volumenstrommessung, deren Messunsicherheit allein betrachtet geringer ist (die anderen Parameter wurden nicht verändert). Zur Kontrolle werden die Volumenströme mit zwei in Reihe geschalteten Messgeräten unterschiedlichen Messprinzips (magnetisch induktiv bzw. nach dem CORIOLIS-Prinzip) ermittelt; die relative Abweichung zwischen diesen Werten lag bei den Messungen meist im Bereich von $\pm 1\,\%$. Dennoch ist nicht auszuschließen, dass sich die geringe Absorbergröße insgesamt negativ auf die Messgenauigkeit ausgewirkt hat. Für zukünftige Arbeiten sind daher vor allem größere Testabsorber anzustreben, mit denen Messungen unter üblichen Betriebsbedingungen möglich sind.

7.3.4 Druckverlustmessungen

Für die drei Testabsorber wurden die Druckverluste in Abhängigkeit des Massenstroms mit kaltem Wasser als Prüfmedium ermittelt (Abbildung 7.19). Auch hier stellte die geringe Größe der Absorber eine messtechnische Herausforderung dar, weil sich der Massenstrom nach der Absorbergröße richtet. In dem dargestellten Diagramm ist der für Kollektoren übliche Betriebsbereich

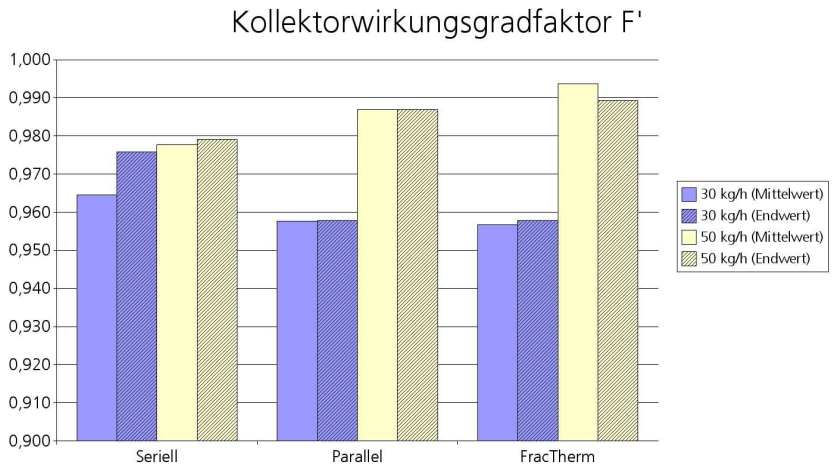


Abbildung 7.18: Gemessene Kollektorwirkungsgradfaktoren F'

eingezeichnet; die Werte entsprechen Massenströmen zwischen 10 $\frac{kg}{m^2h}$ und 85 $\frac{kg}{m^2h}$ (*Low-Flow*- bis *High-Flow*-Betrieb). Es ist zu erkennen, dass der Mäanderabsorber erwartungsgemäß einen sehr hohen Druckverlust zeigt, während der Harfen- und der *FracTherm*-Absorber deutlich niedrigere Werte aufweisen. Im üblichen Betriebsbereich sind keine Unterschiede zwischen den beiden letzteren zu erkennen. Dabei ist zu bedenken, dass die Absorber liegend gemessen wurden und bereits ein Höhenunterschied von 5 mm zwischen Ein- und Austritt eine Druckdifferenz von 0,5 $mbar$ bewirkt (vor den Messungen wurde die Nulllage zwar neu festgelegt, jedoch sind kleine Lageänderungen während der Messungen nicht auszuschließen). Bei einem Absolutwert von 5 $mbar$ bei 50 $\frac{kg}{h}$ entspricht dies also einem Fehler von 10 %. Es wurde daher auch bei deutlich höheren Massenströmen (bis ca. 300 $\frac{kg}{h}$ bzw. 508 $\frac{kg}{m^2h}$) gemessen, wo die relativen Fehler geringer werden. Dabei zeigte sich, dass der Druckverlust des *FracTherm*-Absorbers um ca. 8 % niedriger liegt als jener des Harfenabsorbers, was ein sehr gutes Ergebnis darstellt. Es stellt sich hierbei die Frage, ob sich diese Differenz nur wegen der Messtoleranz bei kleineren Massenströmen nicht gezeigt hat oder ob es sich um einen Effekt handelt, der ausschließlich bei höheren Massenströmen auftritt. Auch zur Beantwortung dieser Frage ist es notwendig, größere Absorber zu bauen und zu vermessen. Es ist zudem noch ein weiterer Aspekt zu berücksichtigen: Der *FracTherm*-Absorber war nach Anbringen der Anschlussrohre seitens der ausführenden Firma abgedrückt worden; dabei trat eine leichte Wölbung der Kanäle im Bereich der ersten Iterationsstufen auf. Es ist denkbar, dass die damit verbundene Querschnittserweiterung auch einen gewissen Einfluss auf die Druckverlustmessung hatte; andererseits ist anzunehmen, dass der Gesamtdruckverlust durch die Kanäle der letzten Iterationsstufe dominiert wird, so dass es eher

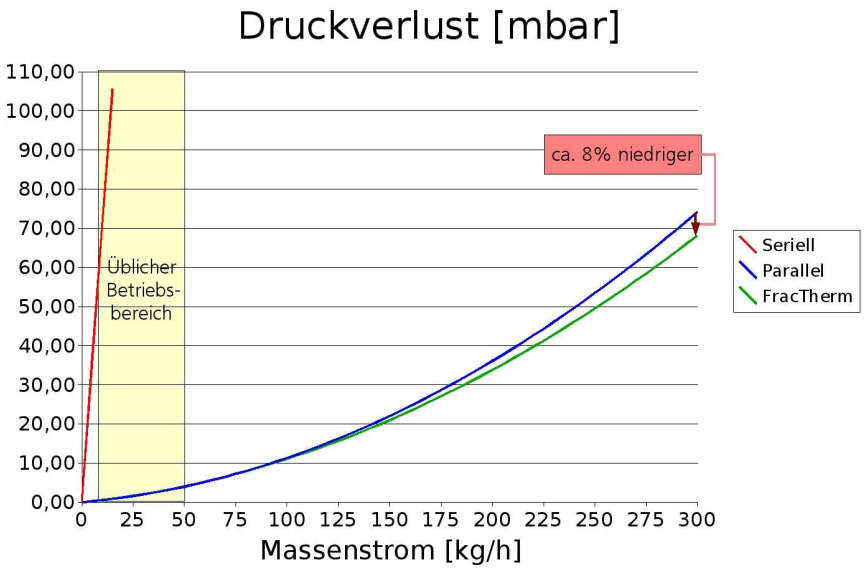


Abbildung 7.19: Gemessene Druckverluste

unwahrscheinlich ist, dass der Unterschied von 8 % seine Ursache ausschließlich in der Querschnittserweiterung hat.

Der Druckverlust des Harfen- und des *FracTherm*-Absorbers liegt zwischen den Werten eines Mäander- und eines Harfenabsorbers in üblicher Blech-Rohr-Ausführung. Daher sollte bei weiteren Entwicklungen versucht werden, die Kanalquerschnitte der Rollbond-Absorber zu vergrößern bzw. die Kanalanzahl zu erhöhen, um den Druckverlust zu reduzieren. Durch eine Erhöhung der Kanalanzahl bei gleicher Gesamtbreite reduziert sich dementsprechend auch der Kanalabstand, was wie gezeigt zu höheren F'-Werten führt.

7.3.5 Thermografieaufnahmen

Um einen Eindruck von der Durchströmung der Testabsorber zu bekommen, wurden sie wie bei den Modellversuchen in Kapitel 7.2.2 mit warmem Wasser durchströmt (Eintrittstemperatur ca. 50 $°C$; Eintritt links unten) und die Erwärmung des zunächst kalten Absorbers mit einer Infrarotkamera aufgezeichnet. Die Glasabdeckung war dazu entfernt worden.

In Abbildung 7.21 sind die stationären Zustände für alle drei Absorber zu sehen. Dabei ist zu beachten, dass die Temperatuskalen nicht identisch sind, weil die Eintrittstemperaturen nicht in allen Fällen gleich waren. Daher dürfen die Bilder nur qualitativ verglichen werden. Im Hinblick auf die Gleichmäßigkeit der Durchströmung interessieren nur der Harfen- und der *FracTherm*-

Abbildung 7.20: Links: Versuchsaufbau zur Thermografie; Rechts: Testkollektor ohne Glasabdeckung

Absorber; daher sollen im Folgenden nur diese betrachtet werden.

Die Oberflächentemperaturverteilung ist beim *FracTherm*-Absorber offenbar etwas gleichmäßiger als beim Harfenabsorber. Allerdings wäre es falsch, dies automatisch als Indiz für eine gleichmäßigere Volumenstromverteilung zu deuten: Es ist plausibel, dass die Temperaturen beim Harfenabsorber auf der linken Seite höher sind als auf der rechten, weil das Fluid bereits im unteren Sammelkanal abkühlt und daher in einem Steigrohr umso kälter ist, je weiter rechts dieses sich befindet. Zur Beurteilung der Gleichmäßigkeit der Durchströmung wurden die Thermografiesequenzen grafisch ausgewertet. Abbildung 7.22 zeigt zwei Bilder aus Thermografiesequenzen, die in Anhang F.2 dargestellt sind (Massenstrom: 30 $\frac{kg}{h}$). Die unterschiedlichen Oberflächentemperaturen haben ihre Ursache darin, dass die Eintrittstemperaturen beim Harfen- und beim *FracTherm*-Absorber nicht identisch waren. Zur näherungsweisen Ermittlung der relativen Strömungsgeschwindigkeiten wurde beobachtet, wann die Temperaturfront in einzelnen Kanälen die beiden eingezeichneten Linien überschreitet; für den jeweils 1., 8. und 16. Kanal wurde die Anzahl der Bilder gezählt, die zwischen dem Überschreiten von Linie 1 und Linie 2 liegen. Der Reziprokwert dieser Anzahl, die letzlich einer Laufzeit entspricht, war somit ein Maß für die Geschwindigkeit. Aus den jeweils drei Strömungsgeschwindigkeiten wurden Mittelwerte gebildet und hiermit die relativen Strömungsgeschwindigkeiten berechnet. Abbildung 7.23 zeigt, dass die so ermittelten Geschwindigkeiten bei *FracTherm* nahezu identisch sind ($\pm$3 % Abweichung), während es beim Harfenabsorber deutliche Unterschiede gibt (>30 % Abweichung). Somit liefern die Thermografieaufnahmen ein weiteres Indiz dafür, dass sich mit der *FracTherm*-Struktur eine gleichmäßigere Volumenstromverteilung erreichen lässt als mit einer parallelen Kanalanordnung.

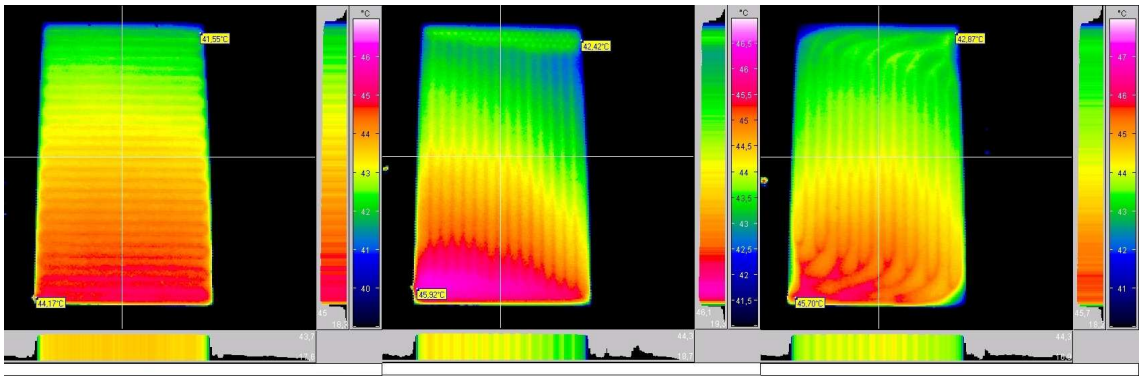


Abbildung 7.21: Thermografieaufnahmen nach Einströmen warmen Wassers (stationärer Zustand; Massenstrom: 50 $\frac{kg}{h}$)

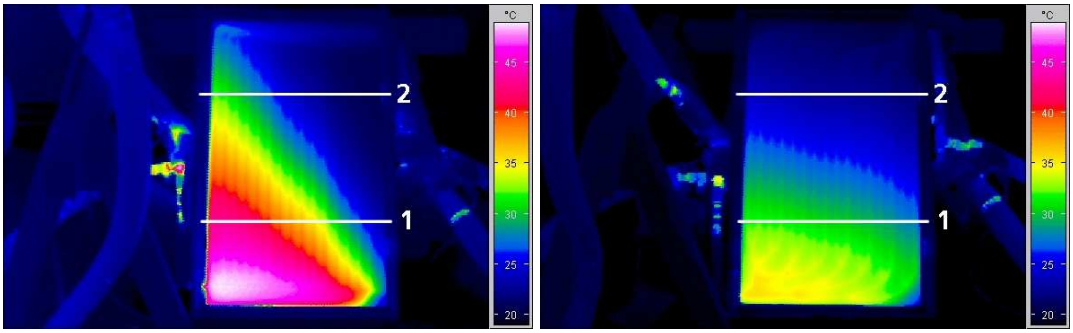


Abbildung 7.22: Zur grafischen Ermittlung der Strömungsgeschwindigkeiten (Massenstrom: 30 $\frac{kg}{h}$)

7.3.6 Diskussion

Mit Hilfe des Rollbond-Verfahrens war es möglich, Testabsorber herzustellen und zu vermessen. Dieses Produktionsverfahren ist bereits etabliert und für die Herstellung großer Stückzahlen von z. B. Kühlschrankverdampfern im Einsatz. Auch von den Testabsorbern wurden jeweils mehrere Exemplare gefertigt, was verdeutlicht, dass es sich nicht um ein Prototyp-, sondern ein Serienverfahren handelt, mit dem eine sehr wirtschaftliche Absorberfertigung möglich ist. Als nachteilig erwies sich lediglich die eingeschränkte Absorberbreite, die wegen der gewünschten Beibehaltung eines typischen Seitenverhältnisses zu einer geringen Gesamtgröße mit entsprechenden messtechnischen Schwierigkeiten führte.

Die Kollektorwirkungsgradfaktoren F' sind für alle Varianten sehr gut und liegen wegen der geringen Kanalabstände über jenen üblicher Solarabsorber in Blech-Rohr-Ausführung. Der *Frac-*

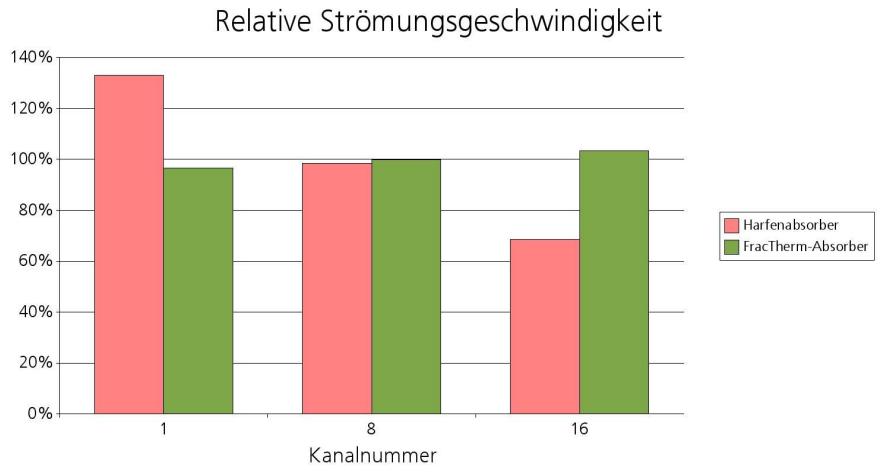


Abbildung 7.23: Relative Strömungsgeschwindigkeit (bezogen auf Mittelwert)

Therm-Absorber zeigt in einem Fall einen etwas höheren Wert als der Harfenabsorber; aufgrund der relativ großen Fehlerbalken kann dies aber nicht als signifikant gewertet werden.

Bei den Druckverlusten sind im üblichen Betriebsbereich ebenfalls keine Unterschiede zu erkennen, lediglich bei deutlich höheren Massenströmen kann eine Reduzierung um 8 % festgestellt werden. Hier sind weitere Untersuchungen mit größeren Absorbern notwendig.

Die Auswertung der Thermografieaufnahmen deutet darauf hin, dass sich mit dem *FracTherm*-Absorber eine gleichmäßigere Durchströmung als mit einem Harfenabsorber erreichen lässt.

Insgesamt erweist sich der *FracTherm*-Absorber nach den durchgeführten Experimenten als gleichwertig oder in einigen Punkten besser als der Stand der Technik. Jedoch sind weitere Untersuchungen an Absorbern marktüblicher Größe (ca. 2 m^2 oder größer) notwendig, um eine bewertende Aussage im Hinblick auf ein Serienprodukt treffen zu können. Grundsätzlich ermöglicht die Rollbond-Fertigung eine Erhöhung der thermischen Effizienz gegenüber dem Stand der Technik, indem die Kanalabstände verringert werden, ohne dass dabei Mehrkosten entstehen.

Kapitel 8

CFD-Simulationen

8.1 Strömung in Rohrkrümmern

In Kapitel 7.2 wurden Sekundärströmungseffekte als vermutliche Ursache für die asymmetrischen Strömungsprofile erwähnt. Mit Hilfe von CFD-Simulationen wurde daher untersucht, ob sich diese in der dreidimensionalen Strömungssimulation ebenfalls zeigen. Abbildung 8.1 zeigt zunächst die Ergebnisse für einen konventionellen Rohrkrümmer mit kreisförmigem Querschnitt. Teilabbildung (a) verdeutlicht die Verschiebung des Geschwindigkeitsmaximums an die Außenwand der Krümmung (das Fluid fließt zunächst in positive y- danach in positive x-Richtung). Ebenso ist in Teilabbildung (b) die zugehörige Druckverteilung im Krümmer gut zu erkennen. Erst nach einer längeren Strecke ist der Druck wieder nahezu konstant über die Schnittfläche verteilt. Teilabbildung (c) zeigt die Geschwindigkeitsvektoren in Ebenen senkrecht zur Strömungsrichtung (Blick in Strömungsrichtung nach dem Krümmer). Deutlich zu erkennen ist wiederum ein DEANsches Wirbelpaar, dessen Intensität nach und nach abnimmt.

8.2 Strömung in Verzweigungen

Die ersten drei Iterationsstufen der Verzweigungen am Eintritt des in Abbildung 7.2 dargestellten Absorbers wurden im Maßstab 1:1 für CFD-Simulationen modelliert (Abbildung 8.2). Dabei wurde als Randbedingung ein konstanter Druck an den acht Austritten angenommen, was der realen Situation nur näherungsweise nahekommt, weil das Netzwerk im Realfall wieder zusammengeführt wird. Die linke Teilabbildung zeigt eine Simulation mit einem Massenstrom von 0,01 $\frac{kg}{s}$ (laminare Strömung), bei der rechten betrug dieser 0,1 $\frac{kg}{s}$ (turbulente Strömung). Dies entspricht bei der angenommenen Absorberfläche von 5 m^2 einem spezifischen Massenstrom

von 7,2 $\frac{kg}{m^2h}$ bzw. 72 $\frac{kg}{m^2h}$ und repräsentiert damit recht gut eine so genannte *Low-Flow*- und eine *High-Flow-Durchströmung* eines Sonnenkollektors. In beiden Fälle – besonders jedoch bei der Strömung mit höherem Massenstrom – zeigen sich deutlich die bereits in den Versuchen beobachteten Sekundärströmungseffekte; ein Schnitt senkrecht zur Strömungsrichtung im linken Kanal nach der ersten Verzweigung offenbart wiederum ein DEANsches Wirbelpaar. Abbildung 8.3 zeigt das asymmetrische dreidimensionale Strömungsprofil in diesem Kanal.

Hinsichtlich der Ausbildung der Strömungsprofile interessiert auch die Frage, welchen Einfluss dabei die Gestaltung der Verzweigungsspitze hat. In Abbildung 8.4 sind die Stromlinienverläufe für eine konventionell konstruierte und eine abgerundete Verzweigungsspitze dargestellt. Dabei können anhand des Bildes keine nennenswerte Unterschiede bezüglich der Strömungsumlenkung erkannt werden.

Um einen wesentlichen Einfluss der Verzweigungsspitzen auf die Strömung zu erreichen, sind weitere geometrische Variationen (Formgebung und/oder gezielte Asymmetrie) und entsprechende Simulationen bzw. Durchströmungsversuche notwendig.

8.3 Bestimmung der ζ-Werte von Verzweigungen

In Kapitel 5.2 wurde bereits auf die Bedeutung der Druckverlustbeiwerte (ζ-Werte) für die eindimensionale Hydraulikberechnung verwiesen. Dieses vereinfachte Berechnungsverfahren stellt lediglich eine integrale Betrachtung dar, bei der Strömungsphänomene nicht ortsaufgelöst, sondern nur in ihrer an den Systemgrenzen sichtbaren Wirkung berücksichtigt werden. Dabei wird zunächst die Druckdifferenz zwischen Ein- und Austritt der betrachteten Kanalstruktur durch Addition der Druckverluste von ungestörten Einzelkomponenten *ohne Strömungsumlenkungen*, Δp_i, (also von geraden Kanäle ohne Einbauten etc.) berechnet. Die zusätzliche Druckdifferenz, die sich durch Strömungsumlenkungen, Verzweigungen, Einbauten oder Ähnlichem ergibt, wird im *Druckverlustbeiwert* ζ erfasst. Hierin ist zum Beispiel indirekt der Energieaufwand zur Umbildung des Strömungsprofils enthalten. Der Druckverlust entlang eines Strompfades ergibt sich bei dieser vereinfachten, eindimensionalen Betrachtung also zu

$$\Delta p = \sum_i \Delta p_i + \zeta \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \tag{8.1}$$

Der Druckverlustbeiwert ζ ist dimensionslos und wird mit dem dynamischen Druck multipliziert (Dichte ρ, Strömungsgeschwindigkeit w). Liegt also die Gesamtdruckdifferenz Δp durch Messung oder Simulation vor, so lässt sich ζ wie folgt berechnen:

$$\zeta = \frac{\Delta p - \sum_i \Delta p_i}{\frac{\rho}{2} w^2} \tag{8.2}$$

Allerdings gilt diese Betrachtung nur unter der Voraussetzung ausgebildeter Strömungsprofile (vgl. Anhang E). Aus diesem Grund ist es notwendig, bei entsprechenden Messungen bzw. Simulationen Ein- bzw. Auslaufstrecken vorzusehen.

Die ζ-Werte von Verzweigungen hängen sehr stark von der Geometrie, dem Volumenstromverhältnis, aber auch deutlich von der REYNOLDS-Zahl ab, wie in [Weitbrecht03] eindrucksvoll gezeigt wird: Der Bereich der dort gemessenen ζ-Werte erstreckt sich über mehrere Größenordnungen. Ebenso muss klar zwischen Kanaltrennung und -vereinigung unterschieden werden. Des Weiteren ist zu bedenken, dass die Verzweigungen in einer fraktalen Hydraulikstruktur schnell aufeinander folgen und somit nicht von einer Anströmung mit ausgebildetem Strömungsprofil ausgegangen werden kann. Aus diesem Überlegungen wird deutlich, dass zur Ermittlung eines universellen ζ-Wert-Kataloges ein immenser Aufwand betrieben werden muss, um die Vielfalt möglicher Geometrien, Anströmungen, REYNOLDS-Zahlen etc. zu erfassen. Diese Datenermittlung hätte den Rahmen dieser Arbeit gesprengt und sollte daher separat in zukünftigen Projekten erfolgen. Gleichwohl wurden exemplarisch für *eine* Verzweigung, *einen* Volumenstrom und *fünf Volumenstromverhältnisse* CFD-Simulationen durchgeführt, um entsprechende ζ-Werte zu ermitteln.

Für die Untersuchungen wurde die erste Verzweigung des in Kapitel 7.3 vorgestellten *FracTherm*-Testabsorbers ausgewählt (Abbildung 8.5). Bei Verwendung des gleichwertigen Durchmessers entspricht der Eintrittsquerschnitt mit einer Breite von 15 mm und einer Höhe von 2,95 mm einem Durchmesser von 6,9 mm. Gemäß [Zierep93] beträgt die Länge der Einlaufstrecke eines Rohres bei laminarer Strömung bis zu etwa 60 Durchmesser, was in diesem Fall also 414 mm wären. Dieser Wert wurde bei der in Abbildung 8.5 gezeigten Verzweigungsgeometrie auf 450 mm erhöht und ebenfalls jeweils für den rechten und linken Zweig als Austrittsstrecke verwendet.

In Tabelle 8.1 sind die Ergebnisse von analytischen Berechnungen und CFD-Simulationen (3D-Simulation, Diskretisierung mit 0,25-mm-Netz, Wasser als Fluid, laminare Strömung, keine thermische Simulation, stationär) aufgeführt. Die Berechnungen wurden für einen Volumenstrom von 30 $\frac{l}{h}$ durchgeführt. Die Querschnitte waren zwar ursprünglich aus dem *gleichwertigen Durchmesser* berechnet worden, jedoch konnte bei dieser laminaren Strömung entgegen den Angaben in [Recknagel01] nicht nachvollzogen werden, dass ein Rohr mit diesem Durchmesser bei gleichem Volumenstrom den gleichen Druckverlust erzeugt wie der entsprechende Rechteckkanal (der Druckverlust des geraden Rechteckkanals wurde mittels CFD ermittelt). Dagegen

lieferte die Druckverlustberechnung unter Verwendung des *hydraulischen Durchmessers* mit der *Geschwindigkeit des Rechteckkanals* und unter *Berücksichtigung des Korrekturfaktors* φ für laminare Strömung nach [Dubbel90] und [VDI94] gute Ergebnisse mit nur geringen Abweichungen gegenüber den CFD-Resultaten.

Zunächst wurden sämtliche Druckverluste der geraden Rechteckkanäle sowohl analytisch als auch mittels CFD ermittelt (im Zulauf für einen Volumenstrom, bei den Zweigen für fünf unterschiedliche Volumenstromverhältnisse), um die analytische Methode mit den dreidimensionalen CFD-Simulationen vergleichen zu können. Die Abweichung der eindimensionalen Berechnung gegenüber den CFD-Ergebnissen betrug bei allen Simulationen maximal 1,9 %. Mit Hilfe der so gewonnenen Daten konnten dann die theoretischen Druckverluste für den jeweils kompletten Strompfad "Eintritt→Austritt rechts" bzw. "Eintritt→Austritt links" additiv bestimmt werden (Zeilen "Druckverlust mit Zulauf additiv" bzw. "Druckverlust mit Zulauf additiv (CFD)" in Tabelle 8.1). Anschließend wurden die "tatsächlichen" Druckverluste der Strompfade aus den Ergebnissen der CFD-Simulationen berechnet (Zeilen "Druckverlust mit Zulauf (CFD)"), und schließlich konnten so die ζ-Werte nach Gleichung 8.2 gefunden werden. Die Werte mit der Bezeichnung "Druckverlustbeiwert" verwenden dabei die analytische Berechnung über den hydraulischen Durchmesser als Referenz, während sich "Druckverlustbeiwert (CFD)" auf die Addition der Druckverluste für die geraden Kanäle bezieht, die mittels CFD bestimmt wurden. Die Ergebnisse sind als Diagramme in Abbildung 8.6 dargestellt; Abbildung 8.7 zeigt die Geschwindigkeitsverteilung in der Kanalmitte bei unterschiedlichen Massenstromverhältnissen.

8.4 Diskussion

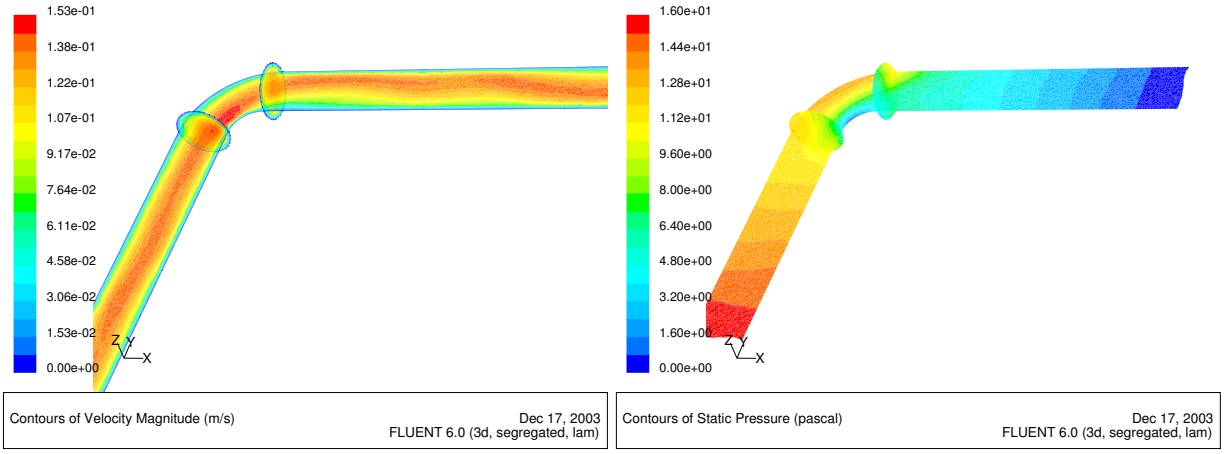
Die CFD-Simulationen machen – wie auch bereits die Durchströmungsversuche mit Tinte – deutlich, dass asymmetrische Strömungsprofile, die unter anderem durch Sekundärströmungen verursacht werden, einen signifikanten Einfluss auf die Volumenstromverteilung haben können. Das dichte Aufeinanderfolgen der Verzweigungen führt zudem zwangsläufig dazu, dass deren Anströmung auch mit asymmetrischen Strömungsprofilen erfolgt. Wie bereits in Kapitel 7.2.3 diskutiert wurde, sollte diesen Gegebenheiten Rechnung getragen werden, indem die Kanalkonturen angepasst werden. So ist beispielsweise zu erwarten, dass ein seitliches Verschieben der Verzweigungsspitze in Richtung höherer Strömungsgeschwindigkeiten (bei asymmetrischen Profilen) wiederum zu einer gleichmäßigeren Volumenstromverteilung führen kann.

Des Weiteren wurde gezeigt, wie ζ-Werte mit Hilfe von CFD-Simulationen in Abhängigkeit des Massenstromverhältnisses ermittelt werden können. Es ist offensichtlich, dass der Aufwand

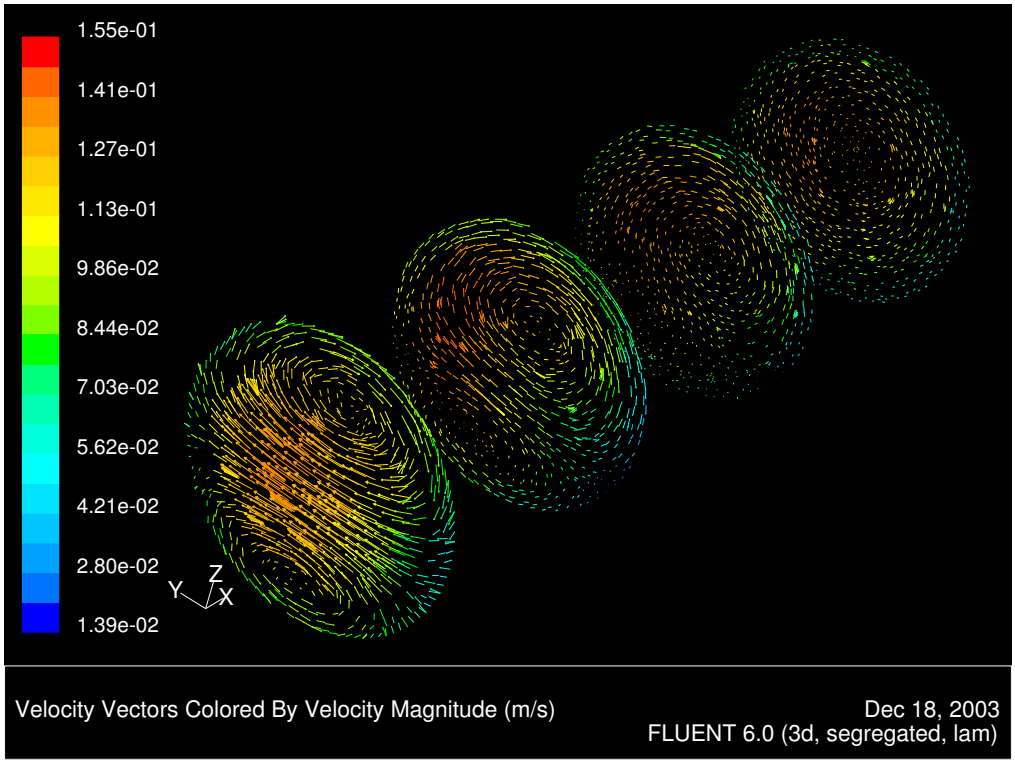
sehr groß ist, wenn die Vielfalt möglicher Geometrien, Volumenströme und Anströmbedingungen abgedeckt werden soll, insbesondere, wenn man bedenkt, dass allein für die oben gezeigten Simulationen eine Rechenzeit von etlichen Tagen erforderlich war. Daher ist auch zu diskutieren, ob der Aufwand zur ζ-Wert-Bestimmung nicht mit einem flexiblen Versuchsaufbau deutlich zu reduzieren ist, weil die Messungen im Vergleich zu Simulationen nur einen Bruchteil der Zeit in Anspruch nehmen. Lediglich der Umbau dürfte – je nach Konstruktion – recht zeitaufwändig sein.

Es muss auch untersucht werden, wie detailliert die Strömungsphänomene bekannt sein müssen, wenn man letztlich nur an der integralen Betrachtung – also Gesamtdruckverlust und thermischer Effizienz – interessiert ist. Dazu sind jedoch weitere Studien notwendig, die den Einfluss geometrischer Veränderungen mittels CFD und Experimenten erforschen.

Ein Hauptproblem der CFD-Simulationen einzelner Verzweigungen besteht in der Wahl geeigneter Randbedingungen. So muss entweder die Massenstromverteilung oder der jeweilige Druck am Austritt der Kanäle bekannt sein. Beide hängen jedoch voneinander ab und ergeben sich erst aus dem Gesamtkontext, d. h. es müsste die gesamte Kanalstruktur simuliert werden. Abhilfe schaffen hier lediglich Parametervariationen (z. B. vorgegebene Massenstromverhältnisse) und ein Ablegen der entsprechenden Ergebnisse in einer ζ-Wert-Datenbank. Als weitere Schwierigkeit stellt sich die gegenseitige Beeinflussung der Strömungsphänomene an Verzweigungen dar; so lassen sich bekanntlich ζ-Werte nicht einfach additiv kombinieren. Vielmehr hängt die in einer Verzweigung entstehende Druckdifferenz stark von der "Vorgeschichte" der Strömung, also dem ankommenden Strömungsprofil, ab, so dass auch dieses dreidimensionale Profil in unterschiedlichen Varianten als Eingangsgröße in der Datenbank abgelegt werden müsste. Es wäre also eine Vielzahl von Simulationen mit entsprechender Klassifizierung der Strömungsprofile vor und nach den jeweiligen Verzweigungen notwendig. Hinzu kommt eine unendliche Anzahl an möglichen Geometrievariationen, so dass auch hier eine Klassifizierung notwendig wäre. Des Weiteren hängen die ζ-Werte stark von der REYNOLDS-Zahl ab, weshalb auch diese als Parameter Berücksichtigung finden müsste. Insgesamt muss der ζ-Wert-Ansatz kritisch betrachtet werden, zumal selbst bei ausreichender Datenmenge fraglich bleibt, ob die Gesamtheit der Struktur damit hinreichend abgebildet werden kann. Die in dieser Arbeit vorgestellten CFD-Simulationen sind lediglich als exemplarische Ermittlung von ζ-Werten unter bestimmten Randbedingungen zu verstehen. Ob dieser eindimensionale Ansatz grundsätzlich zu zuverlässigen Hydraulikberechnungen führen kann, lässt sich jedoch erst nach Erstellung einer entsprechenden umfangreichen Datenbank und Validierung der Simulationsergebnisse von Gesamtstrukturen feststellen.



(a) Geschwindigkeit (b) Statischer Druck



(c) DEANsche Wirbelpaare nach Krümmer

Abbildung 8.1: Durchströmung eines Rohrkrümmers

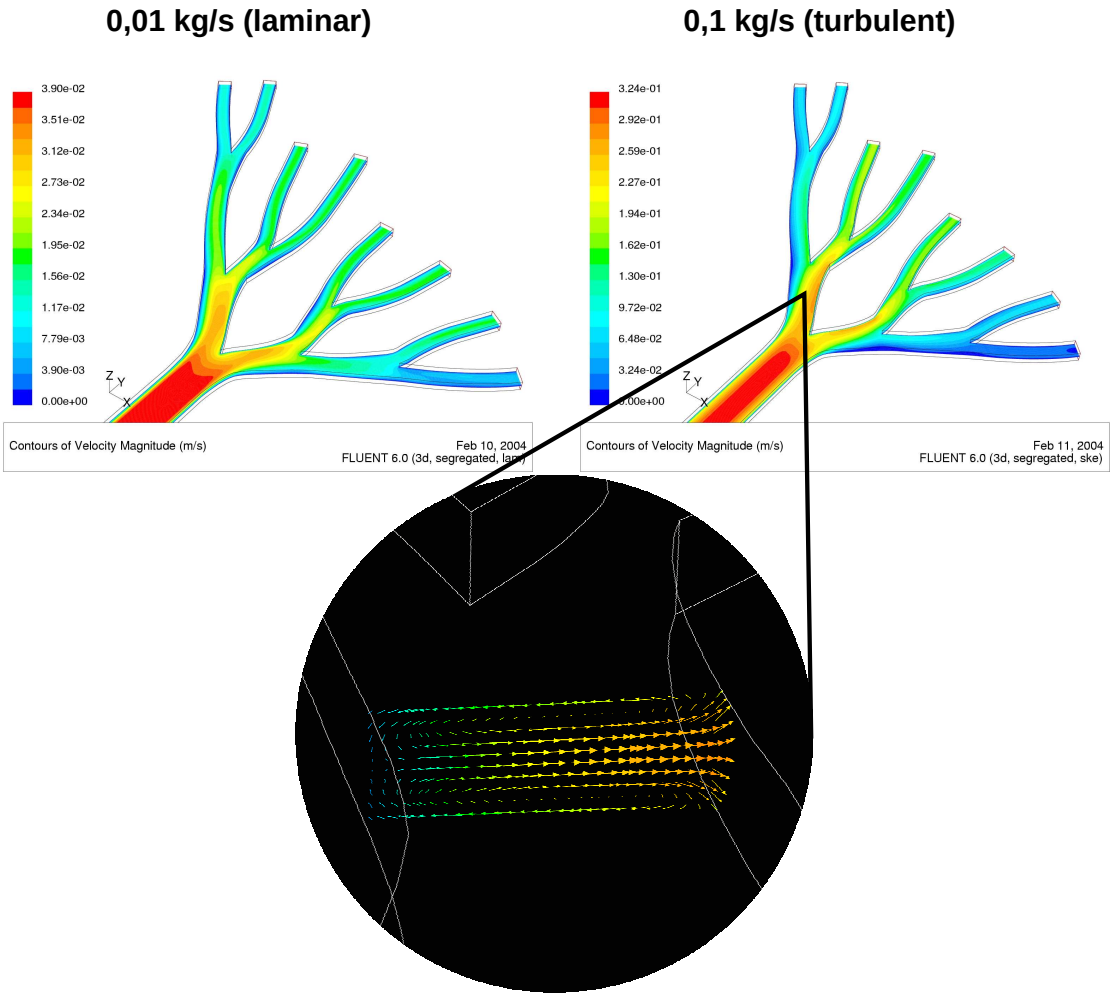


Abbildung 8.2: Strömungsgeschwindigkeit an Verzweigungen und DEANsches Wirbelpaar

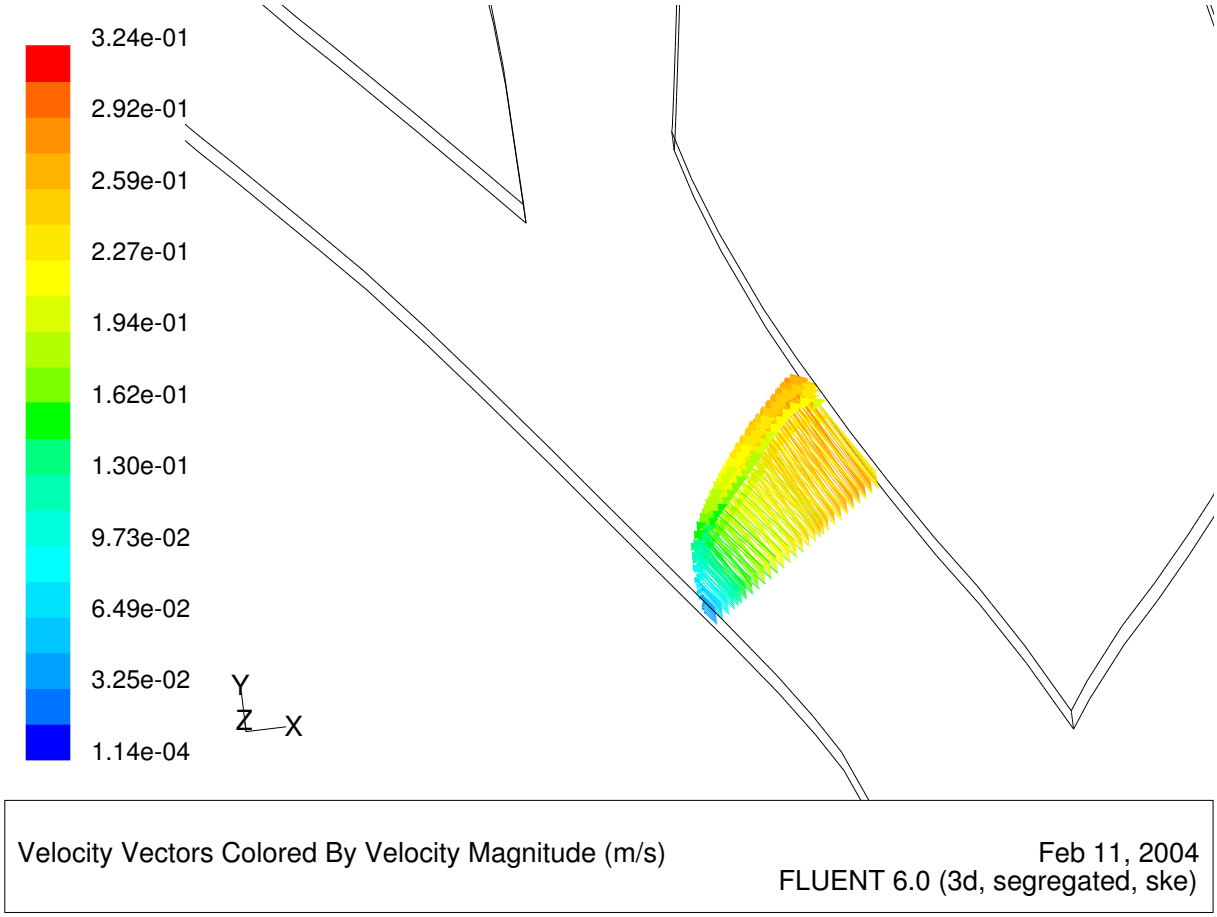


Abbildung 8.3: Strömungsprofil nach der ersten Verzweigung

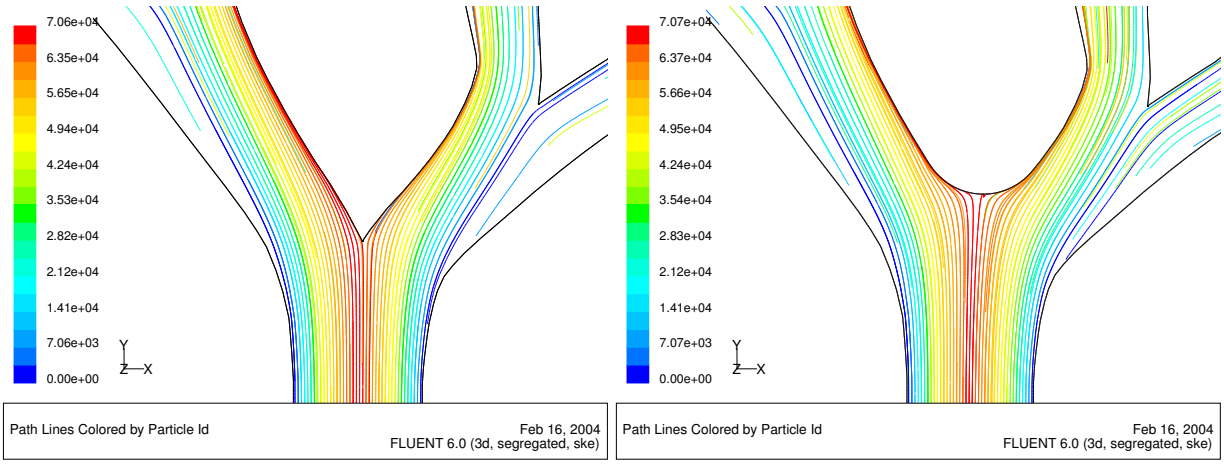


Abbildung 8.4: Stromlinien bei unterschiedlicher Gestaltung der Verzweigungsspitze

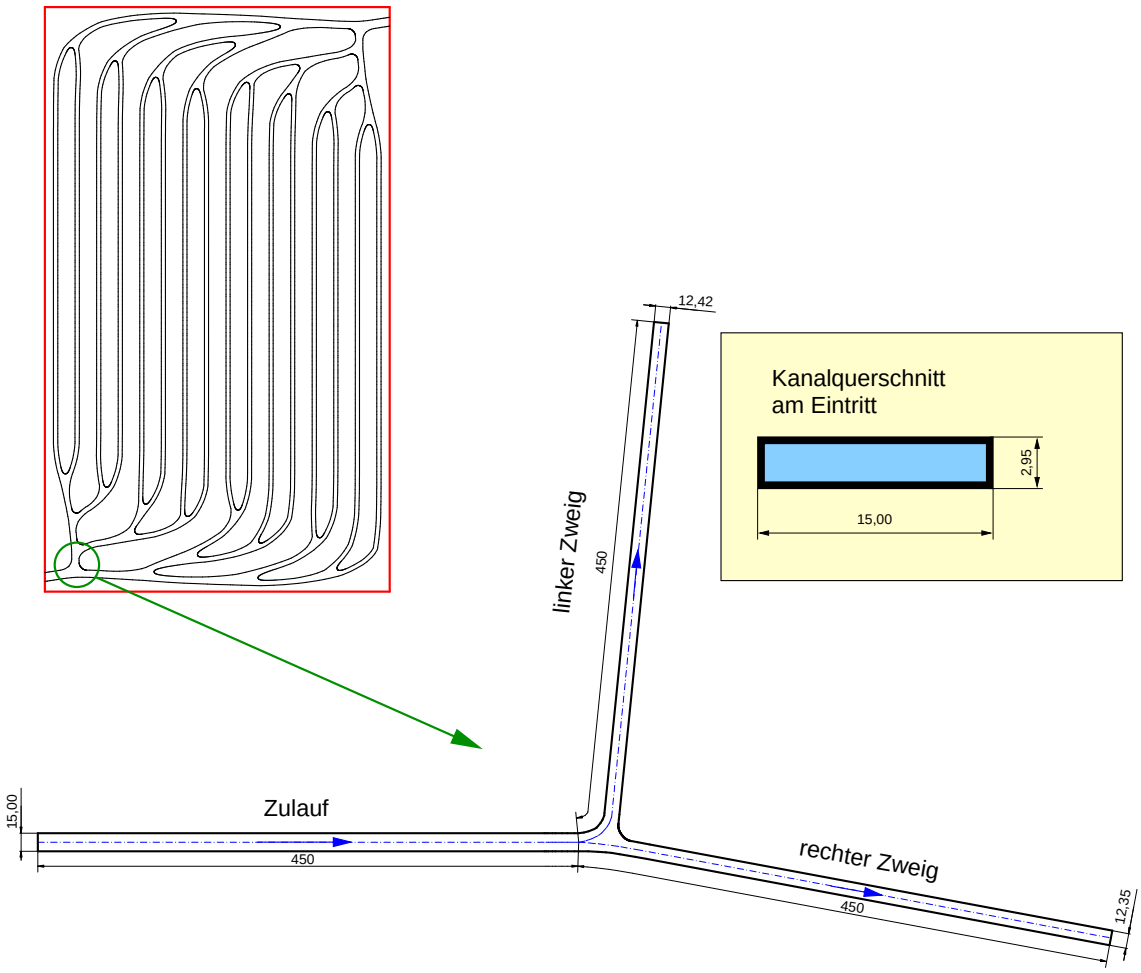


Abbildung 8.5: Verzweigungsgeometrie für CFD-Simulationen

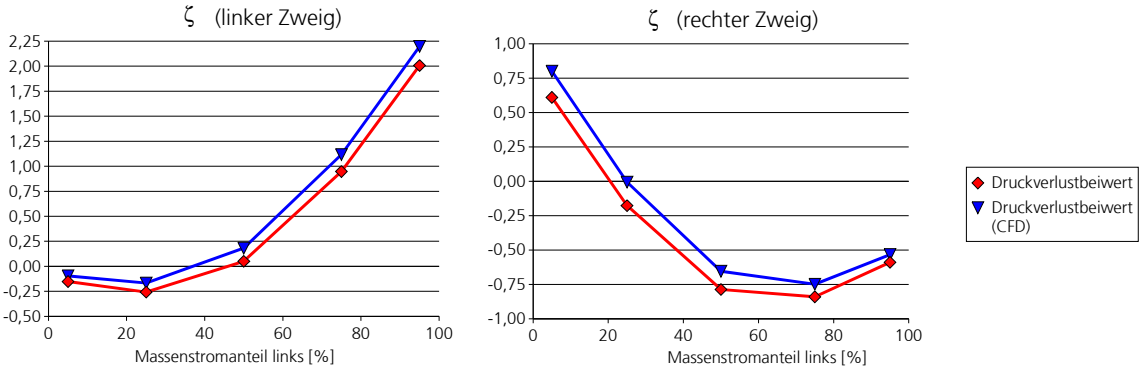


Abbildung 8.6: Ermittelte Druckverlustbeiwerte in Abhängigkeit de Massenstromverteilung

Stromtrennung

Massenstrom	[kg/s]	0,00832
Dichte	[kg/m³]	998,2
Kinematische Viskosität	[m²/s]	1,00E-006
Volumenstrom	[m³/s]	0,00000834

Zulauf		
Länge	[mm]	150,00
Breite	[mm]	15,00
Tiefe	[mm]	2,95
Lambda-Korrekturfaktor	[-]	1,21
hydraulischer Durchmesser	[mm]	4,93
Strömungsgeschwindigkeit	[m/s]	0,188
REYNOLDS-Zahl	[-]	928,691
Lambda (laminar) * Korrekturfaktor	[-]	0,083
Druckverlust	[Pa]	44,825
Druckverlust pro Länge (CFD)	[Pa/m]	293,252
Druckverlust (CFD)	[Pa]	43,988
Abweichung analytisch/CFD	[-]	1,90%

Linker Zweig		1	2	3	4	5
Länge	[mm]	450,00	450,00	450,00	450,00	450,00
Breite	[mm]	12,42	12,42	12,42	12,42	12,42
Tiefe	[mm]	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95
Lambda-Korrekturfaktor	[-]	1,16	1,16	1,16	1,16	1,16
hydraulischer Durchmesser	[mm]	4,77	4,77	4,77	4,77	4,77
Massenstromanteil	[%]	95,0	75,0	50,0	25,0	5,0
Strömungsgeschwindigkeit	[m/s]	0,216	0,171	0,114	0,057	0,011
REYNOLDS-Zahl	[-]	1030,352	813,436	542,290	271,145	54,229
Lambda (laminar) * Korrekturfaktor	[-]	0,072	0,091	0,137	0,274	1,371
Druckverlust	[Pa]	158,790	125,360	83,574	41,787	8,357
Druckverlust pro Länge (CFD)	[Pa/m]	347,254	273,786	182,394	91,149	18,225
Druckverlust (CFD)	[Pa]	156,264	123,204	82,077	41,017	8,201
Abweichung analytisch/CFD	[-]	1,62%	1,75%	1,82%	1,88%	1,90%
Druckverlust mit Zulauf additiv	[Pa]	203,615	170,186	128,399	86,612	53,183
Druckverlust mit Zulauf additiv (CFD)	[Pa]	200,252	167,192	126,065	85,005	52,189
Abweichung analytisch/CFD additiv	[-]	1,68%	1,79%	1,85%	1,89%	1,90%
Druckverlust mit Zulauf (CFD)	[Pa]	239,158	186,961	129,291	82,047	50,491
Druckverlustbeiwert	[-]	**2,01**	**0,95**	**0,05**	**-0,26**	**-0,15**
Druckverlustbeiwert (CFD)	[-]	**2,20**	**1,12**	**0,18**	**-0,17**	**-0,10**

Rechter Zweig		1	2	3	4	5
Länge	[mm]	450,00	450,00	450,00	450,00	450,00
Breite	[mm]	12,35	12,35	12,35	12,35	12,35
Tiefe	[mm]	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95
Lambda-Korrekturfaktor	[-]	1,16	1,16	1,16	1,16	1,16
hydraulischer Durchmesser	[mm]	4,762	4,762	4,762	4,762	4,762
Massenstromanteil	[%]	5,0	25,0	50,0	75,0	95,0
Strömungsgeschwindigkeit	[m/s]	0,011	0,057	0,114	0,172	0,217
REYNOLDS-Zahl	[-]	54,477	272,386	544,771	817,157	1035,066
Lambda (laminar) * Korrekturfaktor	[-]	1,363	0,273	0,136	0,091	0,072
Druckverlust	[Pa]	8,413	42,064	84,128	126,191	159,842
Druckverlust pro Länge (CFD)	[Pa/m]	18,346	91,749	183,603	275,568	349,568
Druckverlust (CFD)	[Pa]	8,256	41,287	82,621	124,006	157,306
Abweichung analytisch/CFD	[-]	1,90%	1,88%	1,82%	1,76%	1,61%
Druckverlust mit Zulauf additiv	[Pa]	53,238	86,889	128,953	171,017	204,668
Druckverlust mit Zulauf additiv (CFD)	[Pa]	52,244	85,275	126,609	167,993	201,293
Abweichung analytisch/CFD additiv	[-]	1,90%	1,89%	1,85%	1,80%	1,68%
Druckverlust mit Zulauf (CFD)	[Pa]	42,796	72,012	115,020	167,881	215,469
Druckverlustbeiwert	[-]	**-0,59**	**-0,84**	**-0,79**	**-0,18**	**0,61**
Druckverlustbeiwert (CFD)	[-]	**-0,53**	**-0,75**	**-0,65**	**-0,01**	**0,80**

Tabelle 8.1: Analytische Berechnungen und CFD-Simulationsergebnisse zur Bestimmung der Druckverlustbeiwerte

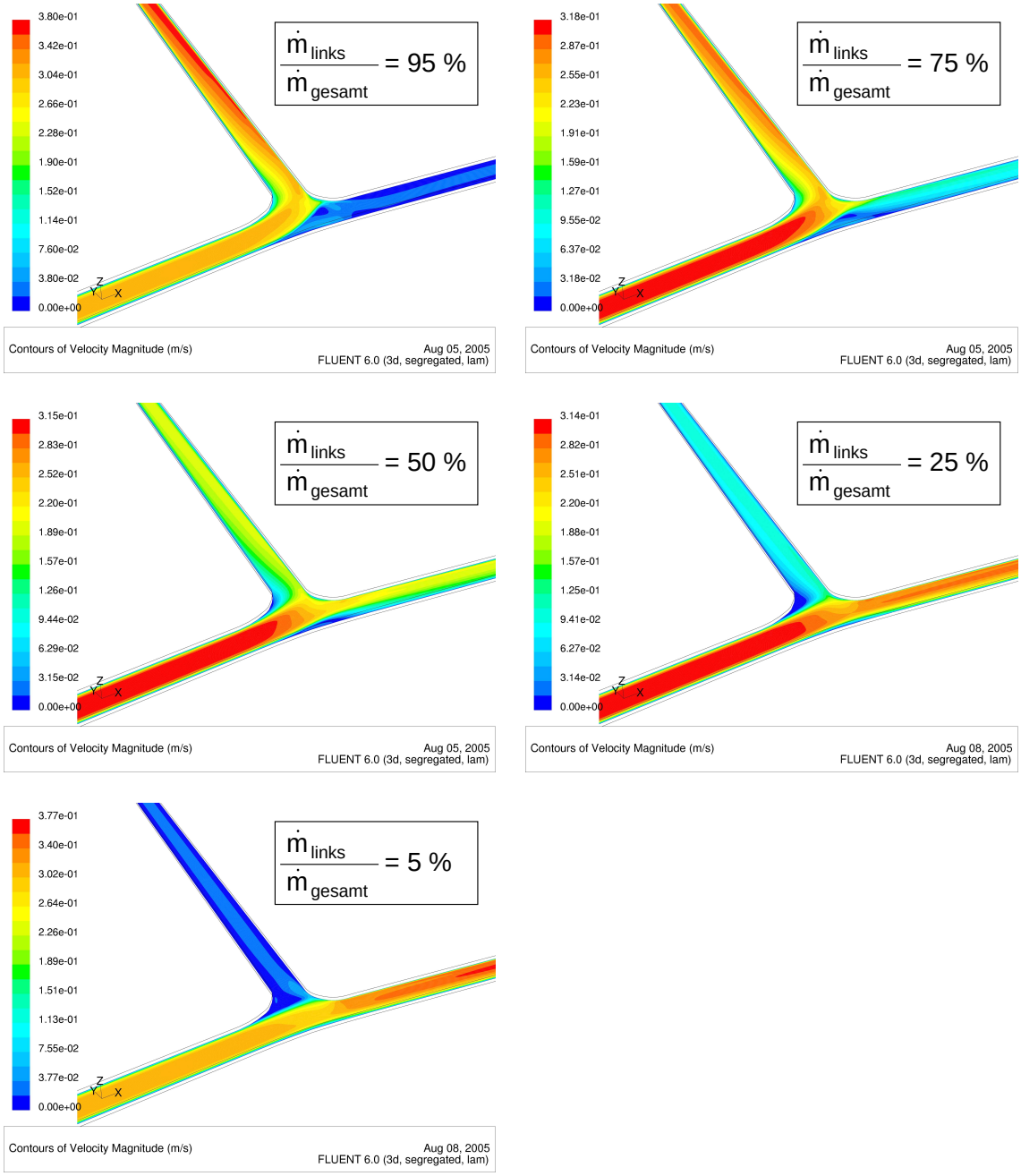


Abbildung 8.7: Geschwindigkeitsverteilung in der Kanalmitte bei unterschiedlichen Massenstromverhältnissen

Kapitel 9

Vergleich zwischen *FracTherm*, CFD und Messungen

Der mit *FracTherm* berechnete Kollektorwirkungsgradfaktor F' des Testabsorbers beträgt 96,9 % für einen Massenstrom von 30 $\frac{kg}{h}$ und 97,1 % für 50 $\frac{kg}{h}$ (bei einer Annahme eines Gesamt-Wärmeverlustkoeffizienten von $U_L = 6,5\,\frac{W}{m^2K}$). Damit liegen beide zwischen den im Solarsimulator gemessenen Werten. Der deutliche Unterschied zwischen den Messwerten bei 30 $\frac{kg}{h}$ und 50 $\frac{kg}{h}$ (ca. 3 Prozentpunkte) konnte in den Simulationen nicht bestätigt werden; der Unterschied liegt dort wie oben gezeigt bei lediglich 0,2 Prozentpunkten. Bedenkt man die Messunsicherheit aufgrund der geringen Absorbergröße, so liegen die mit *FracTherm* berechneten Kollektorwirkungsgradfaktoren jedoch generell in einem plausiblen Wertebereich.

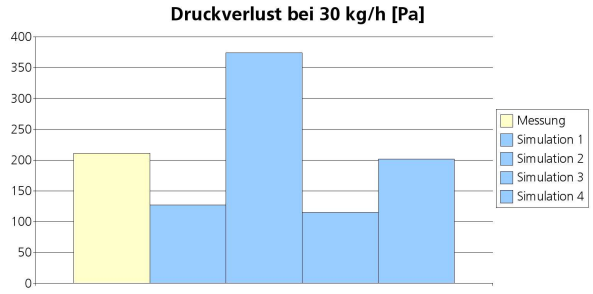
Qualitativ finden sich die in den Durchströmungsversuchen beobachteten Phänoneme asymmetrischer Strömungsprofile auch in den CFD-Simulationen wieder. Auch die als Ursache vermuteten Sekundärströmungseffekte sind in den Simulationen zu erkennen. Die mittels CFD ermittelten Druckverluste in geraden Rechteckkanälen bei laminarer Strömung stimmen gut mit jenen überein, die analytisch mit Hilfe des hydraulischen Durchmessers und der Strömungsgeschwindigkeit des Rechteckkanals sowie den entsprechenden Korrekturfaktoren berechnet wurden. Der Druckverlust, der unter Verwendung des gleichwertigen Durchmessers berechnet wurde, unterscheidet sich jedoch deutlich von den CFD-Ergebnissen für Rechteckkanäle (bei gleichem Volumenstrom). Insofern kann seine Verwendung – zumindest bei laminarer Strömung – nach den bisherigen Untersuchungen nicht empfohlen werden.

Es liegt daher nahe, den *hydraulischen Durchmesser* zur Umrechnung der Kreis- in Rechteckquerschnitte zu verwenden. Allerdings stellt die Bedingung der gleichen Strömungsgeschwindigkeit eine Schwierigkeit dar: Zwar lässt sich der Volumenstrom für einen einzelnen Kanal

demenstprechend umrechnen (d. h. es wird für die Simulationen mit Kreisquerschnitt ein Volumenstrom gesucht, der zu gleichen Strömungsgeschwindigkeiten führt wie der reale Sollvolumenstrom beim Rechteckquerschnitt), jedoch müssen sich bei einer Verzweigung sowohl der Volumenstrom der Simulation als auch der reale Sollvolumenstrom (im Idealfall) halbieren, so dass die Geschwindigkeiten im Allgemeinen nicht mehr identisch sind. Für zukünftige Arbeiten muss daher überlegt werden, welche analytischen Modelle angewandt werden können, um das gesamte Hydrauliknetzwerk simulieren zu können.

Wie in Kapitel 7.3 bereits erwähnt, wurde zur Berechnung des *FracTherm*-Absorbers der *gleichwertige Durchmesser* verwendet. Die Simulationsergebnisse – unter Annahme eines ζ-Wertes von 0,7 für alle Verzweigungen – unterscheiden sich dabei deutlich von den Messwerten. Es wurde daher untersucht, ob sich durch nachträgliche Umrechnung der Rechteck- in Kreisquerschnitte mit Hilfe des *hydraulischen Durchmessers* und erneute Simulationen bessere Resultate erzielen lassen. An dieser Stelle wird die oben genannte Problematik relevant; der Volumenstrom für die neue Simulation lässt sich nicht derart umrechnen, dass die Geschwindigkeiten in allen Kanälen bei Rechteck- und Kreisquerschnitt identisch sind. Daher wurden zwei Extremwerte untersucht: Im ersten Fall wurde der Volumenstrom unter Berücksichtigung des größten Querschnitts des Hydrauliknetzwerks umgerechnet (0. Iteration), im zweiten Fall aus dem kleinsten (4. Iteration). Die Ergebnisse sind in Tabelle 9.1 aufgeführt. Dabei muss die relativ hohe Messunsicherheit bei 30 $\frac{kg}{h}$ berücksichtigt werden, so dass eine Validierung der Simulationen an dieser Stelle als noch nicht sinnvoll erscheint. Bei dem geringen Massenstrom liefert Simulation 1 einen zu niedrigen Wert; der Messwert liegt dagegen eher in der Nähe des Ergebnisses von Simulation 4. Beim hohen Massenstrom stimmt dagegen das Ergebnis der Simulation 1 gut mit der Messung überein; der Messwert liegt aber auch zwischen den Extremwerten der Simulationen 3 und 4. Möglicherweise eignet sich der gleichwertige Durchmesser gut bei turbulenter, aber schlecht bei laminarer Strömung. Da die Genauigkeit des Messwertes bei 30 $\frac{kg}{h}$ in Frage gestellt werden kann, sind hier weitere Arbeiten notwendig, um auch laminare Durchströmungen mit ausreichender Genauigkeit messen zu können, was wiederum größere Absorber verlangt.

	$\Delta p\ [Pa]$	$\Delta p\ [Pa]$
	$\dot{m}_{real}$=30 $\frac{kg}{h}$	$\dot{m}_{real}$=300 $\frac{kg}{h}$
Messung (interpolierte Werte)	211	6817
Simulation 1: gleichwertiger Durchmesser, $\dot{V}_{sim} = \dot{V}_{real}$	127	7181
Simulation 2: hydraulischer Durchmesser, $\dot{V}_{sim} = \dot{V}_{real}$	374	25563
Simulation 3: hydraulischer Durchmesser, $\dot{V}_{sim} = 0,431 \cdot \dot{V}_{real}$	115	5193
Simulation 4: hydraulischer Durchmesser, $\dot{V}_{sim} = 0,652 \cdot \dot{V}_{real}$	202	11236



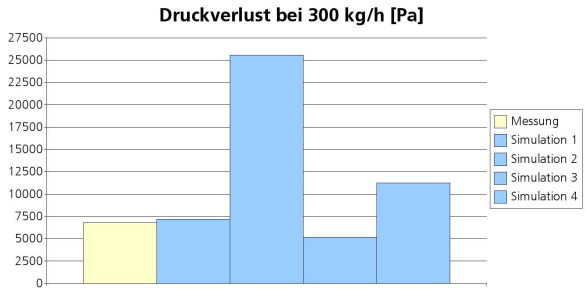


Tabelle 9.1: Vergleich zwischen Druckverlustmessungen und unterschiedlichen *FracTherm*-Simulationen

Kapitel 10

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden neue Algorithmen entwickelt, mit denen sich fraktale Hydraulikstrukturen nach Angabe einiger Vernetzungsparameter auf einer gegebenen Fläche mit definiertem Ein- und Austrittspunkt erstellen lassen. Diese Algorithmen wurden in dem Programm *FracTherm* implementiert. Dieses Programm ermöglicht auch die Bewertung der erzeugten Hydraulikstrukturen durch hydraulische und thermische Simulationen. Dabei können sowohl die geometrischen als auch die physikalischen Daten automatisiert variiert werden, wodurch das Programm sehr flexibel wird. Die Hydraulikberechnungen basieren auf eindimensionalen Modellen (Rohrnetzberechnung); die thermischen Simulationen erfolgen durch eine Diskretisierung der gesamten Absorberfläche in einzelne Absorberstreifen und Anwendung analytischer Modelle aus der Literatur.

Mit Hilfe des Programms *FracTherm* wurden fraktale Hydraulikstrukturen erstellt und hieraus verschiedene Modelle und Rollbond-Testabsorber gefertigt. Der *FracTherm*-Testabsorber wurde mit einem Mäander- und einem Harfenabsorber gleicher Größe und Bauart verglichen. Sowohl die Experimente als auch CFD-Simulationen zeigen die Problematik asymmetrischer Strömungsprofile an Verzweigungen, die einerseits durch die Teilung eines z. B. parabelförmigen Strömungsprofils an der Verzweigungsspitze als auch andererseits durch Sekundärströmungseffekte aufgrund der Kanalkrümmung (DEANsche Wirbelpaare) hervorgerufen werden. Insgesamt kann zwar dennoch eine recht gleichmäßige Volumenstromverteilung erreicht werden (teilweise deutlich gleichmäßiger als beim Harfenabsorber); bei der Detailbetrachtung der Strömungseffekte an Verzweigungen scheint hier jedoch noch ein großes Optimierungspotenzial zu existieren.

Der Kollektorwirkungsgradfaktor F' erweist sich für die Rollbond-Absorber (konventionell und *FracTherm*-Absorber) sowohl bei den Messungen als auch in den Simulationen als sehr hoch gegenüber dem Stand der Technik, was einerseits auf die geringen Kanalabstände als auch auf

den guten Wärmeübergang zwischen Absorberoberfläche und Kanal zurückzuführen ist. Da das Rollbond-Verfahren bereits für andere Anwendungen in der Großserienproduktion eingesetzt wird, ist eine sehr wirtschaftliche Fertigung möglich. Bedenkt man außerdem, dass sich eine optimierte Kanalgeometrie ohne Mehrkosten realisieren lässt, scheint dieses Verfahren sehr gut geeignet zu sein, um energieeffiziente Solarabsorber oder andere Wärmetauscher zu entwickeln.

Die Kollektorwirkungsgradfaktoren, die mit *FracTherm* berechnet wurden, liegen im Bereich des Gesamtdurchschnitts der Messwerte für beide Massenströme; allerdings weichen die einzelnen Messwerte recht stark von den simulierten Werte ab (sie sind niedriger bei 30 $\frac{kg}{h}$ und höher bei 50 $\frac{kg}{h}$). Der relativ große massenstromabhängige Unterschied zwischen den Messwerten kann in den Simulationen nicht bestätigt werden.

Die mit *FracTherm* unter Verwendung des gleichwertigen Durchmessers berechneten Druckverluste unterscheiden sich deutlich von den gemessenen Werten. Zumindest für die üblicherweise bei parallelen und fraktalen Kanalanordnungen vorherrschende laminare Strömung scheint der hydraulische Durchmesser besser geeignet zu sein. Die Umrechnung des Volumenstroms, die notwendig ist, um gleiche Strömungsgeschwindigkeiten bei rechteckigen und kreisförmigen Kanälen zu erhalten, gestaltet sich als problematisch, weil als weitere Randbedingung eine Halbierung des Volumenstroms an jeder Verzweigung gefordert wird. Die gleichzeitige Erfüllung beider Randbedingungen ist im Allgemeinen nicht möglich, so dass in zukünftigen Arbeiten neue analytische Modelle gefunden und validiert werden müssen. Für diese Modelle ist außerdem die Ermittlung eines ζ-Wert-Katalogs sinnvoll.

Für die Validierung der thermischen und hydraulischen Simulationsmodelle in *FracTherm* ist es unerlässlich, Absorber typischer Größen zu entwickeln, um die Messfehler in den üblichen Bereichen zu halten. Insgesamt deuten die Experimente und Simulationen darauf hin, dass sich mit *FracTherm* die angestrebten Ziele – gleichmäßige Durchströmung bei geringem Druckverlust – zumindest unter bestimmten Randbedingungen erreichen lassen. Es bleibt jedoch noch zu untersuchen, unter welchen Umständen diese Ziele generell erreicht werden können (z. B. nur bei laminarer oder turbulenter Strömung) und wie hoch das daraus resultierende Potenzial für die Erhöhung der Gesamtenergieeffizienz ist. Des Weiteren scheint noch ein deutliches Optimierungspotenzial bei der Gestaltung der Verzweigungen zu existieren.

Mit der vorliegenden Arbeit wurde ein neuer Ansatz für die Kanalgestaltung in Wärmetauschern zunächst theoretisch erarbeitet und anschließend in Modellen und Testabsorbern praktisch umgesetzt. Das im Rahmen der Arbeit entstandene Programm *FracTherm* ermöglicht eine Bewertung der erzeugten Hydraulikstrukturen durch thermische und hydraulische Simulationen. Es wurde gezeigt, dass sich die komplexen Geometrien mit geeigneten Fertigungsverfahren wirt-

schaftlich herstellen lassen. Die bisherigen Untersuchungsergebnisse weisen auf ein großes Potenzial für Wärmetauscher unterschiedlicher Funktion und Bauart hin, zumal mit *FracTherm* individuelle Entwürfe, die sich an gegebene Konturen anpassen, realisierbar sind.

Kapitel 11

Ausblick

In Kapitel 10 wurde bereits darauf hingewiesen, dass der weiteren Untersuchung der Strömungseffekte an Verzweigungen eine besondere Bedeutung zukommt. Dazu zählen Experimente und Simulationen, mit deren Hilfe der noch fehlende ζ-Wert-Katalog für verschiedene Geometrien, Anströmungen und Volumenströme bestimmt werden soll. Außerdem ist es denkbar, dass anhand der simulierten und/oder experimentell gefundenen Fluidverteilung eine Optimierung der mit *FracTherm* erzeugten Kanalgeometrie erfolgen kann, indem die Konturen je nach herrschender Strömungsgeschwindigkeit angepasst werden (ähnlich der so genannten CAO[1]-Methode zum Abbau mechanischer Spannungen, vgl. [Mattheck97]). Für die experimentellen Untersuchungen kommt beispielsweise das *Laser-PIV*[2]*-Verfahren* in Betracht, um die realen Strömungsverhältnisse zu visualisieren.

Sowohl wegen der größeren Messfehler bei kleinen Absorbern als auch im Hinblick auf die Anforderungen des Marktes für Sonnenkollektoren und die Vergleichbarkeit mit dem Stand der Technik ist es unerlässlich, bei weiteren Arbeiten größere Solarabsorber zu bauen (ca. 2 m^2 oder größer). Da die eingeschränkte Fertigungsbreite von ca. 0,6 m zu für *FracTherm* ungünstigen Seitenverhältnissen führt, ist das in Abbildung 11.1 dargestellte modulare Konzept möglicherweise interessanter als eine einzelne *FracTherm*-Struktur. Bei diesem Vorschlag besteht der Absorber aus zwei Hälften mit jeweils 0,57 m x 2,28 m, also insgesamt 1,14 m x 2,28 $m \approx$ 2,6 m^2. Diese Maße entsprechen der maximalen Länge bzw. annähernd der maximalen Breite, die von *Alcan Rollbond* gefertigt werden kann. Wie in der Abbildung zu sehen ist, besteht eine Hälfte aus vier identischen *FracTherm*-Strukturen (als Einheit gefertigt), die in Reihe angeordnet sind und mäandrierend durchströmt werden. Die zweite Hälfte ist identisch, weist jedoch eine

[1] Computer Aided Optimization
[2] Particle Image Velocimetry

spiegelverkehrte Struktur auf. Für die Fertigung genügt es somit, nur *ein* Element herzustellen und dieses umzudrehen, so dass einmal die Vorder- und einmal die Rückseite oben liegt. Der Absorber weist mit 2,6 m^2 eine für den Markt interessante Größe auf, jedoch lassen sich auch kleinere Größen herstellen, indem entlang der gepunkteten Linien geschnitten wird. Der kleinste Absorber hätte dementsprechend die Größe 0,57 m x 0,57 $m \approx$ 0,32 m^2, was z. B. für Campinganwendungen oder Ähnliches interessant sein könnte. Andererseits lassen sich durch das modulare Konzept durch Reihen- und/oder Parallelschaltung der Elemente auch größere Flächen bis hin zum einem kompletten Solardach (*"Solar Roof "*) oder einer Solarfassade realisieren. Insbesondere bei letzterer kann man möglicherweise auch von dem unkonventionellen und von vielen als ästhetisch empfundenen Design profitieren, weil Fassadenkollektoren oft auch aus der Nähe betrachtet werden. Die Absorber können an den Enden in Sammelkanäle münden (im Bereich der blauen Pfeile), wodurch sich mehrere Kollektoren parallel verbinden lassen. Auf diese Weise lässt sich also mit nur einem einzigen Element, das die vier *FracTherm*-Strukturen enthält, ein breites Marktspektrum abdecken, was wirtschaftlich durchaus interessant sein kann.

Da beim Rollbond-Verfahren keine bereits beschichteten Bleche verwendet werden können, müssen die gefertigten Absorber anschließend in einem so genannten *Batch-Coating-Verfahren* (also Stück für Stück) beschichtet werden. Dies ist technisch möglich, erfordert jedoch vor allem wegen der Vakuumtechnologie z. B. beim Sputterverfahren hohe Investitionen. Hier hängen die notwendigen Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen daher besonders stark von den erzielbaren Stückzahlen ab.

Aufgrund der eingeschränkten Kanalhöhe und -breite bei Rollbond-Bauteilen ist der Druckverlust bei den untersuchten Absorbern höher als bei vergleichbaren Absorbern nach dem Stand der Technik. Im Hinblick auf das Kanaldesign sollte daher bei zukünftigen Entwicklungen darauf geachtet werden, dass in den einzelnen Kanälen bzw. durch mehrere parallele Kanäle möglichst große Querschnitte erreicht werden, um den Druckverlust gering zu halten und diesbezüglich mit konventionellen Absorberbauarten konkurrieren zu können. Bei der Entwicklung von Rollbond-Solarabsorbern sollte grundsätzlich auf den positiven Erfahrungen der Vergangenheit aufgebaut werden und Herausforderungen wie der Korrosion mit technischen Lösungen begegnet werden. Derzeit wird bereits an diesem Thema gearbeitet.

Nach Fertigung und Messung großer Solarabsorber kann eine Validierung der hydraulischen und thermischen *FracTherm*-Simulationsmodelle erfolgen. In diesem Zusammenhang sollte auch untersucht werden, inwieweit detaillierte Kenntnisse über die Strömungsvorgänge im Hinblick auf die Gesamtenergiebilanz notwendig sind und wie genau sich der Druckverlust und die thermische Effizienz durch die schnellen eindimensionalen Verfahren vorausberechnen lassen.

Um eine *gesamtenergetische Bewertung* eines Solarkollektors vornehmen zu können, muss einerseits die in einem Jahr gewonnene thermische Energie[3] und andererseits die insgesamt eingesetzte Primärenergie (eingestrahlte Solarenergie und Primärenergie zum Betrieb der Pumpe) berücksichtigt werden. Abbildung 11.2 zeigt ein entsprechendes Energieflussschema zur Ermittlung einer geeigneten Bewertungsgröße. In der so definierten Bewertungsgröße, die einem Gesamtwirkungsgrad entspricht, wird nicht zwischen regenerativer und nicht regenerativer Primärenergie unterschieden. Eine alternative Definition könnte auch lediglich die nicht regenerative Primärenergie als Bezugsgröße verwenden, weil nur sie im Hinblick auf Ressourcenverbrauch und Umweltbelastung relevant ist. Es ist offensichtlich, dass der Wirkungsgrad bei der Umwandlung von Primärenergie in hydraulische Energie einen wesentlichen Einfluss auf das Gesamtergebnis hat. Je höher der Primärenergiebedarf für die Pumpe ist, desto mehr Bedeutung bekommt der Druckverlust bei der Gesamtbetrachtung.

Sobald validierte Modelle vorliegen, können mit Hilfe der Variationsberechnungen von *FracTherm* optimierte Hydraulikstrukturen gefunden werden. Dazu kann ein übergeordneter Optimierungsalgorithmus nach der *Evolutionsstrategie* (vgl. [Rechenberg94]) eingesetzt werden. Dieses Verfahren versucht, den natürlichen Optimierungprozess der Evolution durch Mutationen (Veränderung des Erbguts), Rekombination (Kreuzung des Erbguts) und Selektion (Auslese) nachzubilden. Abbildung 11.3 zeigt das entsprechende Ablaufschema: Zunächst wird ein “Elter”-Parametersatz für die Vernetzung definiert. Aus diesem werden mehrere “Kind”-Parametersätze generiert, indem die Parameter des “Elter”-Parametersatzes leicht verändert (mutiert) werden. Aus den so entstandenen unterschiedlichen Parametersätzen werden *FracTherm*-Strukturen generiert und wie oben gezeigt bewertet. Der Parametersatz, der das beste Ergebnis geliefert hat, wird anschließend ausgewählt (Selektion), um im nächsten Iterationsschritt als neuer “Elter”-Parametersatz zu fungieren. Bei der Rekombination werden einzelne Parameter verschiedener “Eltern” gemischt und bilden so einen neuen “Kind”-Parametersatz. Die Evolutionsstrategie wurde bereits vielfältig erfolgreich als Optimierungsalgorithmus eingesetzt. Insbesondere bei vielparametrigen Problemstellungen, wie sie hier vorliegen, kann sie sich als äußerst nützlich erweisen.

Da das Ziel der hier dargestellten Forschungsarbeit in einer Erhöhung der Energieeffizienz und damit schließlich einer Umweltentlastung besteht, soll hier auch der Aspekt der Ökobilanz erwähnt werden. Ist ein Vergleich zwischen den unterschiedlichen Fertigungsverfahren hinsichtlich ihres jeweiligen Energieaufwands in dieser Arbeit auch nicht erfolgt, so soll doch darauf hingewiesen werden, dass dies für eine konsequente Gesamtbetrachtung in zukünftigen Arbeiten

[3] Der so genannte *Bruttowärmeertrag* lässt sich durch Jahressimulationen mit vorhandenen *ColSim*-Modellen unter Verwendung der berechneten bzw. gemessenen Kollektorparameter wie z. B. F' ermitteln.

wünschenswert wäre. Letztlich kann erst eine Lebenszyklusanalyse darüber entscheiden, welcher von zwei unterschiedlichen Solarkollektoren am Ende seiner Betriebszeit zu einer höheren Umweltentlastung beigetragen hat.

In der vorliegenden Arbeit wurden fraktale Hydraulikstrukturen für Wärmetauscher am Beispiel des Solarabsorbers untersucht. Die eingangs geforderten Ziele – gleichmäßige Volumenstromverteilung und geringer Druckverlust – gelten jedoch generell, wenn eine hohe Energieeffizienz gefordert ist, unabhängig davon, ob es sich um einen Wärmetauscher eines Kraftwerks, das Kühlelement eines Computerprozessors oder einen Mikrowärmeübertrager bzw. Mikroreaktor handelt. Vor allem letztere könnten in Zukunft interessant sein, weil derzeit ein genereller Trend zur Miniaturisierung in der Verfahrenstechnik zu verzeichnen ist. Die Wärme- und Stoffübertragung in miniaturisierten Apparaten sind wesentlich besser als beispielsweise in Rührkesseln; die Prozesse sind besser kontrollierbar und effizienter und werden so sicherer und umweltfreundlicher. Mikrowärmeübertrager und -reaktoren mit *FracTherm*-Strukturen könnten hier einen zusätzlichen Beitrag zur Erhöhung der Energieeffizienz leisten und sich damit sowohl ökonomisch als auch ökologisch posititv auswirken. Im Hinblick auf solche Mikrostrukturen ist allerdings zu berücksichtigen, dass hier weitere Aspekte der Strömungsmechanik (z. B. Kapillarkräfte) relevant werden und dementsprechend erforscht werden müssen.

Das Rollbond-Verfahren eignet sich hervorragend, um die komplexen fraktalen Geometrien herzustellen; jedoch sollte nicht außer Acht gelassen werden, dass prinzipiell – je nach Anwendung und Material – auch andere Fertigungsverfahren wie z. B. Prägen, Tiefziehen oder Gießen in Frage kommen. Moderne computergestützte Fertigungsverfahren ermöglichen heute, auch komplexe Strukturen wirtschaftlich herzustellen und bieten dadurch völlig neue Perspektiven für die Optimierung des Kanaldesigns in Wärmetauschern.

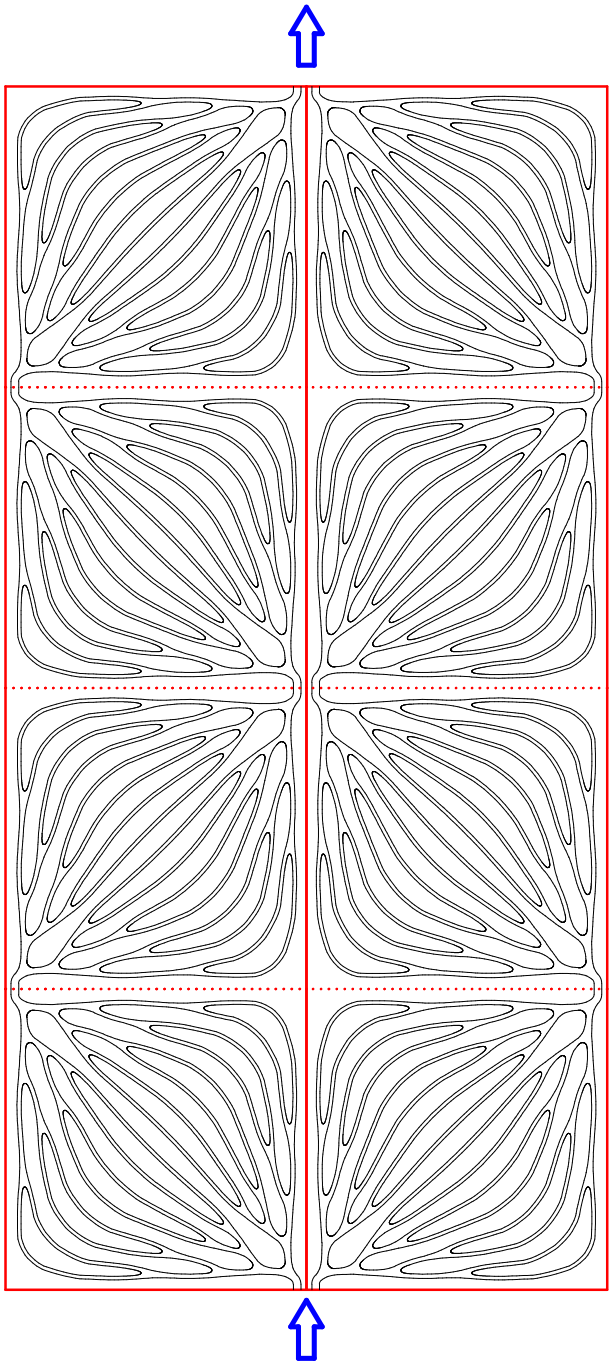


Abbildung 11.1: Modulares Konzept für *FracTherm*-Solarkollektoren

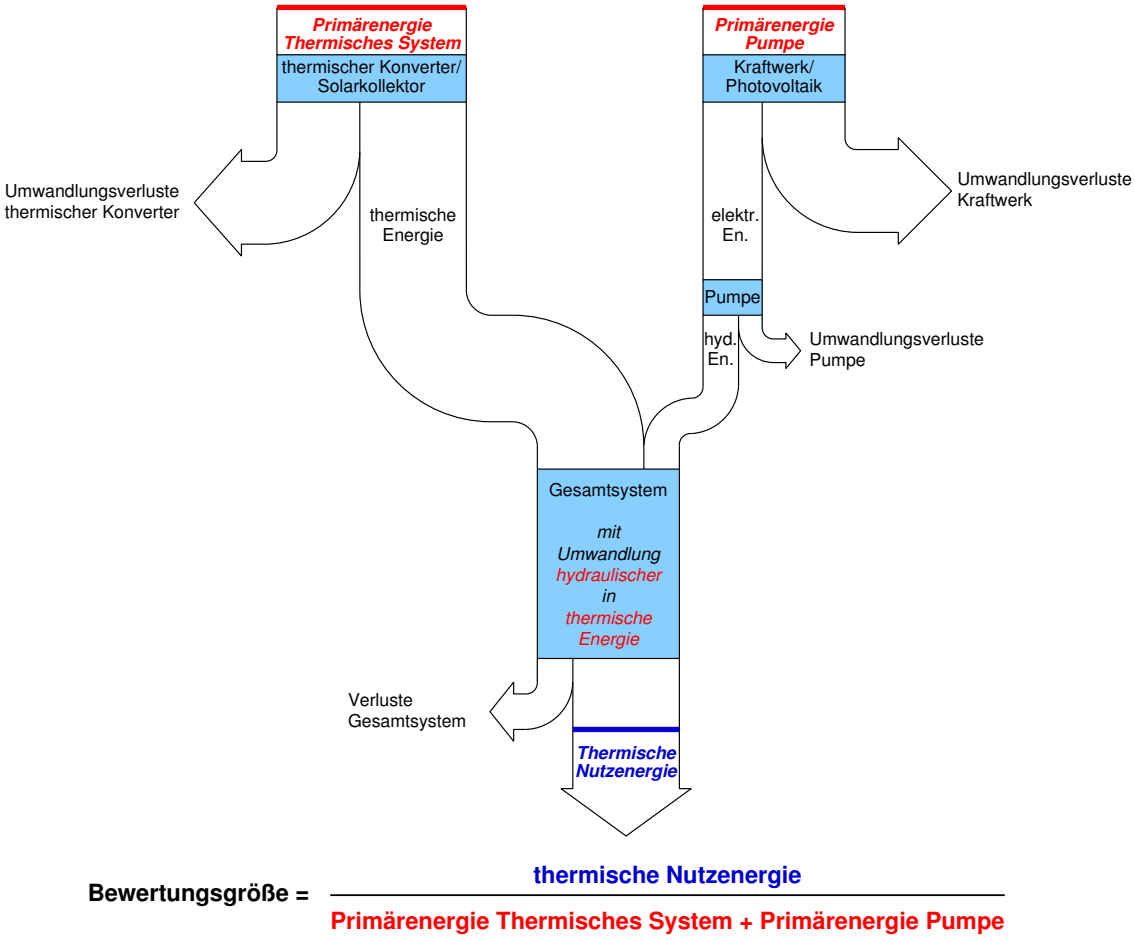


Abbildung 11.2: Energieflussdiagramm zur Ermittlung einer energetischen Bewertungsgröße

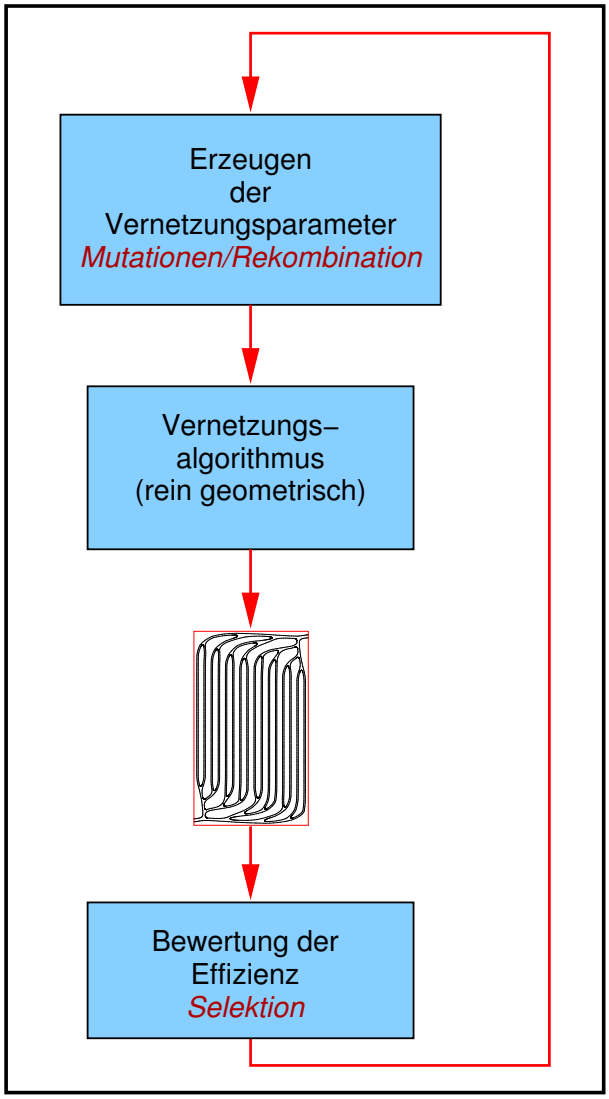


Abbildung 11.3: Optimierung nach der Evolutionsstrategie

Anhang A

Vernetzungsalgorithmus

A.1 Pfadalgorithmus

Die Vorgehensweise zum Erzeugen der fraktalen Hydraulikstrukturen ist in Abbildung A.1 dargestellt. Gegeben sind die zu vernetzende Austauschfläche sowie ein Fluidein- und ein Fluidaustrittspunkt (Teilabbildung 1). Diese Punkte werden miteinander verbunden. Anschließend werden von beiden Punkten aus jeweils im Abstand s_0 (vorgegebene Schrittweite) die Senkrechten auf der entstandenen Strecke bestimmt (Teilabbildung 2). Diese Senkrechten schneiden den Rand der Fläche in jeweils zwei Punkten. Die Strecke zwischen diesen Schnittpunkten wird halbiert. Die Verbindung vom Start- bzw. Endpunkt zu diesem Mittelpunkt bilden jeweils das erste Teilstück des Pfades (von zwei Seiten aus betrachtet). Nun wird das Verfahren – ausgehend von den neu entstandenen Punkten, also den Mittelpunkten – wiederholt: Verbindungsstrecke, Senkrechte, Mittelpunktbestimmung, neues Pfadstück (Teilabbildung 3). Diese Vorgehensweise wird wiederholt, bis der Abstand der Punkte gering genug geworden ist (Teilabbildungen 4 bis 6). Schließlich werden die letzten Punkte miteinander verbunden. Das Ziel bei der Ermittlung dieses Pfades besteht darin, einen möglichst gleichen Abstand zum rechten und linken Rand zu erreichen; d. h. der Pfad soll – wie in Vorschrift 1 gefordert – **"in die Mitte"** gelegt werden.

Im nächsten Schritt (Teilabbildung 7) wird der Start- und Endpunkt für die nächste Iteration (d. h. die erste **Verzweigung**) bestimmt. Hierzu "wandert" man in Strömungsrichtung Teilstück für Teilstück auf dem erzeugten Pfad (0. Iterationsstufe) entlang und ermittelt jeweils die Abstände zum rechten und linken Rand ($d_{re,S}$ bzw. $d_{li,S}$). Sobald einer dieser Abstände über einem vorgegebenen Maximalwert $d_{max,0}$ liegt, wird der Startpunkt für die erste Verzweigung gesetzt. Nun läuft man auf dem Pfad weiter, bis einer der beiden Abstände unter einem vorgegebenen Minimalwert $d_{min,0}$ (z. B. $d_{min,0} = 0,9 \cdot d_{max,0}$) liegt ($d_{re,E}$ bzw. $d_{li,E}$). Dort wird der Endpunkt der

Verzweigung gesetzt. Je nach Form der Fläche können auch mehrere Verzweigungen auftreten (beispielsweise vor und nach einer Einschnürung). Nach Bestimmung der Verzweigungspunkte wird der Pfad "geglättet" (Teilabbildung 8, Verfahren siehe Anhang A.2).

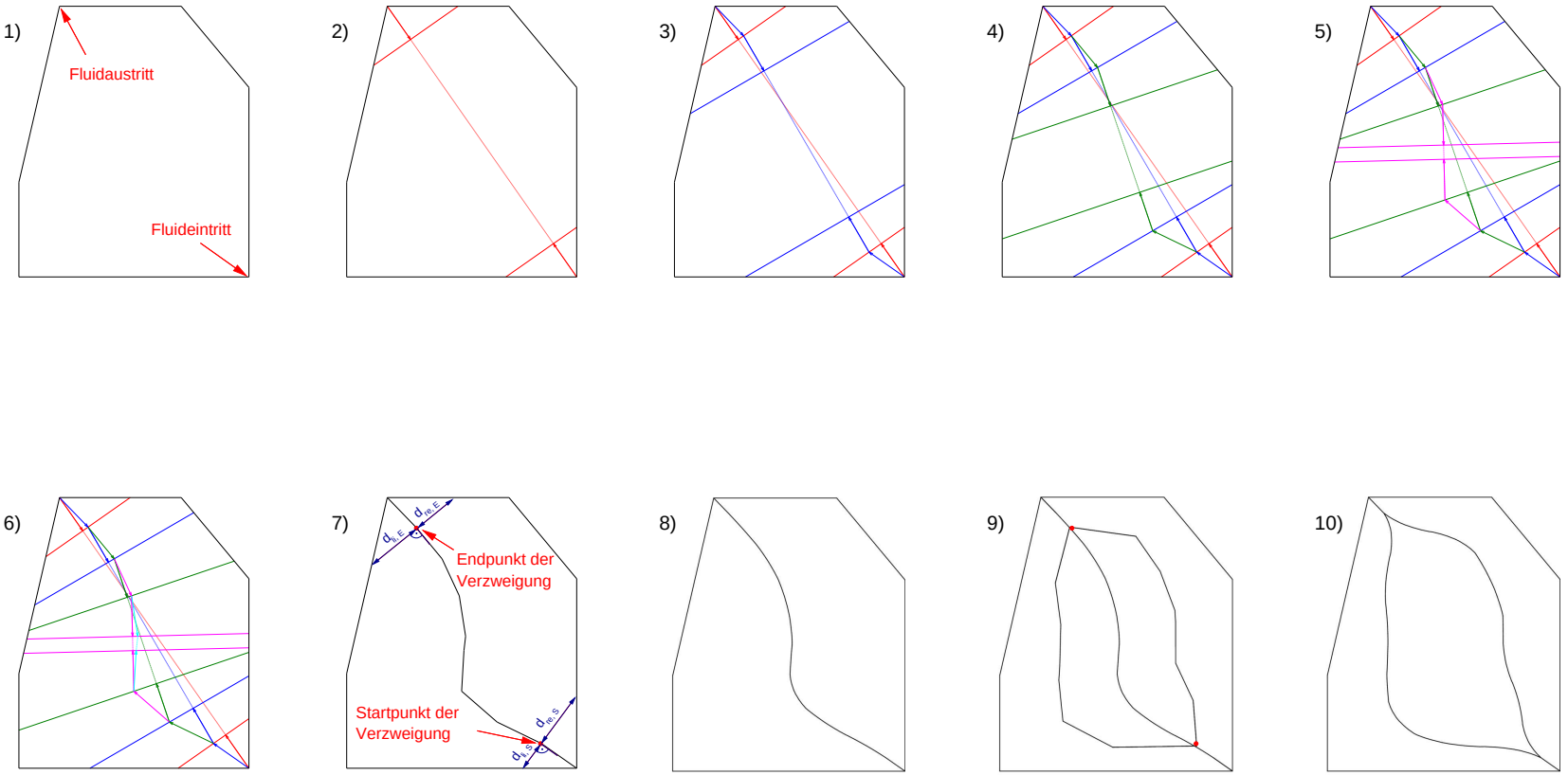


Abbildung A.1: Algorithmus zum Erzeugen der fraktalen Hydraulikstrukturen

Nun wird das Verfahren analog zu den beschriebenen Schritten in der 1. Iterationsstufe – beginnend bei den zuvor berechneten Start- und Endpunkten – durchgeführt (Teilabbildung 9). Zunächst werden dazu wiederum die Punkte verbunden und die Senkrechten im Abstand s_1 bestimmt. Der Index bezeichnet die Iterationsstufe; die Schrittweite kann sich von einer Iteration zur nächsten ändern. Dazu wird ein Schrittweitenfaktor f_s eingeführt, wobei für die Iteration i gilt: $s_{i+1} = f_s \cdot s_i$. Die jeweilige Senkrechte schneidet den Pfad der 0. Iterationsstufe; mit diesem entstehenden Schnittpunkt und den Schnittpunkten mit dem Rand wird die Senkrechte in eine rechte und eine linke Strecke geteilt. Die Verbindung vom Start- bzw. Endpunkt zu den Mittelpunkten dieser Strecken bilden die ersten Teilstücke auf den Pfaden der 1. Iterationsstufe (rechter und linker Pfad). Das Verfahren wird entsprechend fortgesetzt, wobei nun die rechte bzw. linke Teilfläche als Begrenzung berücksichtigt werden. Die maximale Breite $d_{max,i}$ kann sich wiederum von Iteration zu Iteration ändern: $d_{max,i+1} = f_d \cdot d_{max,i}$. Sobald die Pfade der 1. Iterationsstufe erzeugt und die neuen Start- und Endpunkte ermittelt sind, wird wiederum – unter Berücksichtigung des Übergangs zum Pfad der 0. Iterationsstufe – der Glättungsalgorithmus angewandt (Teilabbildung 10). Die beschriebenen Schritte werden fortgesetzt, bis eine vorgegebene Iterationstiefe i_{max} erreicht wurde. Die Änderung des Kanalquerschnitts von einer Iterationsstufe zur nächsten stellt einen weiteren Parameter dar, der das Strömungsverhalten beeinflusst. Er kann auch innerhalb einer Iterationsstufe – d. h. bei parallelen Kanälen – variieren, um unterschiedliche Kanallängen auszugleichen (hydraulischer Abgleich, siehe Kapitel 5.5).

A.2 Glättungsalgorithmus

Die Funktionsweise des Glättungsalgorithmus soll exemplarisch an Abbildung A.2 erklärt werden. Ausgehend von dem in Teilabbildung 1 dargestellten Pfad, der aus Teilstücken der Längen a_1 bis a_4 besteht, werden zunächst für jedes Teilstück neue Punkte bestimmt, die jeweils den Abstand $f \cdot a_i$ vom Anfangs- bzw. Endpunkt jedes Teilstücks haben, wobei f ein voreingestellter Faktor ist (günstig ist z. B. $f = 0,3$). Auf diese Weise wird jedes Teilstück in drei Teile geteilt. Im 1. Glättungsschritt werden nun diese neuen Punkte miteinander verbunden, so dass nur die Mittelteile der ursprünglichen Teilstücke übernommen und die bisherigen "Ecken" ignoriert werden (Teilabbildung 2). Dieses Verfahren wird mit dem jeweils neu entstandenen Pfad wiederholt, bis die gewünschte Glättung erreicht ist (Teilabbildungen 3 und 4).

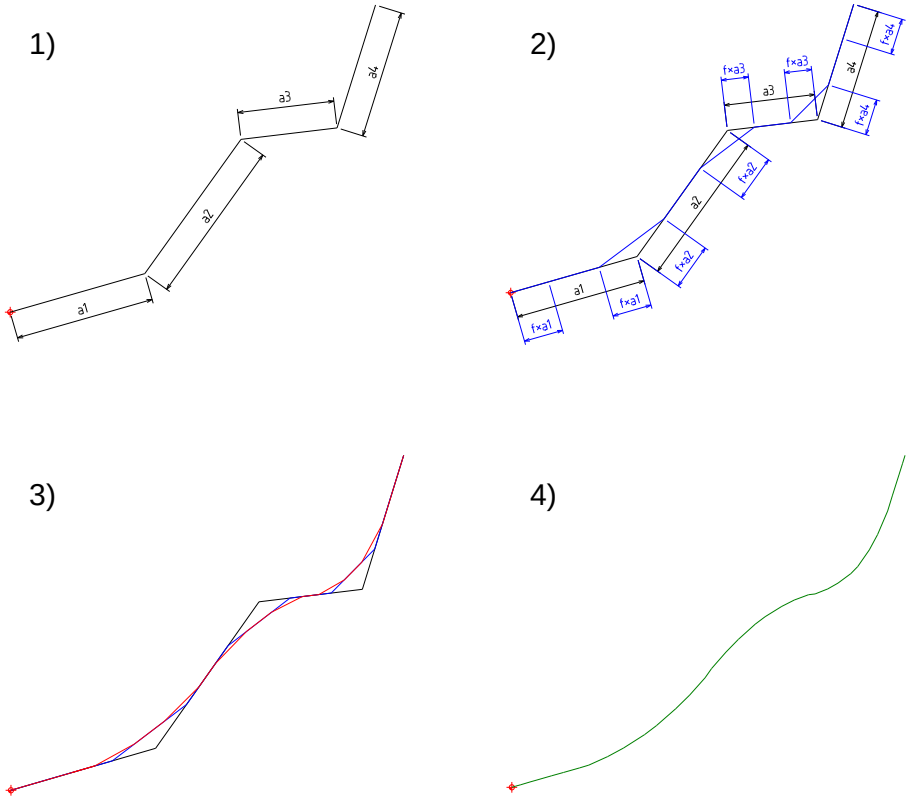


Abbildung A.2: Algorithmus zum Glätten des Strömungspfades

A.3 Übergangsalgorithmus

Analog zu den oben genannten Parametern wird die Änderung des Kanaldurchmessers durch einen Faktor f_D beschrieben: $D_{i+1} = f_D \cdot D_i$.

Auch hier ist eine Parallele zur Biologie zu finden. So wird in [Rechenberg03] beschrieben, dass bei den Verzweigungen der Blutgefäße ein Gesetz bezüglich der Durchmesseränderung zu finden ist:

Physiologen haben das Blutgefäßsystem eines 13 kg schweren Hundes vermessen. Rechts die Durchmesser D und die Zahl z der Blutgefäße der vermessenen Gefäßklassen:

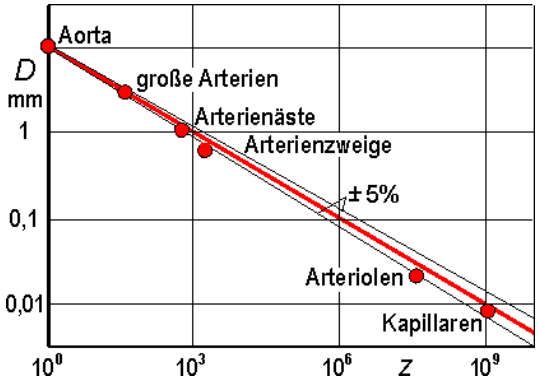
Aorta	D = 10 mm	z = 1
Große Arterien	D = 3 mm	z = 40
Arterienäste	D = 1 mm	z = 600
Arterienzweige	D = 0,6 mm	z = 1 800
Arteriolen	D = 0,02 mm	z = 40 000 000
Kapillaren	D = 0,008 mm	z = 1 200 000 000

Aus Schmidt/Thews, Physiologie des Menschen (1976)

Trägt man die Messwerte in einem doppelt logarithmischen Diagramm auf, ergibt sich eine Gerade mit dem Anstieg -1/3. Die Geometrie der Blutgefäßverzweigung wird mit einer Genauigkeit von ± 5 % durch das Gesetz

$$D_i/D_0 = \sqrt[3]{1/z}$$

beschrieben (rote Gerade).



Des Weiteren weist RECHENBERG analytisch nach, dass es sich bei diesem Gesetz in der Tat um eine energetische Optimierung handelt, sofern man einerseits die Pumpenergie des Herzens und andererseits den Aufwand zur Blutneubildung (proportional zum Volumen) in Betracht zieht. Mit der oben genannten Formel würde sich also für eine *binäre Verzweigung* Folgendes ergeben:

Mit der Anzahl z der Strömungskanäle in der Iterationsstufe i

$$z = 2^i \tag{A.1}$$

folgt

$$\frac{D_i}{D_0} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^i}} \tag{A.2}$$

und damit

$$f_D = \frac{D_{i+1}}{D_i} = \sqrt[3]{\frac{2^i}{2^{i+1}}} = \sqrt[3]{2^{-1}} \approx 0,794 \tag{A.3}$$

Nun wäre es jedoch ein falsches Verständnis der Bionik, wenn man dieses Durchmesserverhältnis gemäß Gleichung A.3 bei der Erzeugung der technischen Fraktalstrukturen anwenden würde. Zwar ist das Gütekriterium für die Optimierung in beiden Fällen eine Minimierung des Gesamtenergiebedarfs, jedoch wird dieser durch unterschiedliche Faktoren bestimmt. So gibt es in der Technik beispielsweise keine kontinuierliche "Fluidneubildung", so dass das Gütekriterium hier neu definiert werden muss. Aus diesem Grund wird f_D zunächst als weiterer Parameter verwendet.

Der Durchmesser eines Strömungskanals kann in einen rechteckigen Kanalquerschnitt der vorgegebenen Höhe h umgerechnet werden (siehe Kapitel 4.2). Um einen kontinuierlichen, strömungstechnisch günstigen Übergang unterschiedlicher Kanalbreiten zu erreichen, wird das in Abbildung A.3 dargestellte Verfahren angewandt. Zunächst werden die Senkrechten auf den Mittellinien durch den Verzweigungspunkt S_1 sowie durch den Schnittpunkt der inneren Kanalwände S_2 bestimmt (Teilabbildung 1). Diese schneiden die Kanalwände links in den Punkten L_1 und L_2 bzw. rechts in R_1 und R_2 (Teilabbildung 2). Im Folgenden soll zur Erläuterung der Vorgehensweise nur die linke Seite betrachtet werden. Die Abstände zwischen den Mittellinien und den Punkten L_1 und L_2 seien e_1 und e_2. Die Kanalwand zwischen L_1und L_2 besteht aus mehreren Segmenten i der Längen Δl_i. Stellt man sich die Segmente auf eine Gerade abgewickelt vor (Teilabbildung "Abwicklung"), so lässt sich mit Hilfe der dargestellten linearen Funktion $\Delta e(l)$ ein kontinuierlicher Übergang zwischen den Endpunkten L_1und L_2 erzeugen. Dabei ist $\Delta e(l)$ der an die bestehende Kanalwand anzufügende Teil an der Stelle l. Bei der Rückübertragung auf die gekrümmte Kanalwand werden jeweils die Winkelhalbierenden zwischen zwei Segmenten als Stützelemente verwendet, um den entsprechend berechneten Teil anzufügen (siehe Detailabbildung). Schließlich wird die Verbindung des neuen Teilstücks mit den vorhandenen Kanalwänden im Bereich der Punkte L_1und L_2 geglättet, so dass der gewünschte kontinuierliche Übergang entsteht. Entsprechend wird mit R_1 und R_2 verfahren (Teilabbildung 3).

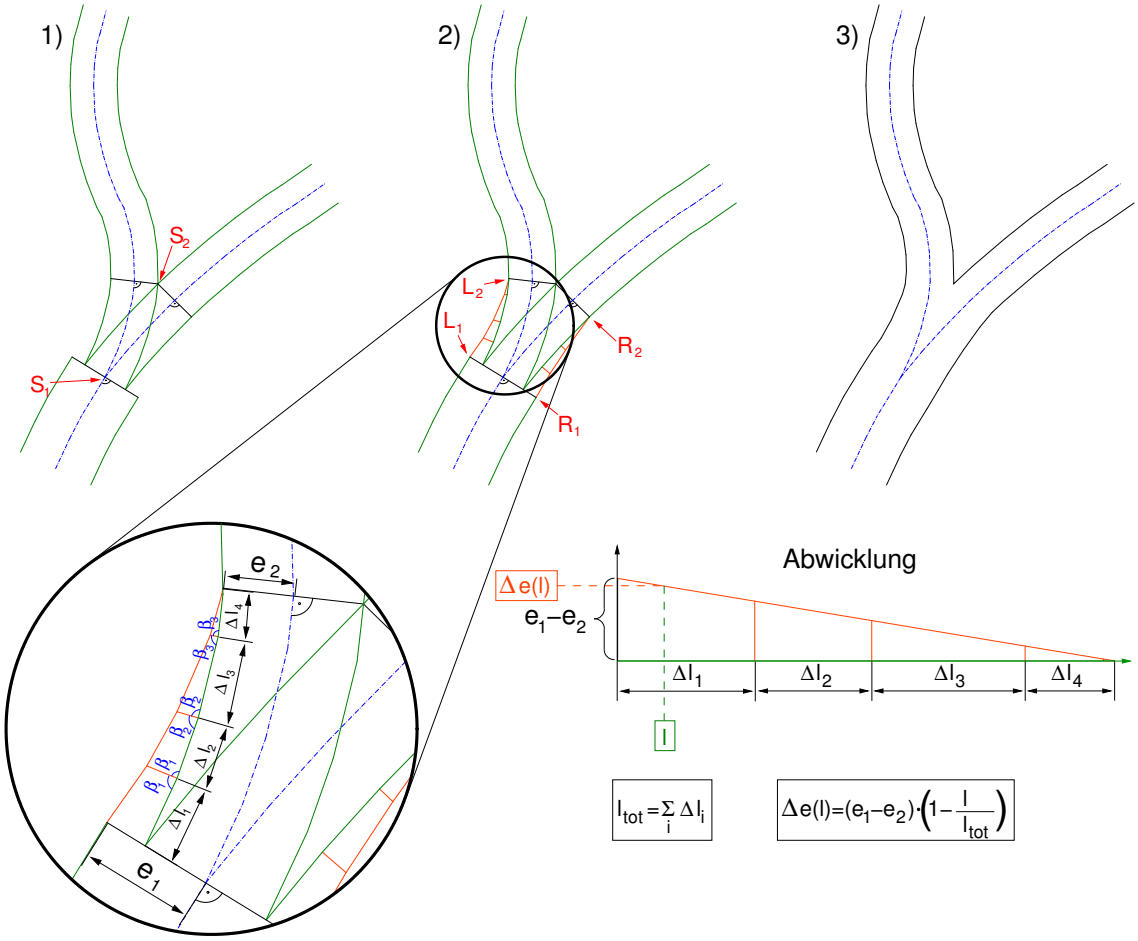


Abbildung A.3: Algorithmus zum Erzeugen eines kontinuierlichen Übergangs bei unterschiedlichen Kanalbreiten

A.4 Abrunden der Verzweigungsspitzen

Aus strömungs- und fertigungstechnischen Gründen (hohe mechanische Spannungen) ist es wünschenswert, die Verzweigungsspitzen abrunden zu können. So ist eine verwirbelungsarme Umströmung realisierbar und minimale Radien, wie sie beispielsweise bei der Fertigung durch Rollbonding gefordert sind, können eingehalten werden. Der entsprechende Algorithmus ist in Abbildung A.4 dargestellt.

Da die Größe der Rundung relativ bezüglich der Kanalbreiten in den unterschiedlichen Iterationsstufen sein soll, wird zunächst ein Verzweigungsspitzenfaktor f_e eingeführt. Unter Verwendung dieses Faktors werden Parallelen zu den inneren Kanalwänden in den Abständen $\Delta e_{1/2} = f_e \cdot b_{1/2}$ bzw. $\Delta e_{1/2} = f_e \cdot 2 \cdot e_{1/2}$ erzeugt (Teilabbildung 1). Hierin sind $b_{1/2}$ die Kanalbreiten

und $e_{1/2}$ die Abstände der Kanalwände von den Mittelsegmenten für die beiden Kanäle 1 und 2. Außer an den Übergängen (siehe Anhang A.3) gilt $b_{1/2} = 2 \cdot e_{1/2}$. Die Parallelen schneiden sich in einem ersten Verzweigungspunkt S_1. Nun werden von diesem Punkt aus die Senkrechten auf die Kanalwände gebildet; die entstehenden Schnittpunkte werden mit P_1 und P_2 bezeichnet (Teilabbildung 2). Der Mittelpunkt der Verbindungsstrecke $\overline{P_1P_2}$ ist der Ursprung O des Koordinatensystems, das für die Berechnung der Rundungskurve benötigt wird. Die Punkte P_1 und P_2 liegen dementsprechend auf der x-Achse dieses Koordinatensystems; die y-Achse ergibt sich durch die Senkrechte auf $\overline{P_1P_2}$ durch O. Sind die Kanalbreiten b_1 und b_2 und somit Δe_1 und Δe_2 identisch, so ist das Dreieck $\Delta(P_1S_1P_2)$ gleichschenklig, und S_1 liegt ebenfalls auf der y-Achse. Sofern jedoch ein Hydraulikabgleich durchgeführt wurde (siehe Kapitel 5.5), sind die Kanalbreiten im Allgemeinen nicht identisch, so dass ein neues, gleichschenkliges Dreieck als Basis für die folgende Kurvenberechnung gebildet werden muss. Dazu wird mit einer Hilfskonstruktion ein neuer Punkt gesucht, der auf der y-Achse liegt. Zunächst werden die Schnittpunkte der Strecken $\overline{P_1S_1}$ und $\overline{P_2S_1}$ bzw. ihrer Verlängerungen mit der y-Achse gesucht (Teilabbildung 3 und Detailabbildung). Diese Schnittpunkte werden mit S_2 und S_3 bezeichnet. Der neue Dreieckspunkt S_4 wird als Mittelpunkt der Strecke $\overline{S_2S_3}$ definiert; damit ist das Dreieck $\Delta(P_1S_4P_2)$ gleichschenklig. Die Senkrechten auf $\overline{S_4P_1}$ bzw. $\overline{S_4P_2}$ durch P_1 bzw. P_2 stellen die Tangenten t_1 bzw. t_2 an die zu konstruierende Kurve dar. Sie schneiden sich im Punkt S_5 auf der y-Achse. Da die Tangenten t_1 und t_2 im Allgemeinen nicht mit den Kanalwänden zusammenfallen (außer im Falle identischer Kanalbreiten), entstehen durch die Hilfskonstruktion beim Übergang der Kanalwände in die Kurve leichte Knicke, die jedoch kaum sichtbar sind (Teilabbildung 4).

In *FracTherm* kann zwischen einer parabel- oder einer kreisförmigen Abrundung gewählt werden (Abbildung A.5). Bei der *Parabelform* ist der Grad, also der Exponent exp der Funktion, frei wählbar. Dieser muss dabei nicht ganzzahlig sein (wobei dann jedoch streng genommen nicht mehr von einer Parabel gesprochen wird). Allgemein wird also eine Funktion der folgenden Form gesucht:

$$y = a \cdot x^{exp} + b \tag{A.4}$$

Um die Koeffizienten a und b zu ermitteln, werden der Schnittpunkt der Funktion mit der x-Achse sowie die Steigung m in diesem Punkt $(x_P|0)$ verwendet. Die Steigung m ergibt sich aus den gegebenen Tangenten zu

$$m = \frac{y_T}{x_P} \tag{A.5}$$

mit

$$x_p = \left|\overline{OP_2}\right| \tag{A.6}$$

und

$$y_T = \left|\overline{OT}\right| \tag{A.7}$$

Die erste Ableitung der Funktion lautet

$$y' = exp \cdot a \cdot x^{exp-1} \tag{A.8}$$

Somit ergeben sich als Bedingungen aus den Gleichungen A.4, A.5 und A.8:

$$y(x_P) = a \cdot x_P^{exp} + b = 0 \tag{A.9}$$

$$y'(x_P) = exp \cdot a \cdot x_P^{exp-1} = m \tag{A.10}$$

Hieraus folgt unmittelbar

$$y = \frac{m}{exp} \cdot \left(\frac{x^{exp}}{x_P^{exp-1}} - x_P \right) \tag{A.11}$$

Für den Sonderfall einer Parabel mit $exp = 2$ ergibt sich somit beispielsweise

$$y = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{x^2}{x_P} - x_P \right) \tag{A.12}$$

Die zweite Abrundungsvariante – ein *Kreisbogen* – muss der folgenden Bedingung genügen:

$$x^2 + (y_S - y)^2 = r^2 \tag{A.13}$$

mit

$$y_S = \left|\overline{OS_4}\right| \tag{A.14}$$

und

$$r = \left|\overline{S_4 P_2}\right| \tag{A.15}$$

Hieraus folgt unmittelbar

$$y = y_S - \sqrt{r^2 - x^2} \tag{A.16}$$

Mit Hilfe der so bestimmten Parabel- bzw. Kreisfunktion lassen sich schließlich neue Punkte für die Kanalwände berechnen; die bisher vorhandenen Punkte zwischen Verzweigungsspitze und P_1 bzw. P_2 entfallen.

A.5 Berechnung der Kanalbreite (gleichwertiger Durchmesser)

Aus Gleichung 4.3 erhält man zunächst folgende kubische Gleichung:

$$b^3 - \frac{\pi^2 D^{*^5}}{32h^3} b - \frac{\pi^2 D^{*^5}}{32h^2} = 0 \tag{A.17}$$

Sie entspricht der Form

$$y^3 + py + q = 0 \tag{A.18}$$

Diese Gleichung besitzt nach [Dubbel90] die Lösungsformeln

$$y = u + v \tag{A.19}$$

$$y = \varepsilon u + \varepsilon^2 v \tag{A.20}$$

$$y = \varepsilon^2 u + \varepsilon v \tag{A.21}$$

mit

$$u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \tag{A.22}$$

und

$$v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \tag{A.23}$$

sowie

$$\varepsilon = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \tag{A.24}$$

und

$$\varepsilon^2 = \cos(-120^\circ) + i \sin(-120^\circ) = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \tag{A.25}$$

Gleichung A.18 hat gemäß [Dubbel90] für

$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 > 0$ eine reelle und zwei konjugiert komplexe Lösungen, **(Fall 1)**

$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 = 0$ zwei verschiedene reelle Lösungen, wobei $p \neq 0$ und $q \neq 0$, **(Fall 2)**

$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 < 0$ drei verschiedene reelle Lösungen. **(Fall 3)**

Aus Gleichung A.17 folgt

$$p = -\frac{\pi^2 D^{*^5}}{32h^3} \tag{A.26}$$

und

$$q = -\frac{\pi^2 D^{*^5}}{32h^2} \tag{A.27}$$

Hieraus ergibt sich

$$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 = \left(\frac{\pi^2 D^{*^5}}{64h^2}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi^2 D^{*^5}}{216h^5}\right) \tag{A.28}$$

$$u = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*^5}}{64h^2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\pi^2 D^{*^5}}{216h^5}}\right)} \tag{A.29}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*^5}}{64h^2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\pi^2 D^{*^5}}{216h^5}}\right)} \tag{A.30}$$

Im Fall 1 interessiert nur die reelle Lösung; im Fall 2 sind u und v identisch, und es ergeben sich die reellen Lösungen $y = 2u$ und $y = -u$. Letztere ist wegen $D^* > 0$ und $h > 0$ immer negativ und hat somit keine praktische Bedeutung. Daher führen **Fall 1 und Fall 2** nur zu *einer* relevanten Lösung nach Gleichung A.19:

$$b = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\left(1+\sqrt{1-\frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}}\right)} + \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\left(1-\sqrt{1-\frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}}\right)} \tag{A.31}$$

Zur Betrachtung von Fall 3 soll zunächst der Term in der inneren Wurzel in den Gleichungen A.29 und A.30 substituiert werden:

$$z = 1 - \frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5} \tag{A.32}$$

Da z im Fall 3 negativ wird, lassen sich u und v nunmehr als komplexe Zahlen ausdrücken:

$$u = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\left(1+\sqrt{-z}\,i\right)} \tag{A.33}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\left(1-\sqrt{-z}\,i\right)} \tag{A.34}$$

Diese lassen sich umschreiben zu

$$u = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\sqrt{1-z}\,(\cos\varphi + i\,\sin\varphi)} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\sqrt{1-z}}\left(\cos\frac{\varphi}{3} + i\,\sin\frac{\varphi}{3}\right) \tag{A.35}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\sqrt{1-z}\,(\cos\varphi - i\,\sin\varphi)} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\sqrt{1-z}}\left(\cos\frac{\varphi}{3} - i\,\sin\frac{\varphi}{3}\right) \tag{A.36}$$

mit

$$\varphi = \arctan\frac{\sqrt{-z}}{1} = \arctan\sqrt{-z} \tag{A.37}$$

Die Imaginärteile heben sich durch Addition von u und v auf. Die Lösungsformel gemäß Gleichung A.19 führt somit im **Fall 3** zu

$$b = 2\cdot\sqrt[3]{\frac{\pi^2 D^{*5}}{64h^2}\sqrt{\frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}}}\cos\frac{\arctan\sqrt{\frac{\pi^2 D^{*5}}{216h^5}-1}}{3} \tag{A.38}$$

Für $-\infty < z \leq 0$ gilt $0 \leq \varphi < 90°$ und somit $0 \leq \frac{\varphi}{3} < 30°$. Die Multiplikation von u bzw. v mit ε bzw. ε^2 entspricht einer Drehung des Zeigers in der komplexen Zahlenebene um $+120°$

bzw. $-120°$. Das bedeutet aber, dass die resultierenden Zeiger immer im zweiten oder dritten Quadranten liegen. Die Lösungsformeln gemäß Gleichung A.20 und Gleichung A.21 führen daher immer zu negativen reellen Lösungen, die für die Praxis keine Relevanz haben. Somit ist Gleichung A.38 im Fall 3 die einzige Lösung mit praktischer Bedeutung.

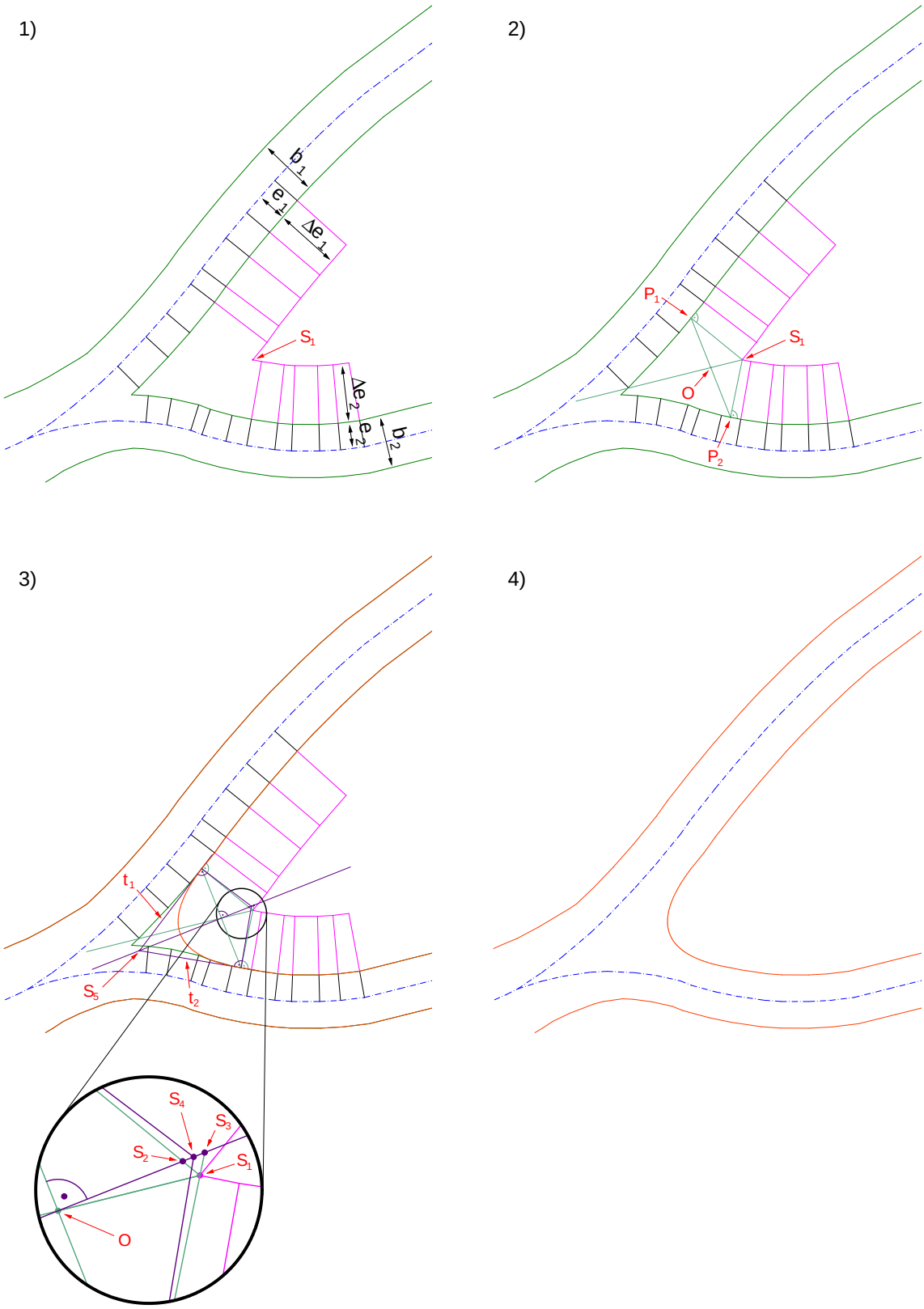


Abbildung A.4: Algorithmus zum Abrunden der Verzweigungsspitzen (Parabelform)

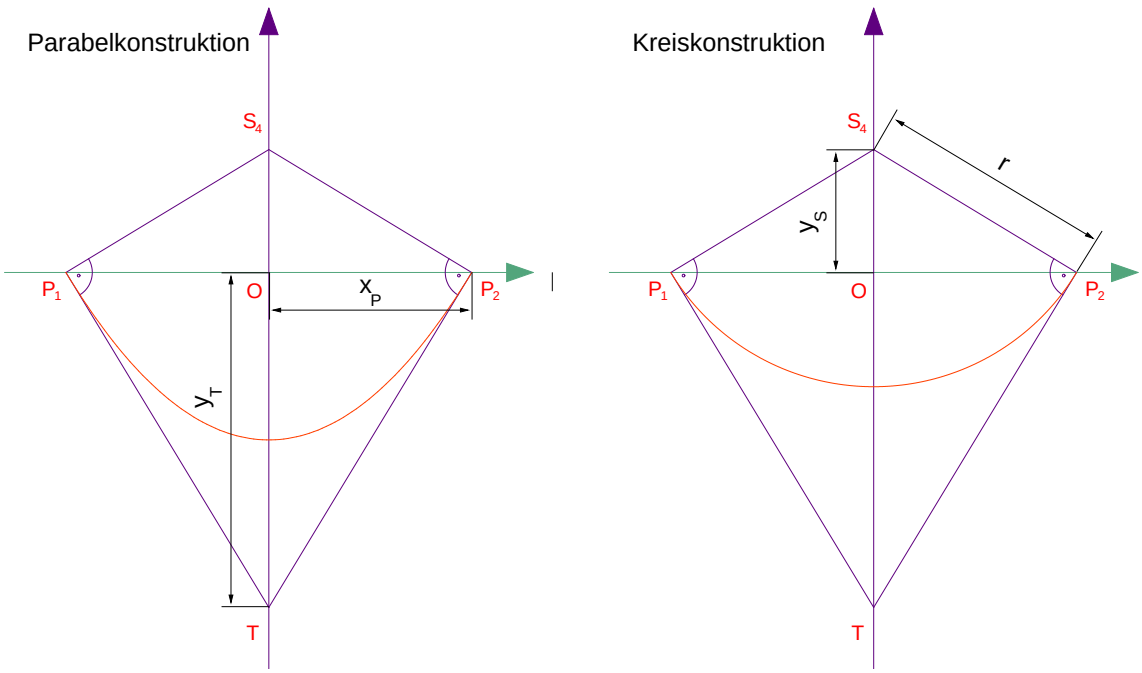


Abbildung A.5: Konstruktion einer Parabel bzw. eines Kreisbogens an gegebene Tangenten

Anhang B

Hydraulikberechnung in *ColSim*

B.1 Hydrauliklöser

B.1.1 Einfache Parallelschaltung mit bekanntem Gesamtvolumenstrom

Verfahren mit quadratischem Ansatz

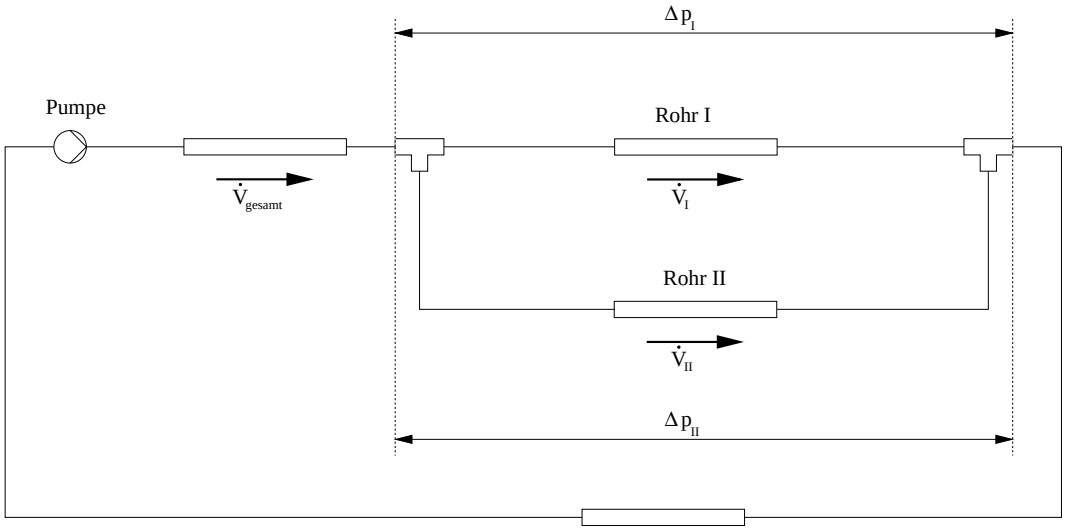


Abbildung B.1: Parallelschaltung zweier Rohrleitungen

Der Algorithmus des Hydrauliklösers verwendet ein iteratives Verfahren, das auf der Lösung einer einfachen Verzweigung basiert (Abbildung B.1). Bei einem bekannten Gesamtvolumenstrom $\dot{V}_{gesamt}$ müssen für die parallelen Stränge folgende Bedingungen erfüllt sein:

$$\dot{V}_I + \dot{V}_{II} = \dot{V}_{gesamt} \tag{B.1}$$

$$\Delta p_I = \Delta p_{II} \tag{B.2}$$

Die Kennlinien (Druckverlust Δp über Volumenstrom $\dot{V}$) der beiden Stränge I und II sind in Abbildung B.2 dargestellt. Darin sind deutlich die Bereiche laminarer bzw. turbulenter Strömung zu erkennen. Gesucht werden die Volumenströme $\dot{V}_I$ und $\dot{V}_{II}$, die zu demselben Druckverlust $\Delta p = \Delta p_I = \Delta p_{II}$ führen, wobei Gleichung B.1 erfüllt sein muss.

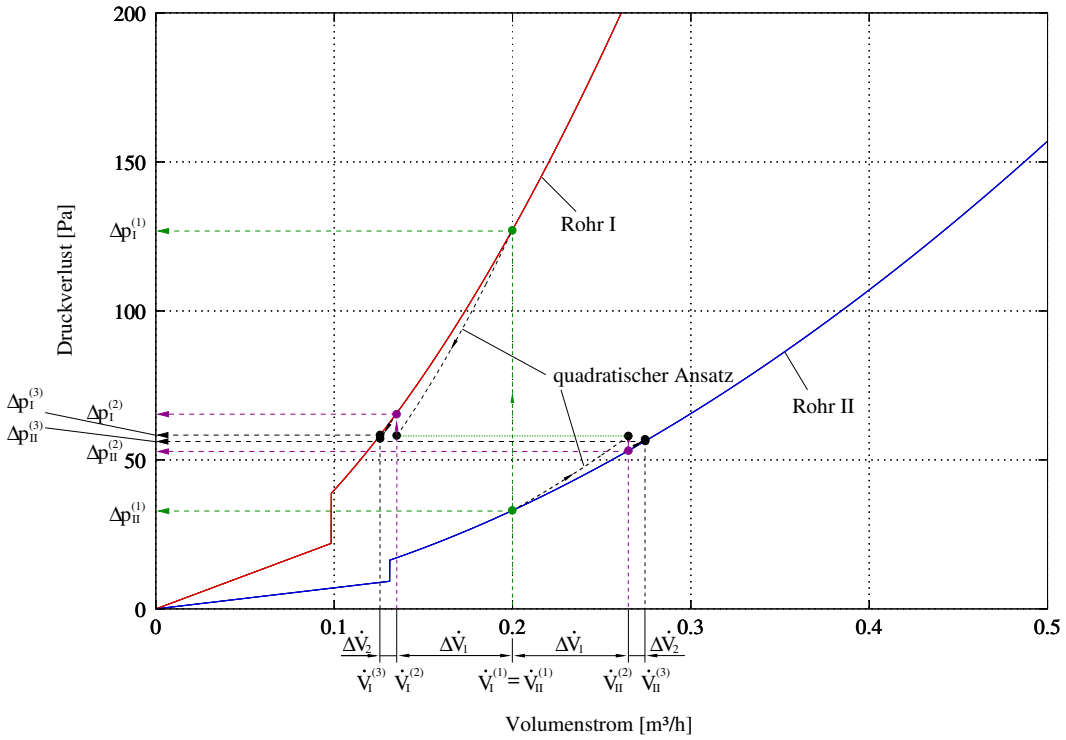


Abbildung B.2: Verfahren zur Ermittlung der Volumenströme $\dot{V}_I$ und$\dot{V}_{II}$

Das Verfahren beginnt mit einer gleichmäßigen Aufteilung des Gesamtvolumenstroms:

$$\dot{V}_I^{(1)} = \dot{V}_{II}^{(1)} = \frac{1}{2}\dot{V}_{gesamt} \tag{B.3}$$

Aus den Schnittpunkten mit den jeweiligen Kennlinien ergeben sich die zugehörigen Druckverluste $\Delta p_I^{(1)}$ und $\Delta p_{II}^{(1)}$, die noch stark voneinander abweichen. Im dargestellten Beispiel muss also Δp_I (und damit $\dot{V}_I$) verringert und dementsprechend Δp_{II} (und damit $\dot{V}_{II}$) vergrößert wer-

den.

Da Gleichung B.1 gelten muss, können die neuen Volumenströme berechnet werden als

$$\dot{V}_I^{(2)} = \dot{V}_I^{(1)} - \Delta\dot{V}_1 \tag{B.4}$$

$$\dot{V}_{II}^{(2)} = \dot{V}_{II}^{(1)} + \Delta\dot{V}_1 \tag{B.5}$$

Im Bereich turbulenter Strömung ist der Druckverlust etwa proportional zum Quadrat des Volumenstroms. Daraus ergibt sich für $\Delta p_I^{(1)}$ und $\Delta p_{II}^{(1)}$ der folgende quadratische Ansatz:

$$\Delta p_I^{(1)} = a_I \cdot \dot{V}_I^{(1)^2} \tag{B.6}$$

$$\Delta p_{II}^{(1)} = a_{II} \cdot \dot{V}_{II}^{(1)^2} \tag{B.7}$$

Analog lässt sich unter Verwendung der Gleichungen B.4 und B.5 der neue Druckverlust $\Delta p^{(2)}$, der für beide Stränge gleich sein muss, berechnen als

$$\Delta p^{(2)} = a_I \cdot \left(\dot{V}_I^{(1)} - \Delta\dot{V}_1\right)^2 = a_{II} \cdot \left(\dot{V}_{II}^{(1)} + \Delta\dot{V}_1\right)^2 \tag{B.8}$$

Auflösen der Gleichungen B.6 und B.7 nach a_I bzw. a_{II} und Einsetzen in Gleichung B.8 liefert

$$\frac{\Delta p_I^{(1)}}{\dot{V}_I^{(1)^2}} \left(\dot{V}_I^{(1)} - \Delta\dot{V}_1\right)^2 = \frac{\Delta p_{II}^{(1)}}{\dot{V}_{II}^{(1)^2}} \left(\dot{V}_{II}^{(1)} + \Delta\dot{V}_1\right)^2 \tag{B.9}$$

Hieraus lässt sich $\Delta\dot{V}_1$ berechnen zu

$$\Delta\dot{V}_1 = \frac{\dot{V}_{II}^{(1)}\dot{V}_I^{(1)}}{\dot{V}_I^{(1)^2}\Delta p_{II}^{(1)} - \dot{V}_{II}^{(1)^2}\Delta p_I^{(1)}} \left(-\dot{V}_I^{(1)}\Delta p_{II}^{(1)} - \dot{V}_{II}^{(1)}\Delta p_I^{(1)} \pm \left(\dot{V}_I^{(1)} + \dot{V}_{II}^{(1)}\right)\sqrt{\Delta p_{II}^{(1)}\Delta p_I^{(1)}}\right) \tag{B.10}$$

Mit dem so ermittelten $\Delta\dot{V}_1$ können gemäß Gleichung B.4 und B.5 die neuen Volumenströme und damit entsprechend den Kennlinien die neuen Druckverluste $\Delta p_I^{(2)}$ und $\Delta p_{II}^{(2)}$ berechnet werden, die nun weniger voneinander abweichen (im Falle von quadratischen Kennlinien wäre die Abweichung Null und damit die Lösung bereits gefunden).

Das Verfahren wird nun entsprechend wiederholt, bis die Abweichung zwischen den ermittelten Druckverlusten $\Delta p_I^{(i)}$ und $\Delta p_{II}^{(i)}$ geringer ist als eine vorgegebene Genauigkeit $\varepsilon_{\Delta p}$:

$$\left|\Delta p_I^{(i)} - \Delta p_{II}^{(i)}\right| < \varepsilon_{\Delta p} \tag{B.11}$$

Schrittverfahren zur Stabilisierung

Im Bereich des Umschlages von laminarer zu turbulenter Strömung kann das beschriebene Verfahren instabil werden, was sich dadurch äußert, dass $\Delta\dot{V}_i$ das Vorzeichen ändert ("Springen" zwischen laminarem und turbulentem Bereich der Kennlinie). In diesem Fall wechselt der Hydrauliklöser vom Verfahren mit quadratischem Ansatz zu einem Schrittverfahren. Dabei wird ausgehend vom letzten $\Delta\dot{V}_i$ ein neuer, um einen vorgegeben Faktor f_V reduzierter Wert $\Delta\dot{V}_{i+1}$ berechnet:

$$\Delta\dot{V}_{i+1} = f_V \cdot \Delta\dot{V}_i \tag{B.12}$$

Mit diesem Wert werden wie bisher die neuen Volumenströme $\dot{V}_I^{(i+2)}$ und $\dot{V}_{II}^{(i+2)}$ berechnet. Falls das Verfahren nach wie vor instabil bleibt, wird $\Delta\dot{V}_{i+2}$ wiederum auf $f_V \cdot \Delta\dot{V}_{i+1}$ gesetzt. Auch dieses Verfahren wird wiederholt, bis das Abbruchkriterium nach Gleichung B.11 erfüllt ist. Die Unstetigkeitsstelle der Kennlinie (laminar $\leftrightarrow$ turbulent bei einer REYNOLDS-Zahl $Re = 2320$) wird durch eine lineare Funktion (Steigung $m \rightarrow \infty$) ersetzt. Somit sind auch Druckverluste in diesem Bereich als Lösung möglich (siehe Abbildung B.3).

Serienschaltung mehrerer Rohre innerhalb eines Stranges

In den vorangegangenen Abschnitten wurde nur jeweils ein Rohr pro Strang betrachtet. Bei einer Serienschaltung von Rohren (Abbildung B.4) oder anderen hydraulischen Bauteilen innerhalb eines Stranges lassen sich die jeweiligen Druckverluste $\Delta p_{I,i}$ bzw. $\Delta p_{II,j}$ zu einem Gesamtdruckverlust Δp_I bzw. Δp_{II} addieren:

$$\Delta p_I = \sum_{i=1}^{n} \Delta p_{I,i} + \Delta p_{Div,d} + \Delta p_{Mix,d} \tag{B.13}$$

$$\Delta p_{II} = \sum_{j=1}^{m} \Delta p_{II,j} + \Delta p_{Div,a} + \Delta p_{Mix,a} \tag{B.14}$$

Hierin sind $\Delta p_{Div,d}$ und $\Delta p_{Div,a}$ die Druckverluste im ersten T-Stück ("Diverter"), wobei der Index d für den Durchgangs- und a für den Abzweigstrang steht. Entsprechendes gilt für die Druckverluste $\Delta p_{Mix,d}$ und $\Delta p_{Mix,a}$ im zweiten T-Stück ("Mixer"). Diese Druckverluste sind vom Volumenstromverhältnis $\frac{\dot{V}_{II}}{\dot{V}_{gesamt}}$ abhängig.

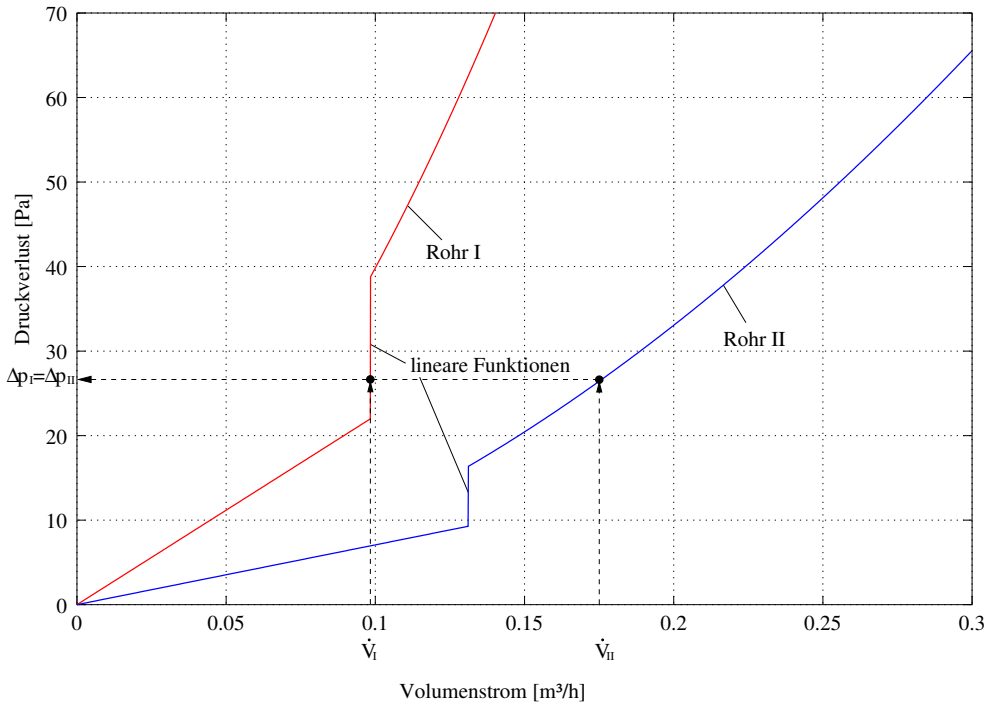


Abbildung B.3: Mögliche Lösung im Bereich des Umschlages von laminarer zu turbulenter Strömung

Die Volumenströme innerhalb eines Stranges sind für alle Bauteile i bzw. j identisch:

$$\dot{V}_I = \dot{V}_{I,i} \tag{B.15}$$

$$\dot{V}_{II} = \dot{V}_{II,j} \tag{B.16}$$

Man erhält also durch die Addition der Druckverluste wiederum für jeden Strang eine Kennlinie, so dass das bisher beschriebene Verfahren angewandt werden kann.

B.1.2 Einfache Parallelschaltung unter Berücksichtigung von Pumpen

Ermittlung des Betriebspunktes des Hydraulikkreises

Bisher wurde davon ausgegangen, dass der Gesamtvolumenstrom in dem betrachteten Hydraulikkreis bekannt ist. Im Realfall ergibt sich dieser jedoch in Abhängigkeit der Pumpen- und der Anlagenkennlinie (Abbildung B.5).

Der Druckverlust der Anlage bei diesem Volumenstrom muss von der Pumpe aufgebracht

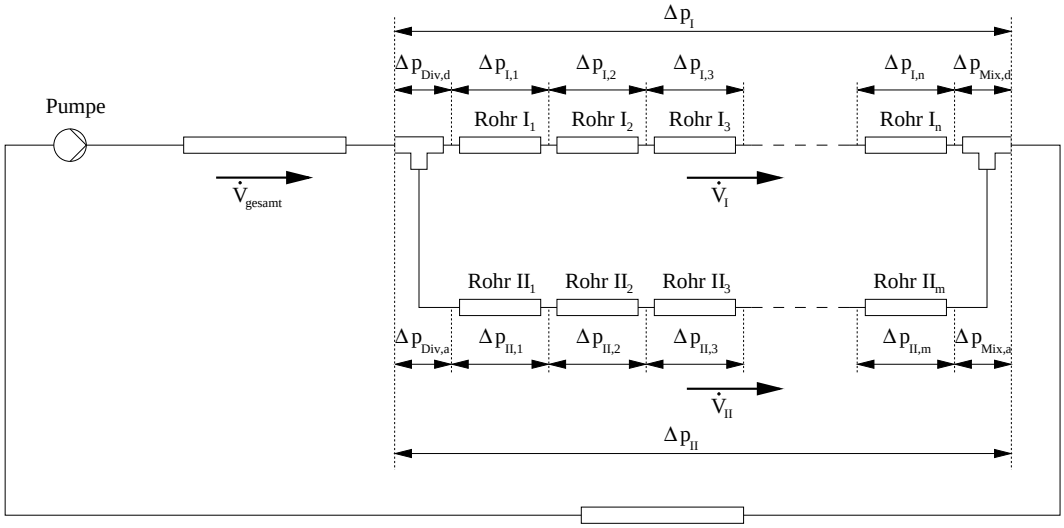


Abbildung B.4: Serienschaltung mehrerer Rohre innerhalb eines Stranges

werden; daher ergibt sich der Betriebspunkt als Schnittpunkt der Anlagen- und der Pumpenkennlinie. Es gilt also im Betriebspunkt

$$\Delta p_{Anlage} = \Delta p_{Pumpe} \tag{B.17}$$

oder umgeschrieben

$$\Delta p_{Anlage} + (-\Delta p_{Pumpe}) = 0 \tag{B.18}$$

Gleichung B.18 entspricht einer Addition der Anlagen- und der an der $\dot{V}$-Achse gespiegelten Pumpenkennlinie. Der Betriebspunkt ergibt sich in diesem Fall als Nullstelle (Abbildung B.6).

Zunächst wird der Druckverlust $\Delta p^{(1)}$ bei einem geschätzten Anfangsvolumenstrom $\dot{V}^{(1)}$ bestimmt. Da die Pumpenkennlinie und damit auch die Addition aus Pumpen- und Anlagenkennlinie in erster Näherung ebenfalls einen parabelförmigen Verlauf aufweist, kann entsprechend dem zuvor beschriebenen Verfahren der neue Volumenstrom $\dot{V}^{(2)}$ über einen quadratischen Ansatz berechnet werden. Für $\Delta p^{(1)}$ gilt dann

$$\Delta p^{(1)} = -\Delta p_{Offset} + a \cdot \dot{V}^{(1)^2} \tag{B.19}$$

Ebenso gilt für die gesuchte Nullstelle bei quadratischem Ansatz

$$0 = -\Delta p_{Offset} + a \cdot \dot{V}^{(2)^2} \tag{B.20}$$

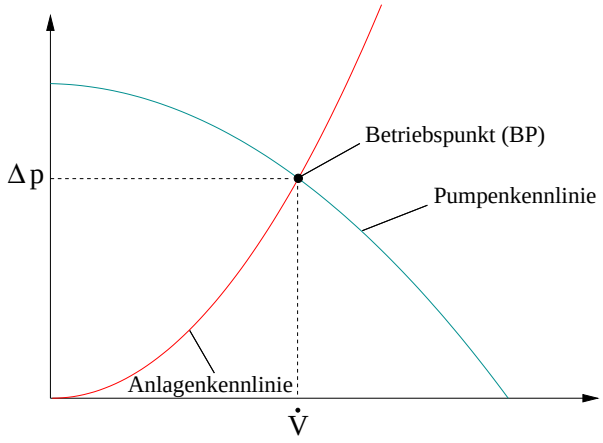


Abbildung B.5: Betriebspunkt als Schnittpunkt von Pumpen- und Anlagenkennlinie

Auflösen der Gleichung B.20 nach $\dot{V}^{(2)}$ und Einsetzen des aus Gleichung B.19 berechneten Koeffizienten a liefert

$$\dot{V}^{(2)} = \dot{V}^{(1)} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{Offset}}{\Delta p^{(1)} + \Delta p_{Offset}}} \tag{B.21}$$

Mit diesem neuen Volumenstrom $\dot{V}^{(2)}$ wird wiederum der tatsächliche Druckverlust auf der Kennlinie bestimmt und das Verfahren wiederholt, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist:

$$\left|\Delta p^{(i)}\right| < \varepsilon_{\Delta p} \tag{B.22}$$

Hiermit ist schließlich der Gesamtvolumenstrom des Hydraulikkreises bekannt.

Allgemeine Berücksichtigung von Pumpen im Hydraulikstrang

Im vorherigen Abschnitt wurde erwähnt, dass die Pumpenkennlinie ebenfalls annähernd parabelförmig verläuft. Somit kann eine Pumpe innerhalb eines Hydraulikstranges wie jedes andere Bauteil behandelt werden, allerdings mit negativem Druckverlust – also Druckgewinn. Dieser wird wie bisher gemäß den Gleichungen B.13 und B.14 zu den übrigen Druckverlusten addiert.

Bei dem quadratischen Ansatz muss nun noch der Offset-Druckverlust Δp_{Offset} berücksichtigt werden, der sich aus dem Schnittpunkt der Pumpenkennlinie mit der Δp-Achse ergibt (vgl. Abbildung B.6). Dieser Offset-Druckverlust kann sich wiederum – bei Serienschaltung mehrerer Pumpen innerhalb eines Stranges – aus mehreren Einzelwerten zusammensetzen:

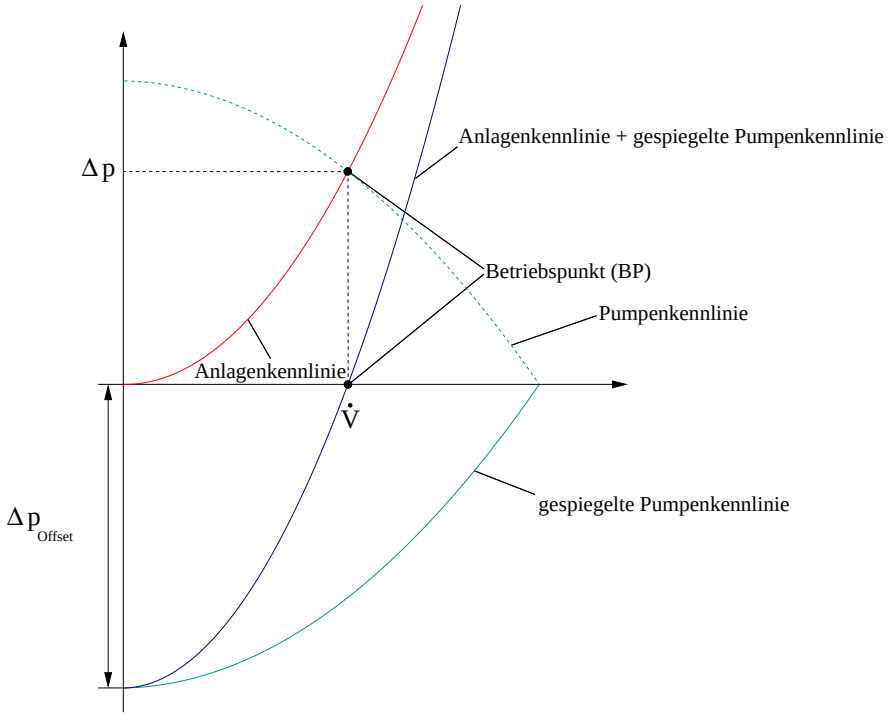


Abbildung B.6: Betriebspunkt als Nullstelle der Addition von Anlagen- und gespiegelter Pumpenkennlinie

$$\Delta p_{Offset,I} = \sum_i \Delta p^{(i)}_{Offset,I} \tag{B.23}$$

$$\Delta p_{Offset,II} = \sum_j \Delta p^{(j)}_{Offset,II} \tag{B.24}$$

Unter Berücksichtigung dieses Offset-Druckverlustes ändert sich Gleichung B.9 zu

$$-\Delta p_{Offset,I} + \frac{\Delta p^{(1)}_I + \Delta p_{Offset,I}}{\dot{V}^{(1)^2}_I} \left(\dot{V}^{(1)}_I - \Delta\dot{V}_1\right)^2 = -\Delta p_{Offset,II} + \frac{\Delta p^{(1)}_{II} + \Delta p_{Offset,II}}{\dot{V}^{(1)^2}_{II}} \left(\dot{V}^{(1)}_{II} + \Delta\dot{V}_1\right)^2 \tag{B.25}$$

Hieraus ergibt sich $\Delta\dot{V}_1$ schließlich zu

$$\Delta\dot{V}_1 = \frac{\dot{V}^{(1)}_{II}\dot{V}^{(1)}_I}{\dot{V}^{(1)^2}_I \Delta p^{(1)}_{II,sub} - \dot{V}^{(1)^2}_{II} \Delta p^{(1)}_{I,sub}} \left(-\dot{V}^{(1)}_I \Delta p^{(1)}_{II,sub} - \dot{V}^{(1)}_{II} \Delta p^{(1)}_{I,sub} \pm \sqrt{\dot{V}^{(1)^2}_I \Delta p^{(1)}_{II,sub} \left(\Delta p^{(1)}_I + \Delta p_{Offset,II}\right) + \right.$$
$$\left. + \dot{V}^{(1)^2}_{II} \Delta p^{(1)}_{I,sub} \left(\Delta p^{(1)}_{II} + \Delta p_{Offset,I}\right) + 2\dot{V}^{(1)}_{II}\dot{V}^{(1)}_I \Delta p^{(1)}_{II,sub} \Delta p^{(1)}_{I,sub}} \right) \tag{B.26}$$

mit den Substitutionen

$$\Delta p_{I,sub}^{(1)} = \Delta p_{I}^{(1)} + \Delta p_{Offset,I} \tag{B.27}$$

$$\Delta p_{II,sub}^{(1)} = \Delta p_{II}^{(1)} + \Delta p_{Offset,II} \tag{B.28}$$

Das eingangs beschriebene Verfahren wird also insofern modifiziert, als bei der Berücksichtigung von Pumpen die Parabel für den quadratischen Ansatz bei einem negativen Offset-Druckverlust beginnt (sonst im Ursprung).

B.1.3 Mehrfache Parallelschaltung

Gleichseitige Verschaltung und TICHELMANN-Verschaltung

Hydraulische Bauteile können auf zwei Arten parallel verschaltet werden (siehe Abbildung B.7): Entweder befinden sich Vor- und Rücklauf auf der gleichen Seite oder aber gegenüberliegend (TICHELMANN-Verschaltung). Bei der gleichseitigen Verschaltung nimmt die Leitungslänge sowohl im Vor- als auch im Rücklauf von einem Bauteil zum nächsten zu, was aufgrund der damit verbundenen Druckverluste zu einer ungleichmäßigen Durchströmung führt. Bei der TICHELMANN-Verschaltung hingegen ist die Summe der Leitungslängen des Vor- und Rücklaufes für alle Bauteile gleich (Beispiel in Abbildung B.7: Bei Bauteil 1 kurzer Vor- und langer Rücklauf, bei Bauteil 3 umgekehrt), wodurch eine gleichmäßigere Durchströmung erreicht wird.

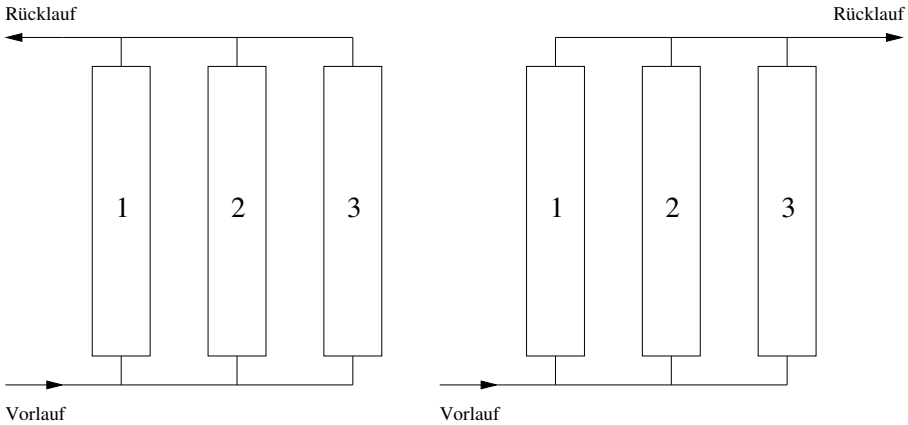


Abbildung B.7: Unterschiedliche Möglichkeiten der Parallelschaltung

Verfahren bei gleichseitiger Verschaltung

Das Problem einer gleichseitigen Parallelverschaltung (Abbildung B.8) wird durch ein rekursives Verfahren gelöst: Sobald innerhalb eines Hydraulikstranges eine weitere Verzweigung auftritt, wird zuerst dieses Teilproblem gelöst. Dieses kann wiederum weitere Verzweigungen enthalten. Auf der untersten Ebene schließlich (d. h. in der letzten Verzweigung) kann das Problem für den zunächst angenommenen Teilvolumenstrom wie oben beschrieben gelöst werden. Man erhält somit für die Verzweigung bei dem gegebenen Volumenstrom einen Druckverlust, so dass diese einfache Parallelschaltung wie ein einzelnes hydraulisches Bauteil betrachtet werden kann. Mit diesem Ersatzbauteil kann dann die nächsthöhere Parallelschaltung gelöst werden. Diese Schritte werden bis zur obersten Ebene durchgeführt. Dabei wirkt sich jede Korrektur der Volumenströme gemäß dem quadratischen Ansatz auf die untergeordneten Ebenen aus.

Um die Anzahl der Iterationen zu verringern, wird die Genauigkeit $\varepsilon_{\Delta p}$ für das Gesamtnetz (Gleichung B.22) ausgehend von einem relativ hohen Wert stufenweise bis zur gewünschten Endgenauigkeit reduziert. Ansonsten würden die Teilverzweigungen in jedem Zwischenschritt, also mit noch nicht korrigierten Volumenströmen, mit einer unnötig hohen Genauigkeit berechnet.

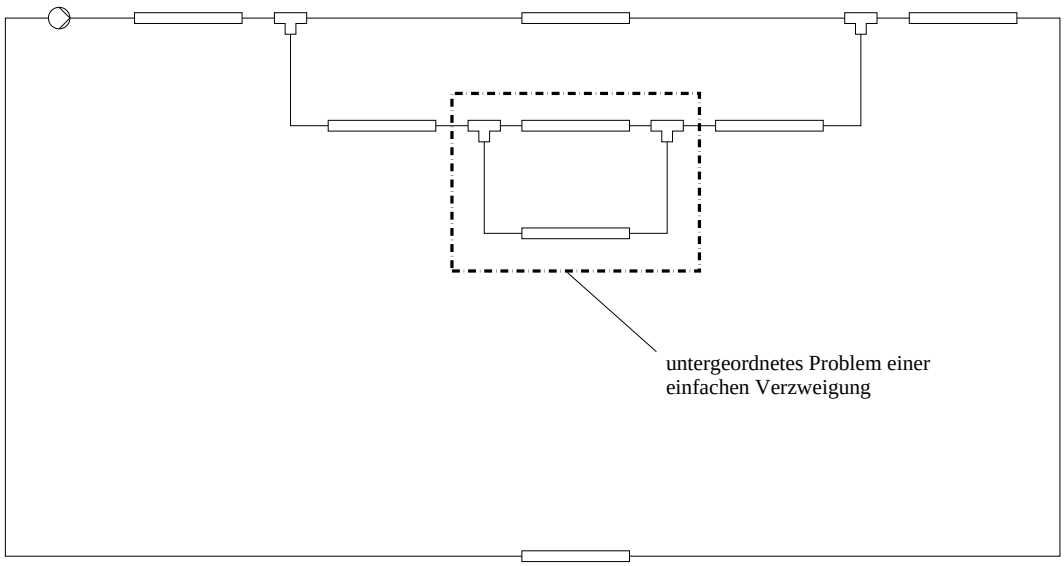


Abbildung B.8: Lösen des untergeordneten einfachen Verzweigungsproblems bei mehrfacher Parallelschaltung

Verfahren bei TICHELMANN-Verschaltung

Eine TICHELMANN-Verschaltung (Abbildung B.9) unterscheidet sich von der bisher diskutierten Parallelschaltung dadurch, dass nun auch Verbindungen zwischen den beiden untersuchten Hydrauliksträngen existieren können ($\dot{V}_2$ in Abbildung B.9), so dass sich die Volumenströme innerhalb der Stränge ändern (im rechten Strang: $\dot{V}_2 + \dot{V}_3 \Rightarrow \dot{V}_3$, im linken Strang: $\dot{V}_1 \Rightarrow \dot{V}_1 + \dot{V}_2$). Bei dem Verfahren wird – wie auch bei den bisherigen Algorithmen – entgegen der Strömungsrichtung vorgegangen; sobald ein "Mixer" gefunden wird (also im Beispiel zunächst "Mixer 2"), so wird nach dem zugehörigen "Diverter" gesucht (im Beispiel "Diverter 1"). Dieses Verzweigungsproblem wird wie bisher beschrieben gelöst; allerdings muss nun beim Erreichen von "Diverter 2" im rechten Strang berücksichtigt werden, dass sich der Volumenstrom ändert, was sich auf alle nachfolgenden Bauteile im Strang auswirkt, und dass ein Druckverlust im "Diverter 2" auftritt, der von $\dot{V}_2$ und $\dot{V}_3$ abhängt. $\dot{V}_2$ ist zunächst unbekannt (er wird bei der Initialisierung auf 0 gesetzt), bei den nachfolgenden Iterationen liegt jedoch ein Wert vor. Im linken Strang wird ein zweiter "Mixer" ("Mixer 1") gefunden, so dass nun wiederum rekursiv ein weiteres Verzweigungsproblem gelöst wird (zwischen "Mixer 1" und"Diverter 1"). Bei diesem Problem ist wiederum zunächst $\dot{V}_3$ unbekannt, im nächsten Iterationsschritt liegt jedoch auch hier ein erster Wert vor (aus der Berechnung der äußeren Verzweigung). Auf diese Weise kann schließlich das gesamte hydraulische Netz berechnet werden.

B.1.4 Pumpen-, Ventil- und Ergebnisdateien

Die Kennlinien für Pumpen und Ventile werden als ASCII-Dateien eingelesen. Die Dateinamen lauten **pump_x.dat** bzw. **valve_x.dat**, wobei x eine laufende Nummer darstellt. Diese Nummer wird in *ColSim* als Parameter verwendet, um die jeweilige Datei auszuwählen. Im Betriebssystem LINUX besteht die Möglichkeit, die fest vorgegebenen Dateinamen mit beliebigen Dateien zu verknüpfen ("symbolischer Link"). So ist es beispielsweise möglich, **pump_3.dat** auf die eigentliche Pumpendatei mit dem Namen **WILO_HU_6BUS.dat** zeigen zu lassen. Durch Ändern des symbolischen Links auf eine andere Datei kann somit in allen *ColSim*-Simulationen, die die Pumpennummer 3 verwenden, die Pumpe gleichzeitig "ausgetauscht" werden. Entsprechendes gilt für die Ventildateien.

Pumpendateien

Die Pumpendateien müssen in folgendem Format vorliegen:

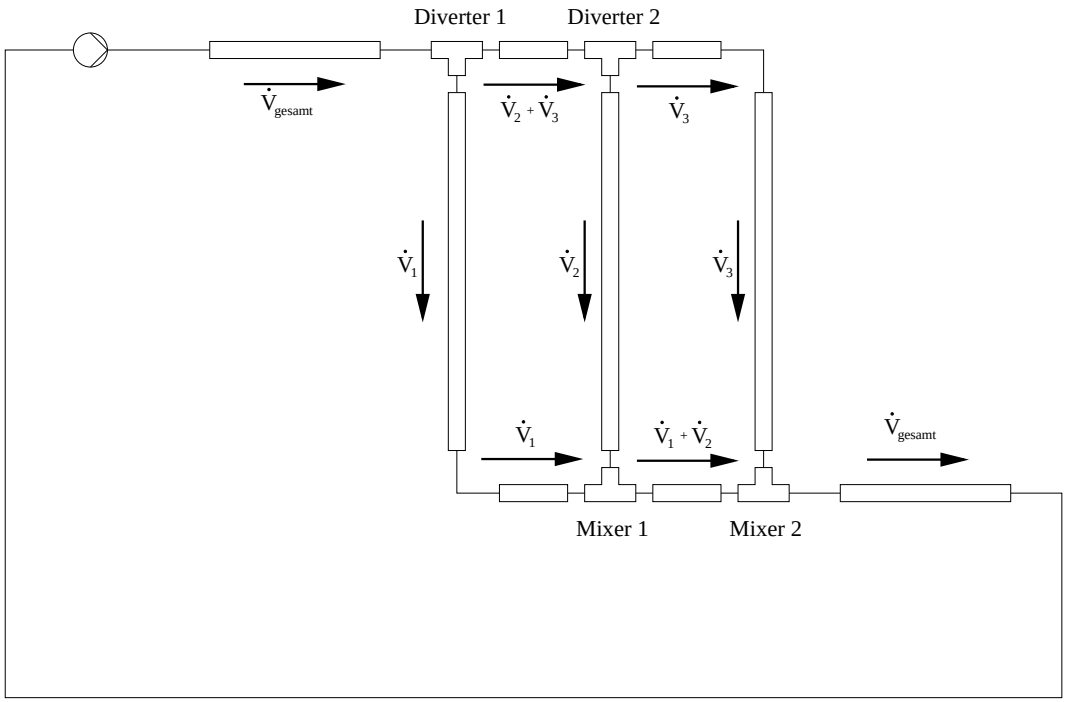


Abbildung B.9: Aufteilung der Volumenströme bei einer Parallelschaltung nach TICHELMANN

```
#Stage_1
   0.0050   0.64220   31.621
   0.1856   0.49949   31.664
   0.4170   0.33639   31.700
   0.6186   0.22426   31.719
   0.8452   0.09174   31.730
   0.9159   0.04587   31.738

#Stage_2
   0.0050   0.71356   34.596
   0.2418   0.49949   34.662
   0.4390   0.34659   34.686
   0.6112   0.23955   34.695
   0.8432   0.10194   34.697
   0.9336   0.05097   34.692

      ...
```

Die Kennlinie für die Pumpenstufe x wird durch **#Stage_x** eingeleitet. Danach folgen tabellarisch – durch Leerzeichen oder Tabulatoren getrennt – die Daten für den Volumenstrom in $[m^3/h]$, die Förderhöhe in $[m]$ sowie die elektrische Leistung in $[W]$.

Ventildateien

Die Ventildateien müssen in folgendem Format vorliegen:

```
#Setting_1
    0.0000   0.00000
    0.0833   0.00000
    0.1667   0.03015
    0.9440   1.20195
    1.0000   1.23615
```

Je nach Ventiltyp – z. B. bei Thermostat-Ventilunterteilen – kann es unterschiedliche Voreinstellungen geben. Die Voreinstellung x wird durch **#Setting_x** eingeleitet. Danach folgen tabellarisch – durch Leerzeichen oder Tabulatoren getrennt – die Control-Werte (zwischen 0 und 1) und die jeweiligen Durchflusskennwerte (k_v-Werte) in $[m^3/h]$.

Bei einem Magnetventil gäbe es also beispielsweise nur eine Voreinstellung (**#Setting_1**) mit den Wertepaare 0.0000 0.0000 (Ventil geschlossen) und 1.0000 k_{vs} (Ventil geöffnet). Bei einem Motorregelventil mit nichtlinearer Kennlinie werden entsprechend mehr Wertepaare benötigt. Die Zwischenwerte werden linear interpoliert.

Einen Sonderfall stellen Thermostat-Ventilunterteile dar; bei ihnen wird für die unterschiedlichen Voreinstellungen jeweils der k_v-Wert in Abhängigkeit der Regeldifferenz benötigt. Um ein einheitliches Datenformat für Ventile gewährleisten zu können, wurde festgelegt, dass 1 K Regeldifferenz einem Control-Wert von 0,1 entspricht. Somit können k_v-Werte zwischen 0 und 10 K Regeldifferenz (Control-Werte zwischen 0 und 1) definiert werden. Den k_v-Wert für eine Regeldifferenz von 2 K würde man also beispielsweise durch einen Control-Wert von 0,2 erhalten.

Ergebnisdatei “hydraulic_net.out”

Nach jedem Simulationsschritt wird die Ergebnisdatei **hydraulic_net.out** neu geschrieben:

2190.000					
1	0.27998	3.04510	158.58987	0.00000	0.00000
2	0.27998	62.15650	51.52371	0.00000	0.00000
3	0.42763	-23.30971	355.31250	0.00000	0.00000
4	0.19747	30.50528	24.16416	0.00000	0.00000
5	0.27139	-11.15157	142.51135	0.00000	0.00000
6	0.27139	35.00531	-36.49737	0.00000	0.00000
7	0.25818	3.66620	135.39697	0.00000	0.00000
8	0.12259	837.27525	0.00000	0.00000	0.00000
...					
68	1.02928	-32777.69499	0.00000	74.43265	31.84358
69	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
70	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

In der ersten Zeile steht die absolute Simulationszeit in $[s]$. Danach folgen tabellarisch die Unitnummer, der Volumenstrom in $[m^3/h]$, der Druckverlust in Durchgangsrichtung in $[Pa]$, der Druckverlust in Abzweigrichtung in $[Pa]$ (bei Verzweigungsstücken), die elektrische Leistung der Pumpe in $[W]$ sowie die kumulierte elektrische Energie der Pumpe in $[Wh]$.

Ergebnisdatei “pump_data.out”

Bei jedem Simulationsaufruf wird die Ergebnisdatei **pump_data.out** neu geschrieben. Während der Simulation wird die Datei nach jedem Simulationsschritt um die aktuellen Daten erweitert:

0.000	0.32583	0.40065	31.68582	0.00000
10.000	0.32583	0.40065	31.68582	0.08802
20.000	0.32583	0.40065	31.68582	0.17603
30.000	0.32583	0.40065	31.68582	0.26405
40.000	0.32583	0.40065	31.68582	0.35206
50.000	0.32583	0.40065	31.68582	0.44008
...				

In der ersten Spalte steht die absolute Simulationszeit in $[s]$, danach folgen der Volumenstrom in $[m^3/h]$, die Förderhöhe in $[m]$, die elektrische Leistung in $[W]$ sowie die kumulierte elektrische Energie in $[Wh]$.

Ergebnisdatei “pump_frequency.out”

Die Datei **pump_frequency.out** enthält die Häufigkeitsverteilung der Pumpenbetriebspunkte im H-$\dot{V}$-Gebiet. Dazu wird das Gebiet in $n \times m$ Felder eingeteilt (n entspricht dabei der $\dot{V}$-Einteilung, m der H-Einteilung). Die Daten werden dementsprechend in einer $n \times m$-Matrix dargestellt (n Spalten, m Zeilen). Die Werte für n und m werden im Hydrauliklöser voreingestellt.

B.2 Hydraulikvisualisierung

B.2.1 Online-Visualisierung des Pumpenzustandes mit *PumpPlot*

Das Visualisierungstool *PumpPlot* wurde entwickelt, um den Zustand der Pumpe während einer Hydrauliksimulation beobachten zu können. Außerdem ermöglicht es die grafische Darstellung von Daten, die von dem *ColSim*-Hydrauliklöser während der Simulation in Dateien geschrieben werden. Auf diese Weise kann die Pumpe sehr gut im Kontext des gesamten Hydraulikne tzwerkes betrachtet und bewertet werden. *PumpPlot* besteht aus den Teilen *PumpPlot Head* (Förderhöhe H über Volumenstrom $\dot{V}$) und *PumpPlot Power* (elektrische Leistung P_{el} über Volumenstrom $\dot{V}$).

PumpPlot Head

Nach dem Programmstart von *PumpPlot Head* gelangt man zunächst in den **2D-Modus** (Abbildung B.10). In diesem werden die Pumpenkennlinien (**Förderhöhe H über Volumenstrom $\dot{V}$**) für alle Pumpenstufen dargestellt. Zusammen mit den Daten für die elektrische Leistungsaufnahme wird der **Wirkungsgrad** auf diesen Kennlinien errechnet und farblich dargestellt. Die zugehörigen Werte können der rechten Farbskala entnommen werden. Die gelbe Strichlinie verbindet die jeweils **maximalen Wirkungsgrade** aller Pumpenstufen. Während der Simulation wird der **aktuelle Pumpenbetriebspunkt** als rotes Kreuz in dem Diagramm dargestellt; der **aktuelle Wirkungsgrad** erscheint neben der Farbskala. Über dem Diagramm werden der **Name der Pumpendatei** sowie die **absolute Simulationszeit** angezeigt. Durch Ziehen mit der linken Maustaste ist ein **Hineinzoomen** in das Diagramm möglich; mit der rechten Maustaste gelangt man zur Ausgangsdarstellung zurück. Das **Seitenverhältnis** des Zoombereichs orientiert sich dabei an dem des Fensters; mit der Leertaste kann dieser Modus jedoch beliebig ein- und ausgeschaltet werden. Durch Drücken der Taste “P” wird die aktuelle Darstellung in eine **Postscript-Datei** (“pumpplot_head_x.ps”) geschrieben, wobei x einer laufenden Nummer entspricht, die bei

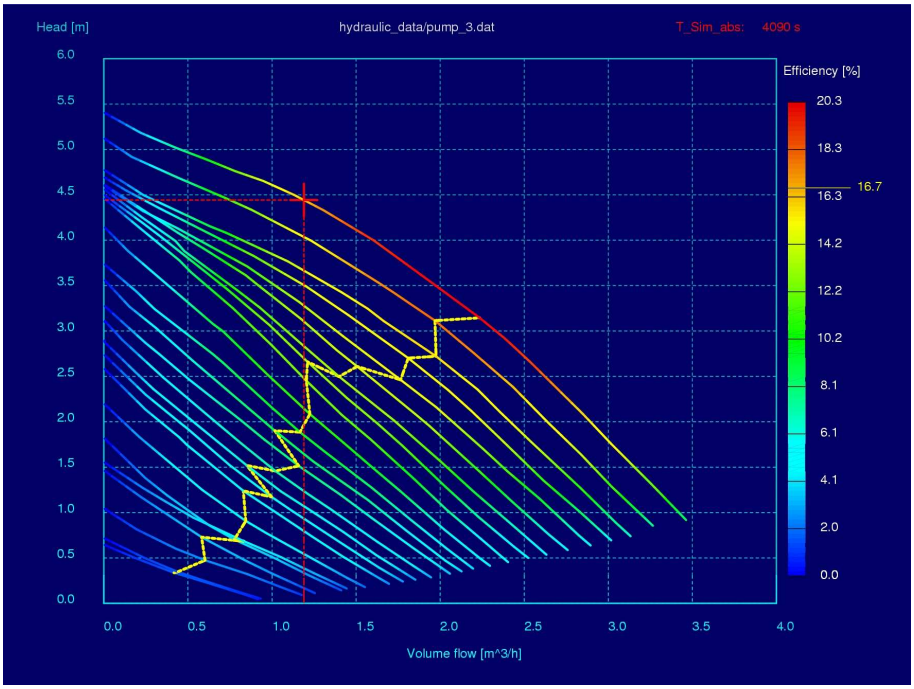


Abbildung B.10: *PumpPlot Head* (2D-Modus)

jedem neuen Programmaufruf jedoch wieder bei 1 beginnt. Es empfiehlt sich, vor dem Erzeugen der Postscript-Datei das Fenster auf das gewünschte Maß zu vergrößern.

Mit der mittleren Maustaste ist ein Wechsel in den **3D-Modus** möglich (Abbildung B.11). Dabei werden die Kennlinien nun dreidimensional gezeichnet, wobei die Höhe dem **Wirkungsgrad** η entspricht. Des Weiteren wird die **Häufigkeit der Betriebspunkte** über die gesamte bisherige Simulationszeit als “Gebirge” dargestellt. Mit Hilfe der Maustasten können **Translations- und Rotationsbewegungen** durchgeführt werden (Tabelle B.1). Dabei bilden bei den Translationsfunktionen die $\dot{V}$-, H- und η-Achse das lokale Bezugskoordinatensystem, die Rotationsfunktionen verwenden jedoch ein globales x-y-z-Koordinatensystem. Die Doppelpfeile in Tabelle B.1 symbolisieren die jeweils notwendige Mausbewegung. Auch im 3D-Modus kann durch Drücken der Taste “P” eine **Postscript-Datei** erzeugt werden. Mit der mittleren Maustaste gelangt man wiederum zurück in den **2D-Modus**.

Mit der ESC-Taste wird *PumpPlot Head* beendet.

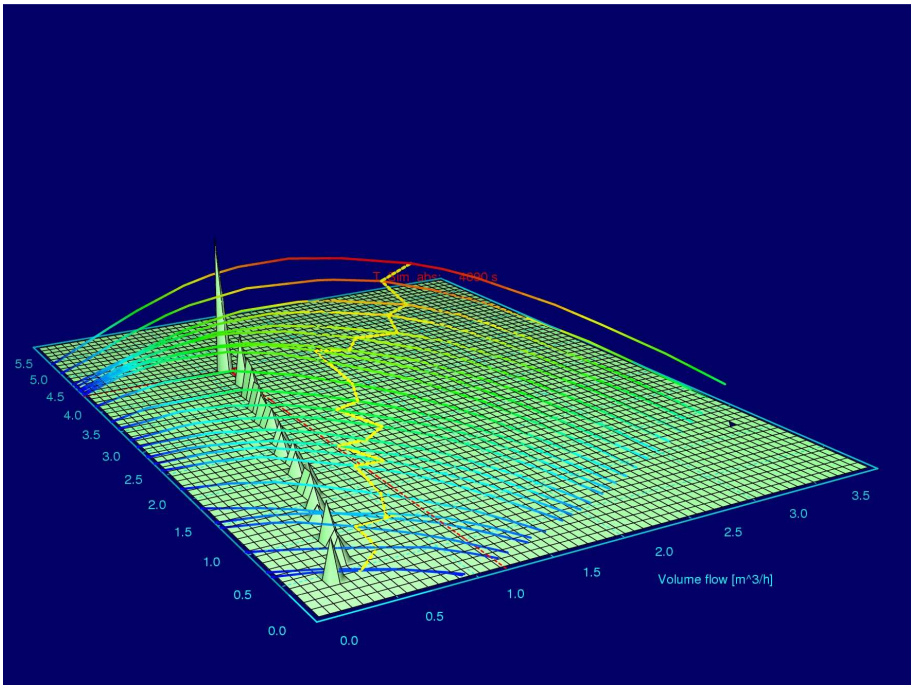


Abbildung B.11: *PumpPlot Head* (3D-Modus)

PumpPlot Power

Beim Start von *PumpPlot Power* erscheint zunächst - analog zum 2D-Diagramm von *PumpPlot Head* - ein **Kennliniendiagramm** (**Leistungsaufnahme** P_{el} **über Volumenstrom** $\dot{V}$) mit allen Pumpenstufen (Abbildung B.12). Der **aktuelle Pumpenbetriebspunkt** wird ebenfalls als rotes Kreuz im Diagramm dargestellt, ebenso erscheinen auch hier der **Name der Pumpendatei** und die **absolute Simulationszeit** im Kopf des Fensters. Das **Hineinzoomen** und die Änderung des **Seitenverhältnisses** erfolgen wie bei *PumpPlot Head*. Durch Drücken der Taste “P” wird wiederum eine **Postscript-Datei** geschrieben (in diesem Fall “pumpplot_power_x.ps”, wobei x wieder einer laufenden Nummer entspricht).

Mit der mittleren Maustaste kann zu einem **Zeitdiagramm** gewechselt werden (Abbildung B.13). In diesem werden der **Verlauf der elektrischen Leistungsaufnahme** und die **kumulierte elektrische Energie** über der **absoluten Simulationszeit** dargestellt. Die Zeitachse beginnt bei dem Simulationszeitpunkt, zu dem *PumpPlot Power* gestartet wurde, und endet bei der aktuellen Simulationszeit. Die Energie-Achse rechts passt sich automatisch dem aktuellen Wert an. Mit der mittleren Maustaste gelangt man wiederum zurück zum **Kennliniendiagramm**.

Mit der ESC-Taste wird *PumpPlot Power* beendet.

lokales Koordinatensystem	$\dot{V}$**-Achse**	H**-Achse**	η**-Achse**
Translation **(in Achsenrichtung)**	Shift + linke Maustaste ⇔	Shift + linke Maustaste ⇕	Shift + rechte Maustaste ⇕
globales Koordinatensystem	**x-Achse**	**y-Achse**	**z-Achse**
Rotation **(um Achse)**	linke Maustaste ⇕	rechte Maustaste ⇔	linke Maustaste ⇔

Tabelle B.1: Translations- und Rotationsfunktionen in *PumpPlot Head* (3D-Modus)

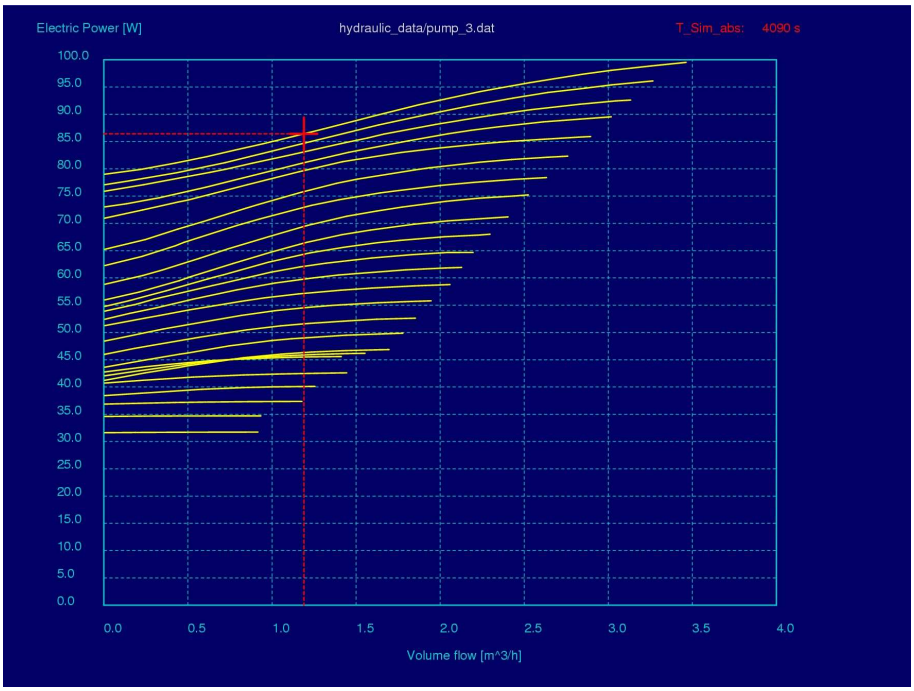


Abbildung B.12: *PumpPlot Power* (Kennliniendiagramm)

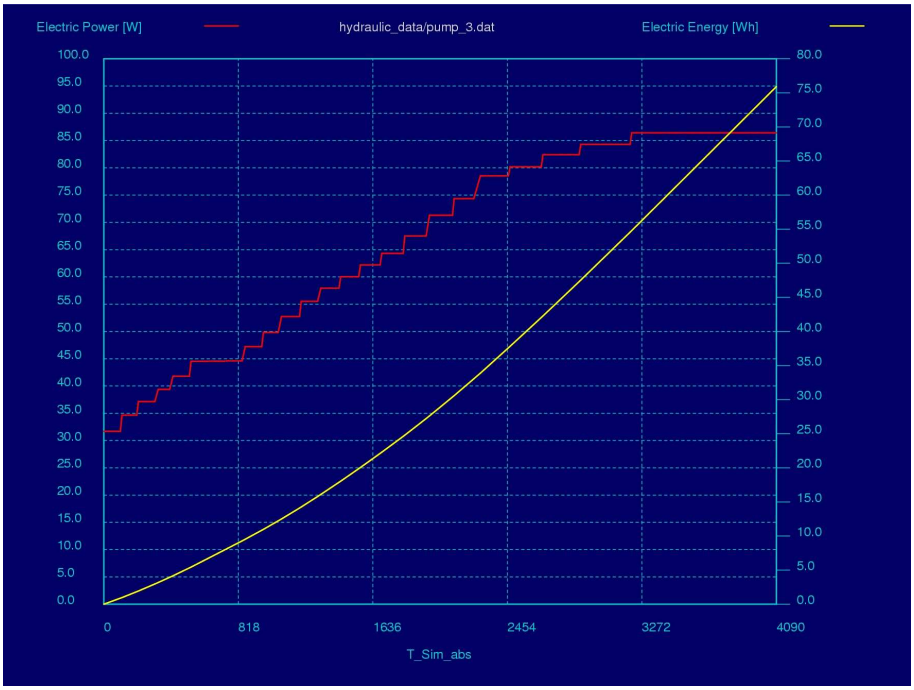


Abbildung B.13: *PumpPlot Power* (Zeitdiagramm)

Anhang C

Wärmeübergang und Diskretisierung

C.1 Wärmeübergangskoeffizient

Der Wärmeübergangskoeffizient α_i im Rohr lässt sich aus der NUSSELT-Zahl Nu berechnen, die wie folgt definiert ist:

$$Nu = \frac{\alpha_i D_i}{\lambda} \tag{C.1}$$

Hierin sind D_i der Rohrinnendurchmesser und λ die Wärmeleitfähigkeit des Fluids. Aus Gleichung C.1 folgt unmittelbar

$$\alpha_i = \frac{Nu \cdot \lambda}{D_i} \tag{C.2}$$

In [VDI94] werden Gleichungen zur Berechnung der NUSSELT-Zahl in Abhängigkeit des Strömungszustandes und der thermischen Randbedingungen angegeben.

C.1.1 Laminare Strömung

Bei *laminarer Strömung* wird zwischen den thermischen Randbedingungen **konstante Wandtemperatur** und **konstante Wärmestromdichte** unterschieden.

Konstante Wandtemperatur

Für die mittlere NUSSELT-Zahl bei *thermischem und hydrodynamischem Anlauf* kann eine Gleichung für alle Rohrlängen l angegeben werden:

$$Nu_{m,\vartheta} = \left\{ Nu_{m,\vartheta,1}^3 + 0,7^3 + \left[Nu_{m,\vartheta,2} - 0,7 \right]^3 + Nu_{m,\vartheta,3}^3 \right\}^{1/3} \tag{C.3}$$

mit

$$Nu_{m,\vartheta,1} = 3,66 \tag{C.4}$$

$$Nu_{m,\vartheta,2} = 1,615 \sqrt[3]{Re\, Pr\, D_i/l} \tag{C.5}$$

$$Nu_{m,\vartheta,3} = \left(\frac{2}{1 + 22\, Pr} \right)^{1/6} \left(Re\, Pr\, D_i/l \right)^{1/2} \tag{C.6}$$

Hierin werden die REYNOLDS-Zahl Re und die PRANDTL-Zahl Pr verwendet:

$$Re = \frac{w \cdot D_i}{\nu} \tag{C.7}$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} \tag{C.8}$$

mit der Strömungsgeschwindigkeit w, dem Innendurchmesser D_i, der kinematischen Viskosität ν sowie der Temperaturleitfähigkeit $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ des Fluids. λ bezeichnet wiederum die Wärmeleitfähigkeit, ρ die Dichte und c_p die spezifische Wärmekapazität des Fluids.

Konstante Wärmestromdichte

Für eine *hydrodynamisch ausgebildete Laminarströmung* gilt die Gleichung

$$Nu_{m,q} = \left\{ Nu_{m,q,1}^3 + 0,6^3 + \left[Nu_{m,q,2} - 0,6 \right]^3 \right\}^{1/3} \tag{C.9}$$

mit

$$Nu_{m,q,1} = 4,364 \tag{C.10}$$

$$Nu_{m,q,2} = 1,953 \sqrt[3]{Re\, Pr\, D_i/l} \tag{C.11}$$

Auch bei konstanter Wärmestromdichte lässt sich für die mittlere NUSSELT-Zahl bei *thermischem und hydrodynamischem Anlauf* eine Gleichung für ein Rohr der Länge l angeben:

$$Nu_{m,q} = 0,924 \sqrt[3]{Pr} \sqrt{Re\, D_i/l} \tag{C.12}$$

Diese Gleichung gilt jedoch nur, sofern sich aus ihr eine größere NUSSELT-Zahl als aus der Gleichung für die *hydrodynamisch ausgebildete Laminarströmung* ergibt; ansonsten gilt Gleichung C.9.

Die Gleichungen für *thermischen und hydrodynamischen Anlauf* wurden gegenüber jenen für *hydrodynamisch ausgebildete Laminarströmung* bevorzugt, weil an jeder Verzweigung der fraktalen Hydraulikstrukturen eine Querschnittsänderung und Strömungsumlenkung auftritt und daher von einer Neuausbildung des Strömungsprofils ausgegangen werden kann.

C.1.2 Turbulente Strömung

Bei *turbulenter Strömung* ergeben sich nach [VDI94] für die beiden thermischen Randbedingungen **konstante Wandtemperatur** und **konstante Wärmestromdichte** praktisch die gleichen mittleren NUSSELT-Zahlen:

$$Nu_m = \frac{\xi/8\ (Re - 1000)\ Pr}{1 + 12,7\sqrt{\xi/8}\ (Pr^{2/3} - 1)} \left\{1 + \left(\frac{D_i}{l}\right)^{2/3}\right\} \tag{C.13}$$

mit

$$\xi = (1,82 \log_{10} Re - 1,64)^{-2} \tag{C.14}$$

C.2 Diskretisierungsalgorithmus

Das Ziel des Diskretisierungsalgorithmus besteht in der Aufteilung der Hydraulikstruktur in einzelne Absorberstreifen (Abbildung C.1). Diese Streifen sollen senkrecht zur Strömungsrichtung orientiert sein. Für die Berechnung des jeweiligen Kollektorwirkungsgradfaktors F'_k nach Kapitel 6.1 wird gemäß [Duffie91] als Randbedingung aus Symmetriegründen davon ausgegangen, dass am Rand eines Absorberstreifens kein Temperaturgradient senkrecht zur Strömungsrichtung auftritt, d. h.

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 \tag{C.15}$$

Dabei verläuft die x-Achse vom Rand in Richtung Kanalmitte und steht senkrecht auf dem Strömungsvektor. Diese Randbedingung ist streng genommen nur bei exakter Symmetrie der parallel angeordneten Absorberstreifen – auch ihrer Temperaturverteilung – erfüllt. Bei den fraktalen Hydraulikkanälen ist zu erwarten, dass es davon Abweichungen geben kann, so dass die Randbedingung nicht erfüllt wäre. Da es sich bei dem beschriebenen Ansatz jedoch um ein Näherungsverfahren handelt, sollen diese Effekte zunächst vernachlässigt werden. Es wird daher versucht, einen Diskretisierungsalgorithmus zu entwerfen, der durch ein iteratives Vorgehen dazu führt, dass der jeweilige Rand eines Absorberstreifens in der Mitte zwischen dem eigenen und dem benachbarten Kanal liegt, so dass eine geometrische Symmetrie gegeben ist.

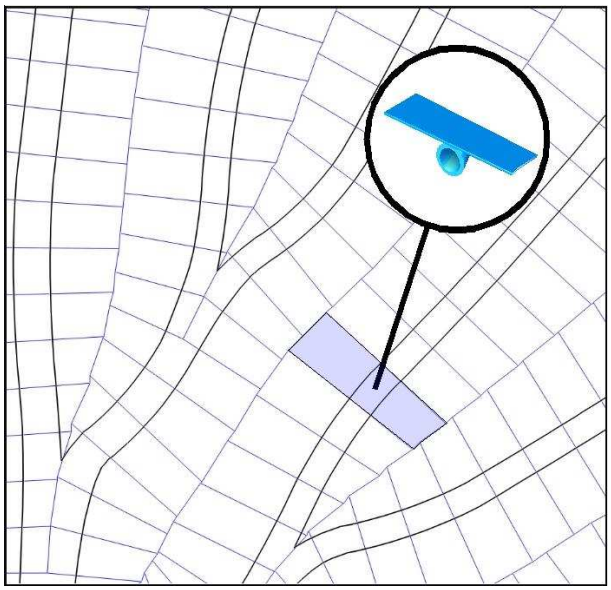


Abbildung C.1: Diskretisierung der Hydraulikstruktur

Im ersten Schritt werden die Mittellinien der Strömungskanäle – also die ursprünglich nach Kapitel 4.1 erzeugten Pfade – in einzelne Segmente der Länge l aufgeteilt (Abbildung C.2). Zur Begrenzung der Absorberstreifen werden anschließend Querlinien erzeugt (“quer” zur Strömungsrichtung), indem die Winkelhalbierenden zwischen den einzelnen Segmenten gebildet werden (in der Vergrößerung der Abbildung C.2 durch die Winkel β_1 und β_2 verdeutlicht). Im nächsten Schritt werden Parallelen zu den Mittelsegmenten im Abstand w gebildet, so dass eine Randbegrenzung für den jeweiligen Absorberstreifen entsteht. Diese Breite w “wächst” von 0 beginnend in jedem Iterationsschritt um den Betrag Δw. Damit sind alle Absorberstreifen in jedem Iterationsschritt gleich breit.

Sobald bei diesem Prozess zwei Absorberstreifen aufeinander treffen, muss ein weiteres

"Wachstum" an dieser Stelle unterbunden werden. Die dazu notwendigen Schritte sind in Abbildung C.3 dargestellt:

Abgebildet sind jeweils drei Absorberstreifen zweier benachbarter Strömungskanäle. Die Streifen des ersten Kanals werden mit $k-1$, k und $k+1$, die des zweiten mit $j-1$, j sowie $j+1$ bezeichnet. Zu Beginn werden die Ränder durch jeweils zwei Punkte $L_{k,1}$ und $L_{k,2}$ bzw. $R_{j,1}$ und $R_{j,2}$ definiert (für $k-1$, $k+1$ und $j-1$, $j+1$ entsprechend; L bezeichnet die Punkte der linken Randbegrenzung, R die der rechten). Bei dem aktuellen Abstand w von den Mittelsegmenten entsteht eine Überlappung der Elemente k und j, was sich dadurch äußert, dass die erste Querlinie des Elements k die Randlinie des Nachbarelements j im Punkt S schneidet (linke Teilabbildung). Dieser Punkt wird als neuer Punkt $L_{k,1} = L_{k-1,2}$ festgelegt und fixiert. Fixierung bedeutet, dass dieser Punkt bei der nächsten Erhöhung von w um Δw nicht mehr "wandert". Des Weiteren wird derselbe Punkt als neuer Punkt $R_{j,2}$ im Nachbarelement j eingefügt und ebenfalls fixiert. Dementsprechend wird der ursprüngliche Punkt $R_{j,2}$ (linke Teilabbildung) nun zu $R_{j,3}$ (rechte Teilabbildung). Auf diese Weise "wachsen" die Absorberstreifen zusammen; dabei treffen sie sich jeweils in der Mitte zwischen zwei Kanälen, wie in Abbildung C.1 gut zu erkennen ist.

Ein Sonderfall tritt auf, wenn sich die erste und zweite Querlinien eines Absorberstreifens schneiden, bevor ein benachbarter Absorberstreifen erreicht wurde (Abbildung C.4). Dieser Fall kann bei gebogenen Kanälen eintreten. Dabei wird wiederum der Schnittpunkt S und damit das gesamte Element k fixiert (die Punkte $L_{k,1}$ und $L_{k,2}$ fallen zusammen). Als neue "Querlinien" für die Elemente $k-1$ und $k+1$ wird die Winkelhalbierende der jeweiligen Mittelsegmente von $k-1$ und $k+1$ verwendet. Der Schnittpunkt S liegt auf dieser Winkelhalbierenden.

Dies wird in Abbildung C.5 verdeutlicht: Zunächst sollen die Querlinien q_1 und q_2 betrachtet werden. Wie oben beschrieben, sind sie selbst Winkelhalbierende der Mittelsegmente (Winkel β_1 und β_2). Aus der Grafik ist aufgrund der Winkelverhältnisse unmittelbar ersichtlich, dass $w_1 = w_2 = w_3$ (Abstände des Punktes S von den Mittelsegmenten). Die Winkel γ_1 und γ_2 ergeben sich aus der Betrachtung der Winkelhalbierenden wh mit den Abständen w_1 und w_3 als

$$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{w_1}{wh}\right) \tag{C.16}$$

und

$$\gamma_2 = \arcsin\left(\frac{w_3}{wh}\right) \tag{C.17}$$

Weil w_1 und w_3 gleich sind, folgt

$$\gamma_1 = \gamma_2 \tag{C.18}$$

Der Schnittpunkt S wird auch im Element $k-1$ bzw. $k+1$ als neuer Punkt eingefügt. Da der "wandernde" Punkt nun auf der neuen Winkelhalbierenden liegt, entsteht ein Knick der Querlinie, d. h. aus der bisherigen Trapezform des Absorberstreifens entsteht ein Polygon.

Sobald sich die neuen Querlinien wieder schneiden, wird entsprechend dem oben beschriebenen Verfahren vorgegangen, allerdings werden zur Bestimmung der Winkelhalbierenden nur Mittelsegmente von Absorberstreifen verwendet, die noch nicht fixiert sind. D. h. für das Element $k+1$ würden die Mittelsegmente von $k-1$ und $k+2$ verwendet werden (das direkt benachbarte Element k wird ignoriert, weil es bereits fixiert ist).

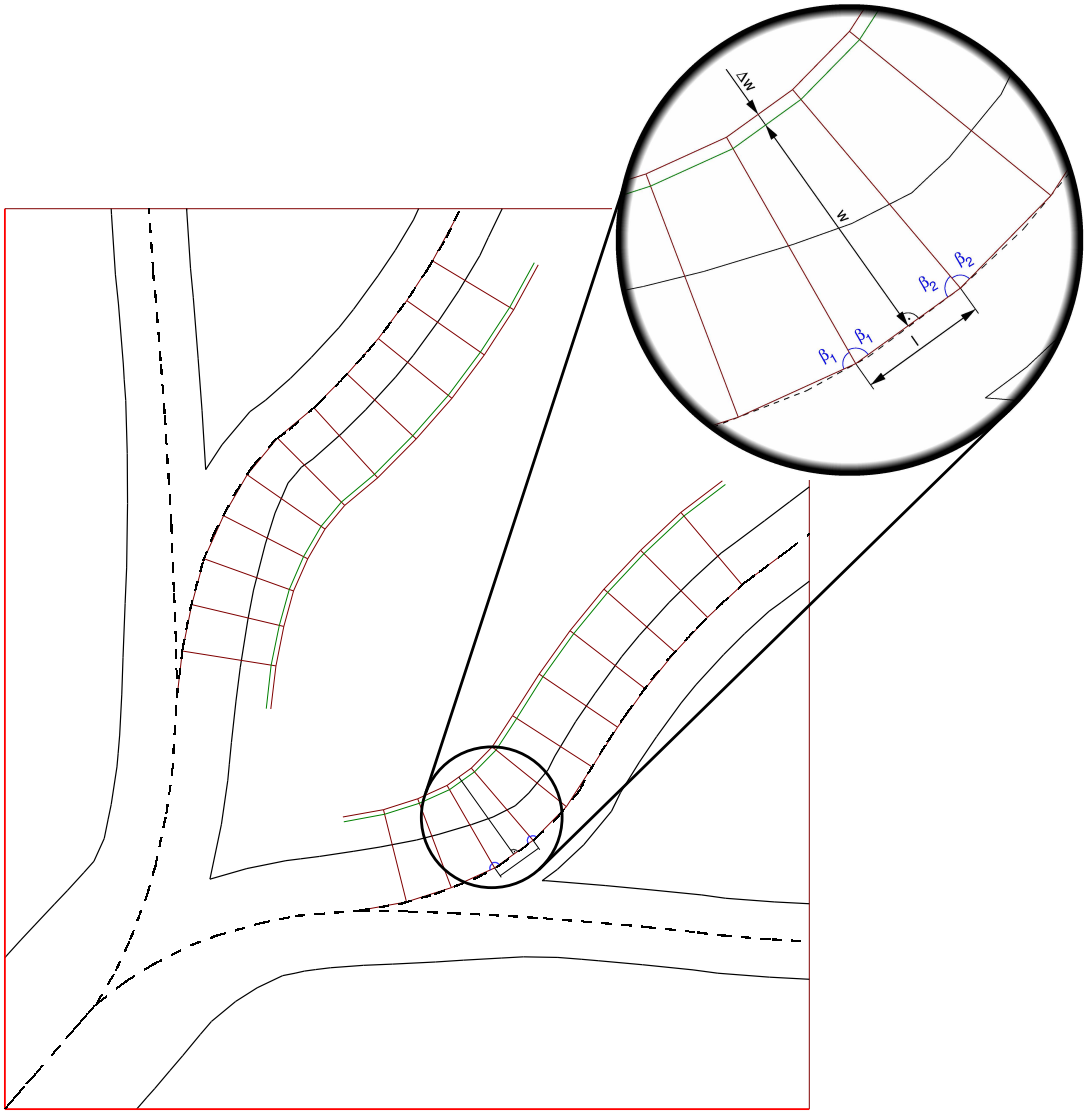


Abbildung C.2: “Wachsen” der Absorberstreifen

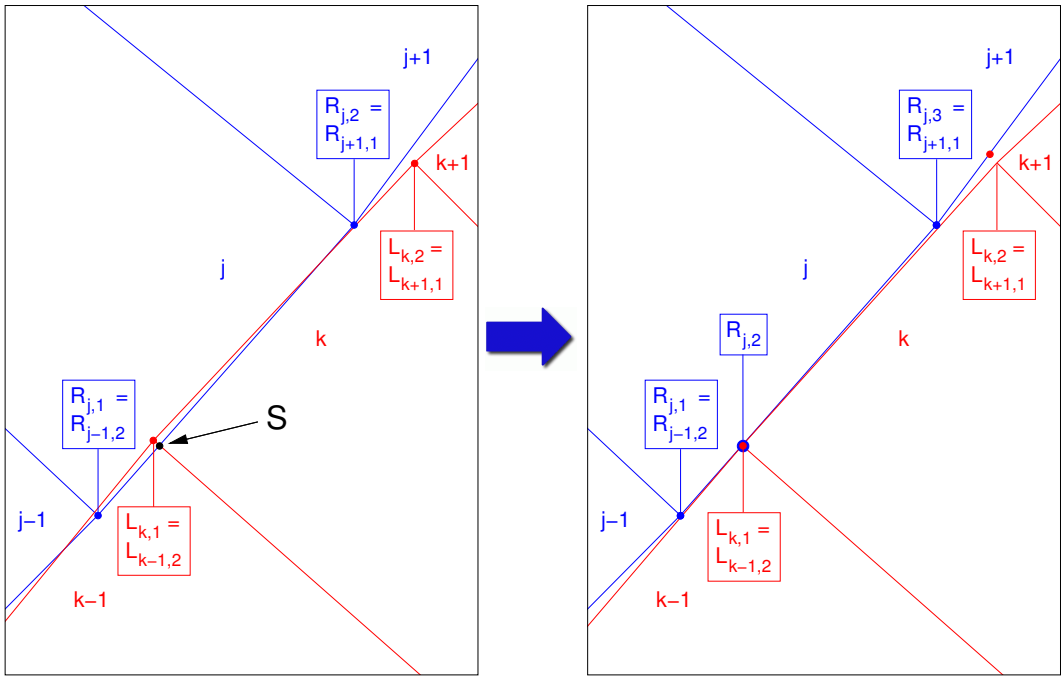


Abbildung C.3: Aufeinandertreffen zweier Absorberstreifen

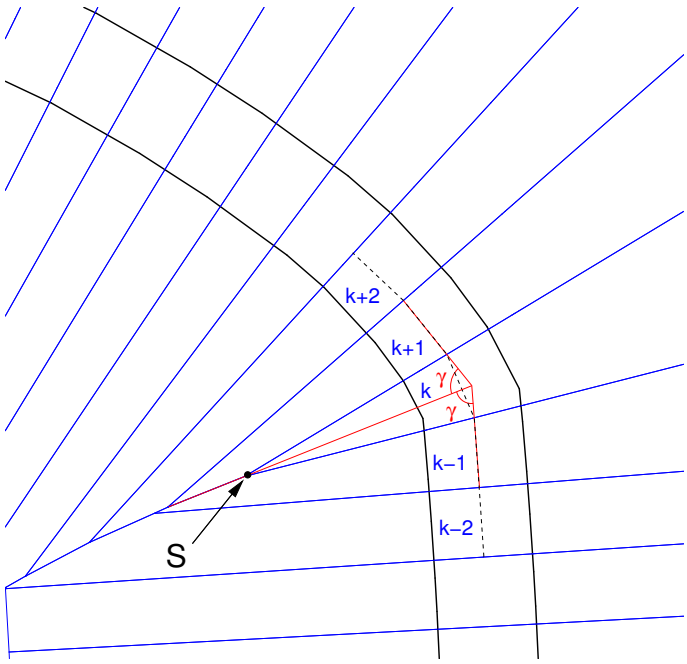


Abbildung C.4: Erzeugen der Absorberstreifen in gebogenen Kanälen

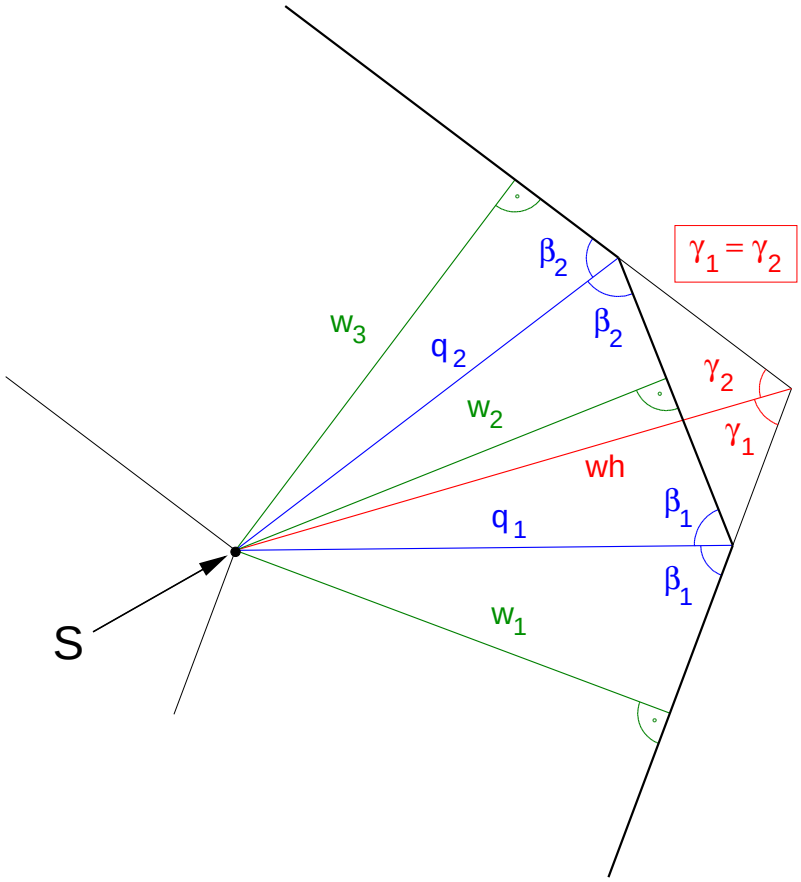


Abbildung C.5: Geometrische Verhältnisse am Absorberstreifen

Anhang D

FracTherm-Simulationen

D.1 Funktionsweise des Programms *FracTherm*

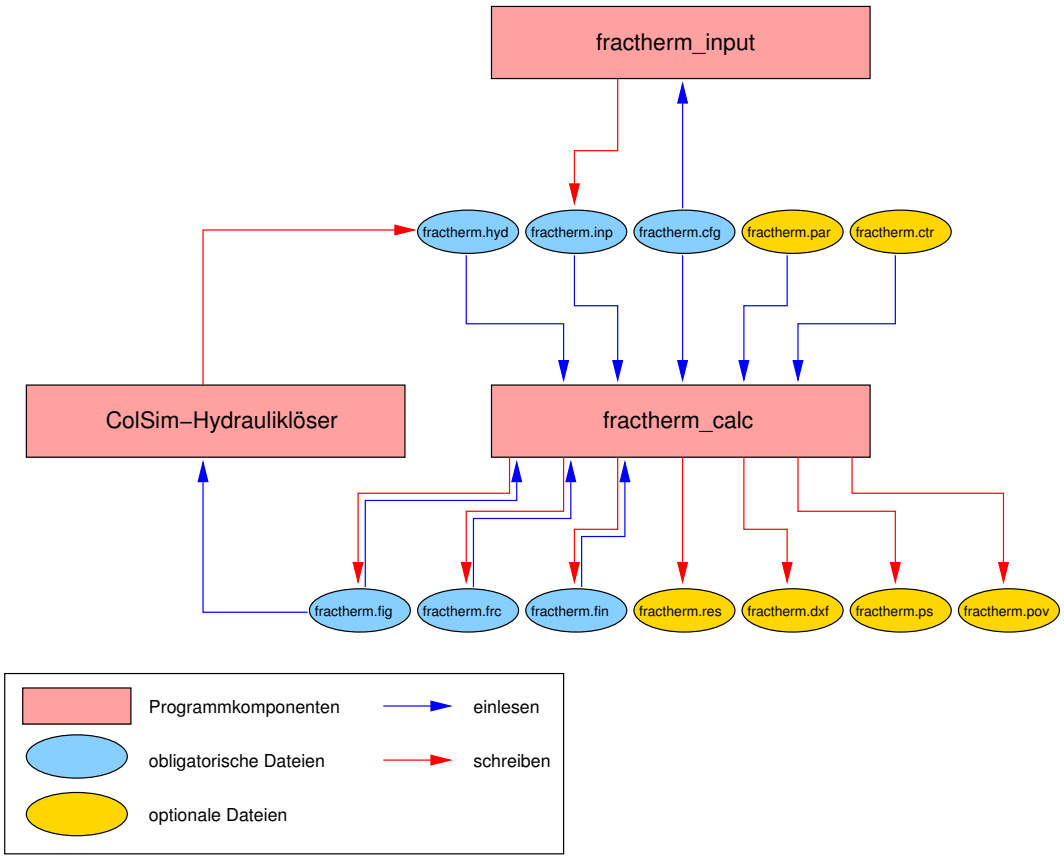


Abbildung D.1: Interaktion zwischen Programmkomponenten und Dateien in *FracTherm*

Das Programm *FracTherm* besteht aus mehreren Programmkomponenten und verwendet diverse Ein- und Ausgabedateien (Abbildung D.1 und Tabellen D.1 und D.2). Sämtliche Dateien liegen im ASCII-Format vor, so dass sie jederzeit editierbar sind.

Mit *fractherm_input* werden zunächst grafisch die Begrenzungsfläche und die Fluidein- und Austrittspunkte festgelegt. Dabei wird die Datei *fractherm.inp* erzeugt; alternativ kann sie auch manuell erstellt werden. Die Datei *fractherm.cfg* enthält sowohl allgemeine Konfigurationsdaten – z. B. Fenstergröße, Skalierungsfaktoren, ... – als auch physikalische Daten wie beispielsweise die Wärmeleitfähigkeit des Absorbers oder den Sollvolumenstrom:

```
#======================================
#Physics
#--------------------------------------

#[kg/m³]
RHO                             1000.0

#[m²/s]
NY                              1e-6

#[J/(kgK)]
CP                              4200.0

#[W/(mK)]
LAMBDA_FLUID                    0.6

#[W/(m²K)]
OVERALL_LOSS_COEFFICIENT        6.5

#[m]
TUBE_WALL_THICKNESS             0.0006

#[m]
PLATE_THICKNESS                 0.0006

#[W/(mK)]
LAMBDA_ABSORBER                 221.0

#[W/(mK)]
BOND_CONDUCTANCE                100000.0

#[W/m²]
GLOBAL_SOLAR_IRRADIANCE         1000.0

#[-]
TAU_ALPHA_E                     0.855

#[K]
T_INLET                         323.15

#[K]
T_AMBIENT                       293.15

#[K]
T_MIN                           322.15

#[K]
T_MAX                           333.65

#[m³/h]
TARGET_VOLUMEFLOW               0.030

#======================================

WINDOW_HEIGHT                   935

AREA_X1                         -550.0
AREA_Y1                         -600.0
AREA_X2                         550.0
AREA_Y2                         600.0

GRID_X                          10.0
GRID_Y                          10.0

L_DIV                           3600
L_PIPE                          7200
L_MIX                           3600
L_PUMP                          7200
L_HYDRAULIC                     2400
L_SIMCONTROL                    4800
L_PUMPCONTROL                   7200

DY_MIN                          3600.0
X_BORDER                        3600.0
Y_BORDER                        3600.0

PLATE_HEIGHT                    4.0

WIDTH_REDUCTION_FACTOR          0.9
SMOOTH_STEPS                    3
CHANNEL_MODE                    1
BIFURCATION_APEX_FACTOR         1.1
BIFURCATION_SHAPE_CODE          0
BIFURCATION_EXPONENT            2.5
DXF_FACTOR                      1.0
XFIG_FACTOR                     1.0

PRESSURE_FACTOR                 2.0
VOLUMEFLOW_FACTOR               14000.0
F_FACTOR                        150.0
TEMPERATURE_FACTOR              200.0

FIN_LENGTH                      8.0
FIN_WIDTH_START                 0.004
GROWTH_PARAMETER                1.2
MAXIMUM_INCREMENT               0.05

TRANSLATION_FACTOR              0.5
ROTATION_FACTOR                 0.2

INITIAL_SCALE_FACTOR            0.15
SCALE_FACTOR_STEP               0.005

Z_STEP                          0.25
```

Die Fluiddaten können entweder als konstante Werte angegeben werden oder aus einer Datei stammen, die temperaturabhängige Daten enthält. So kann entweder z. B. eine konstante Dichte durch einen Eintrag wie

```
#[kg/m³]
RHO                             1000.0
```

definiert werden oder mit Angabe eines Pfades wie z. B.

```
#[kg/m³]
RHO                             fluiddata/glythermin_40_60_dichte.dat
```

auf eine entsprechende Datei verwiesen werden, die die temperaturabhängigen Dichtewerte enthält:

```
#Temperatur [°C]     Dichte [kg/m³]
   -20.000           1058.0
     0.000           1048.0
    20.000           1038.0
    40.000           1027.0
    60.000           1013.0
    80.000            999.0
   100.000            984.0
```

In *FracTherm* wird die mittlere Absorbertemperatur verwendet, um die temperaturabhängigen Fluiddaten zu berechnen. Da sich diese Temperatur wiederum in Abhängigkeit der Fluiddaten einstellt, ist es empfehlenswert, die Berechnungen mehrmals durchzuführen, um iterativ eine stabile Absorbertemperatur zu erreichen. Dies kann mit Hilfe von *fractherm_control* auch automatisiert erfolgen (vgl. Anhang D.2).Die Hauptkomponente ist *fractherm_calc*. Sie liest die Datei *fractherm.inp* ein, erzeugt die fraktale Hydraulikstruktur und speichert sie in der Datei *fractherm.frc*. Die Geometriedaten für den Vernetzungsalgorithmus können entweder manuell im Programm eingegeben oder aus der Datei *fractherm.par* eingelesen werden. Sämtliche Menüfunktionen von *fractherm_calc* können alternativ über die Datei *fractherm.ctr* aufgerufen und das Programm damit automatisiert gesteuert werden. Dabei sind zusätzlich Funktionen vorhanden, die eine Pause definierter Dauer erzeugen oder auf die Existenz bestimmter Dateien warten. Die Datei *fractherm.fig* dient als Eingabedatei für *ColSim*, mit dem die hydraulischen Simulationen durchgeführt werden. Die Ergebnisdatei *fractherm.hyd* wird wiederum von *fractherm_calc* eingelesen. Nach der Diskretisierung der Struktur in einzelne Absorberstreifen wird die Datei *fractherm.fin* erzeugt. Die wesentlichen Ergebnisse der Simulationen können in der Datei *fractherm.res* ausgegeben werden:

```
Volume flow       : 0.030 m³/h
Pressure drop     : 129.579 Pa
Hydraulic power   : 0.001095 W
Fluid volume      : 0.356 l
Effective F'      : 0.969
Outlet temperature: 60.10 °C
```

Des Weiteren lassen sich *DXF*-, *Postscript*- sowie *POV-Ray*-Dateien exportieren.

Programmkomponente	**Funktion**
fractherm_input	• grafische Eingabe der Begrenzungsfläche sowie des Fluidein- und Austrittspunkts
fractherm_calc	• Berechnung der fraktalen Hydraulikstruktur • Dateiexport • Visualisierung der Simulationsergebnisse • Hydraulikabgleich • Berechnung des Kollektorwirkungsgrads und des Kollektorwirkungsgradfaktors F' • Berechnung der Fluidtemperatur • Berechnung des Fluidvolumens
ColSim-Hydrauliklöser	• Berechnung des Druckverlaufs und der Volumenstromverteilung im Hydrauliknetzwerk

Tabelle D.1: *FracTherm*-Programmkomponenten

D.2 Variationsberechnungen mit *FracTherm*

Um unterschiedliche *FracTherm*-Strukturen berechnen bzw. die physikalischen Daten variieren zu können, wurde mit *fractherm_variation* zusätzlich eine Möglichkeit geschaffen, mehrere Variationen automatisch zu berechnen und die Ergebnisse entsprechend zu archivieren (Abbildung D.2 und Tabellen D.3 und D.4). Basis ist die Datei *fractherm.var*, in der für mehrere

Datei	**Inhalt**
fractherm.hyd	Ergebnisse der Hydrauliksimulation (Volumenströme, Druckverluste, elektrische Leistung der Pumpe, kumulierte elektrische Energie der Pumpe); entspricht der Datei “hydraulic_net.out”
fractherm.inp	Koordinaten der Begrenzungsfläche sowie des Fluidein- und Austrittspunkts
fractherm.cfg	physikalische Daten (Materialdaten, Fluiddaten, ...); allgemeine Konfigurationsdaten
fractherm.par	Geometrieparameter zur Erzeugung der fraktalen Hydraulikstruktur (vgl. *FracTherm*-Algorithmus)
fractherm.ctr	Steuerungsdatei zum automatisierten Aufruf der *FracTherm*-Menüfunktionen
fractherm.fig	*Xfig*-Datei (Schemagrafik des Hydrauliknetzwerks für die Simulation in *ColSim*)
fractherm.frc	Koordinaten der fraktalen Hydraulikstruktur
fractherm.fin	Koordinaten der Absorberstreifen (nach Diskretisierung)
fractherm.res	Ergebnisdatei
fractherm.dxf	*DXF*-Datei (für CAD-/CAM-Programme)
fractherm.ps	*Postscript*-Datei
fractherm.pov	*POV-Ray*-Datei (Raytracing-Programm für 3D-Darstellung)

Tabelle D.2: *FracTherm*-Dateien

Variationen jene Daten aufgeführt sind, die in den Vorlagedateien *fractherm.cfg.template* und *fractherm.par.template* ersetzt werden sollen. Hier ein Beispiel:

```
Beispielvariationen

VARIATION                       Kupfer_1

#[W/(mK)]
LAMBDA_ABSORBER                 385.0

#[m]
PLATE_THICKNESS                 0.0005
-----------------------------------------
VARIATION                       Kupfer_2

#[W/(mK)]
LAMBDA_ABSORBER                 385.0

#[m]
PLATE_THICKNESS                 0.0002
-----------------------------------------
VARIATION                       Aluminium_1

#[W/(mK)]
LAMBDA_ABSORBER                 221.0

#[m]
PLATE_THICKNESS                 0.0005
-----------------------------------------
VARIATION                       Aluminium_2

#[W/(mK)]
LAMBDA_ABSORBER                 221.0

#[m]
PLATE_THICKNESS                 0.0002
-----------------------------------------
```

Im Kopf der Datei steht der Titel der Variationen (hier “Beispielvariationen”), danach folgen die einzelnen Variationen, die jeweils einen eigenen Namen erhalten (hier “Kupfer_1”, “Kupfer_2”, “Aluminium_1”, “Aluminium_2”). Die Schlüsselbegriffe – wie hier z. B. “LAMBDA_ABSORBER” für die Wärmeleitfähigkeit des Absorbers – werden dann in der zugehörigen Vorlagedatei ersetzt, und schließlich werden für die aktuelle Variation die Dateien *fractherm.cfg* und *fractherm.par* geschrieben.

Die Programmkomponente *fractherm_variation* ruft anschließend *fractherm_control* auf; dieses führt wiederum unter Verwendung der Datei *fractherm.ctr* eine vollständige *FracTherm*-Simulation einschließlich zweimaligen Aufrufs des *ColSim*-Hydrauliklösers (vor und nach Hydraulikabgleich) durch. Nach den Berechnungen werden die zugehörigen Dateien der Variation zur Archivierung gepackt; die betreffende Datei erhält den Namen *Variation_(Name).set,* wobei *(Name)* für den Variationsnamen steht (also z. B. *Variation_Kupfer_1.set*). Die so gepackten Archivdateien werden in ein Verzeichnis geschrieben, das den angegebenen Titel trägt (also im obigen Beispiel *Beispielvariationen*). In dieses Verzeichnis werden außerdem die Dateien *fractherm.var, fractherm.cfg.template*, *fractherm.par.template* sowie *fractherm.ctr* kopiert.

Schließlich wird eine Ergebnisdatei aller Variationen *fractherm.tab* erzeugt, in der die Daten der einzelnen Ergebnisdateien *fractherm.res* unter dem jeweiligen Variationsnamen tabellarisch aufgeführt sind:

		Kupfer_1	Kupfer_2	Aluminium_1	Aluminium_2
Volume flow	[m³/h]	0.098	0.098	0.098	0.098
Pressure drop	[Pa]	341.083	341.083	341.083	341.083
Hydraulic power	[W]	0.009	0.009	0.009	0.009
Fluid volume	[l]	1.561	1.561	1.561	1.561
Effective F'	[-]	0.982	0.980	0.981	0.977
Outlet temperature	[°C]	79.98	79.96	79.97	79.93

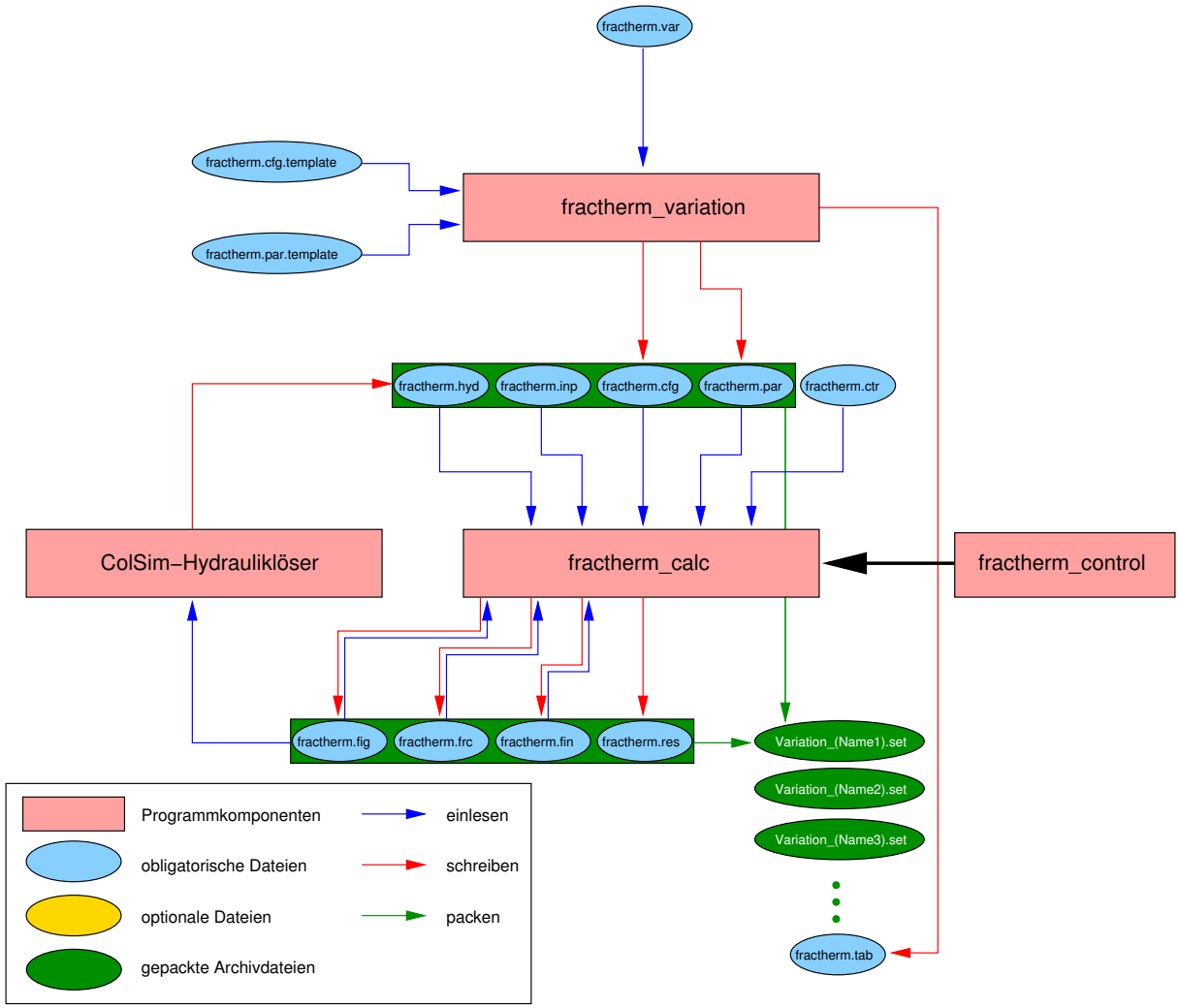


Abbildung D.2: Interaktion zwischen Programmkomponenten und Dateien bei Variationsberechnungen mit *FracTherm*

Programmkomponente	**Funktion**
fractherm_variation	• erzeugt *fractherm.cfg* und *fractherm.par* aus Vorlagen *fractherm.cfg.template* und *fractherm.par.template* entsprechend Vorgaben aus *fractherm.var* • startet automatisierte *FracTherm*-Simulationen • erzeugt Variationsverzeichnis mit relevanten Dateien • erzeugt gepackte Archivdatei für jede Variation • erzeugt Tabelle mit Ergebnissen aller Variationen (*fractherm.tab*)
fractherm_control	• startet *fractherm_calc* • startet *ColSim*, sobald *fractherm.fig* geschrieben ist

Tabelle D.3: Zusätzliche *FracTherm*-Programmkomponenten für Variationsberechnungen

Datei	**Inhalt**
fractherm.cfg.template	Vorlage für *fractherm.cfg* (wird durch *fractherm_variation* verändert)
fractherm.par.template	Vorlage für *fractherm.par* (wird durch *fractherm_variation* verändert)
fractherm.var	Titel der Variationen, Variationsnamen und Daten, die in *fractherm.cfg.template* und *fractherm.par.template* verändert werden sollen
fractherm.tab	Tabelle mit Ergebnissen aller Variationen
Variation_*(Name)*.set	gepackte Archivdatei; enthält relevante Dateien der Variation *(Name)*

Tabelle D.4: Zusätzliche *FracTherm*-Dateien für Variationsberechnungen

Anhang E

Druckverlust vs. Energiestrombilanz

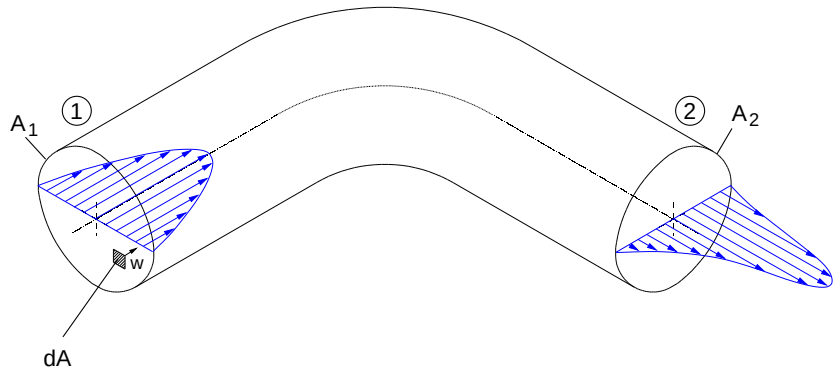


Abbildung E.1: Zur Energiestrombetrachtung am Rohrkrümmer

In der Literatur zur Fluiddynamik wird oft der Begriff “Druckverlust” verwendet (z. B. [Zierep93, Dubbel90]); auch dieser Arbeit wird er benutzt. Dabei wird jedoch von der eindimensionalen Betrachtung ausgegangen, d. h. das Strömungsprofil und dessen Veränderung bei der Durchströmung z. B. eines Rohrkrümmers wird nicht berücksichtigt. Dass dies zu Fehlern führen kann und unter welchen Umständen der Begriff “Druckverlust” gerechtfertigt ist, soll im Folgenden anhand des in Abbildung E.1 dargestellte Rohrkrümmers erläutert werden.

Das bei 1 rotationssymmetrische Strömungsprofil (im Falle einer Laminarströmung ein Paraboloid) wird durch die Zentrifugalkräfte und die daraus resultierenden DEANschen Wirbelpaare verändert und ist dadurch bei 2 asymmetrisch. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde in der Abbildung lediglich ein Schnitt durch das Profil eingezeichnet. Bei der folgenden Energiebilanz wird davon ausgegangen, dass keine zusätzliche Energie von außen zugeführt wird (z. B. in Form von Wärme) oder im Medium entsteht. Ebenso wird der Einfluss der Gravitation vernachlässigt. Dann gilt für den bei 1 eintretenden Energiestrom

$$\dot{E}_1 = \int_{A_1} d\dot{E} \tag{E.1}$$

mit dem infinitesimalen Energiestromelement

$$d\dot{E} = p_{ges}\, d\dot{V} \tag{E.2}$$

wobei sich der ortsabhängige Gesamtdruck aus dem statischen und dem dynamischen Druck zusammensetzt:

$$p_{ges} = p + \frac{\rho}{2} w^2 \tag{E.3}$$

Des Weiteren gilt für das infinitesimale Volumenstromelement

$$d\dot{V} = w\, dA \tag{E.4}$$

Damit folgt

$$d\dot{E} = \left(p + \frac{\rho}{2} w^2\right) w\, dA \tag{E.5}$$

und hieraus schließlich

$$\dot{E}_1 = \int_{A_1} \left(p + \frac{\rho}{2} w^2\right) w\, dA \tag{E.6}$$

Geht man davon aus, dass die Dichte ρ über die Fläche konstant ist, so lässt sich Gleichung E.6 schreiben als

$$\dot{E}_1 = \int_{A_1} (p \cdot w)\; dA + \frac{\rho_1}{2} \int_{A_1} w^3\, dA \tag{E.7}$$

Entsprechend gilt für die Stelle 2

$$\dot{E}_2 = \int\limits_{A_2} (p \cdot w)\ dA + \frac{\rho_2}{2} \int\limits_{A_2} w^3\, dA \tag{E.8}$$

Die im Krümmer pro Zeit erzeugte Reibungswärme ergibt sich aus der Differenz der Energieströme:

$$\Delta\dot{E} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \int\limits_{A_1} (p \cdot w)\ dA - \int\limits_{A_2} (p \cdot w)\ dA + \frac{\rho_1}{2} \int\limits_{A_1} w^3\, dA - \frac{\rho_2}{2} \int\limits_{A_2} w^3\, dA \tag{E.9}$$

Für eine inkompressible Strömung gilt

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = const. \tag{E.10}$$

so dass sich Gleichung E.9 schließlich vereinfacht zu

$$\Delta\dot{E} = \underbrace{\int\limits_{A_1} (p \cdot w)\ dA - \int\limits_{A_2} (p \cdot w)\ dA}_{statischer\ Anteil} + \underbrace{\frac{\rho}{2}\left[\int\limits_{A_1} w^3\, dA - \int\limits_{A_2} w^3\, dA\right]}_{dynamischer\ Anteil} \tag{E.11}$$

Die Bezeichnungen “statischer Anteil” bzw. “dynamischer Anteil” beziehen sich dabei jeweils auf jenen Teil, der aus dem statischen bzw. dynamischen Druck stammt.

Liegt nun der *Sonderfall* vor, dass die beiden Querschnitte in 1 und 2 gleich *und* die Strömungsprofile identisch sind, so entfällt der dynamische Anteil, und es bleibt

$$\Delta\dot{E} = \int\limits_{A_1} (p \cdot w)\ dA - \int\limits_{A_2} (p \cdot w)\ dA \tag{E.12}$$

Sind die statischen Drücke jeweils über die Fläche konstant, so ergibt sich

$$\Delta\dot{E} = p_1 \int\limits_{A_1} w\, dA - p_2 \int\limits_{A_2} w\, dA \tag{E.13}$$

Die Integrale stellen gemäß Gleichung E.4 die jeweiligen Volumenströme $\dot{V}_1$ bzw. $\dot{V}_2$ dar:

$$\dot{V}_1 = \int\limits_{A_1} w\, dA \tag{E.14}$$

$$\dot{V}_2 = \int_{A_2} w \, dA \tag{E.15}$$

Diese müssen wiederum aus Kontinuitätsgründen identisch sein (unter Voraussetzung inkompressibler Strömung):

$$\dot{V} = \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \tag{E.16}$$

Somit ergibt sich schließlich aus Gleichung E.13

$$\Delta\dot{E} = (p_1 - p_2)\,\dot{V} \tag{E.17}$$

oder kurz

$$\Delta\dot{E} = \Delta p \cdot \dot{V} \tag{E.18}$$

Aus Gleichung E.18 wird deutlich, dass in diesem *Sonderfall* in der Tat von einem "Druckverlust" – nämlich der Abnahme des statischen Drucks von 1 nach 2 – gesprochen werden kann; die gesamte Energiestromdifferenz ist proportional zu diesem Druckverlust, weil $\dot{V}$ konstant ist. Daher ist es hier auch möglich, durch lediglich jeweils eine Messung des statischen Drucks bei 1 und 2 und die Kenntnis des Volumenstroms die Energiestromdifferenz zu bestimmen. Diese ist dann wiederum identisch mit der hydraulischen Leistung, die von der Pumpe zur Überwindung des Druckverlusts bei dem gegebenen Volumenstrom aufgebracht werden muss.

Gleichzeitig zeigen diese Betrachtungen aber auch, dass die reine Berücksichtigung der Differenz des statischen Drucks im Allgemeinen *nicht* zulässig ist, wenn nicht sichergestellt werden kann, dass die Strömungsprofile an den Stellen 1 und 2 identisch sind. Für die Bestimmung der ζ-Werte aus CFD-Simulationen bedeutet dies, dass auch dort die *Energieströme* vor und nach der zu untersuchenden Verzweigung betrachtet werden müssen. Somit sind die ζ-Werte also im Allgemeinen kein Maß für den *Druck-*, sondern den *Energiestromverlust*. Zudem sollten bei den Untersuchungen unterschiedliche Zuströmprofile berücksichtigt werden, weil diese einen deutlichen Einfluss auf die resultierenden ζ-Werte haben. Bei den dicht aufeinander folgenden Verzweigungen ist davon auszugehen, dass jede einzelne mit einem asymmetrischen Strömungsprofil angeströmt wird.

Anhang F

Durchströmungsversuche

F.1 Bildsequenzen

Die Abbildungen F.1 und F.2 zeigen eine Bildsequenz eines Durchströmungsversuchs mit Tinte. In den Bildern ist links oben die Zeit in Sekunden eingeblendet.

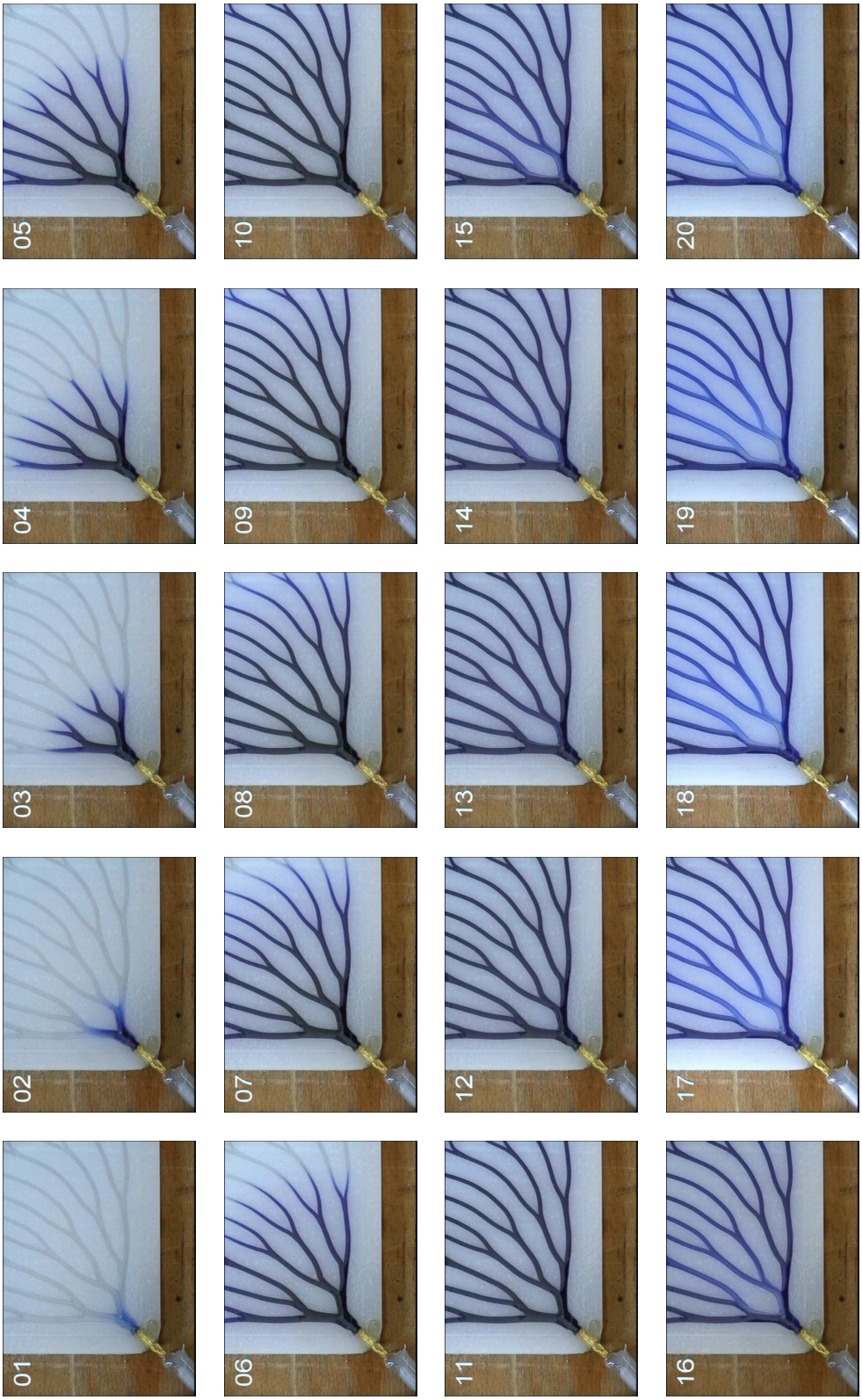


Abbildung F.1: Bildsequenz eines Durchströmungsversuchs (Teil I)

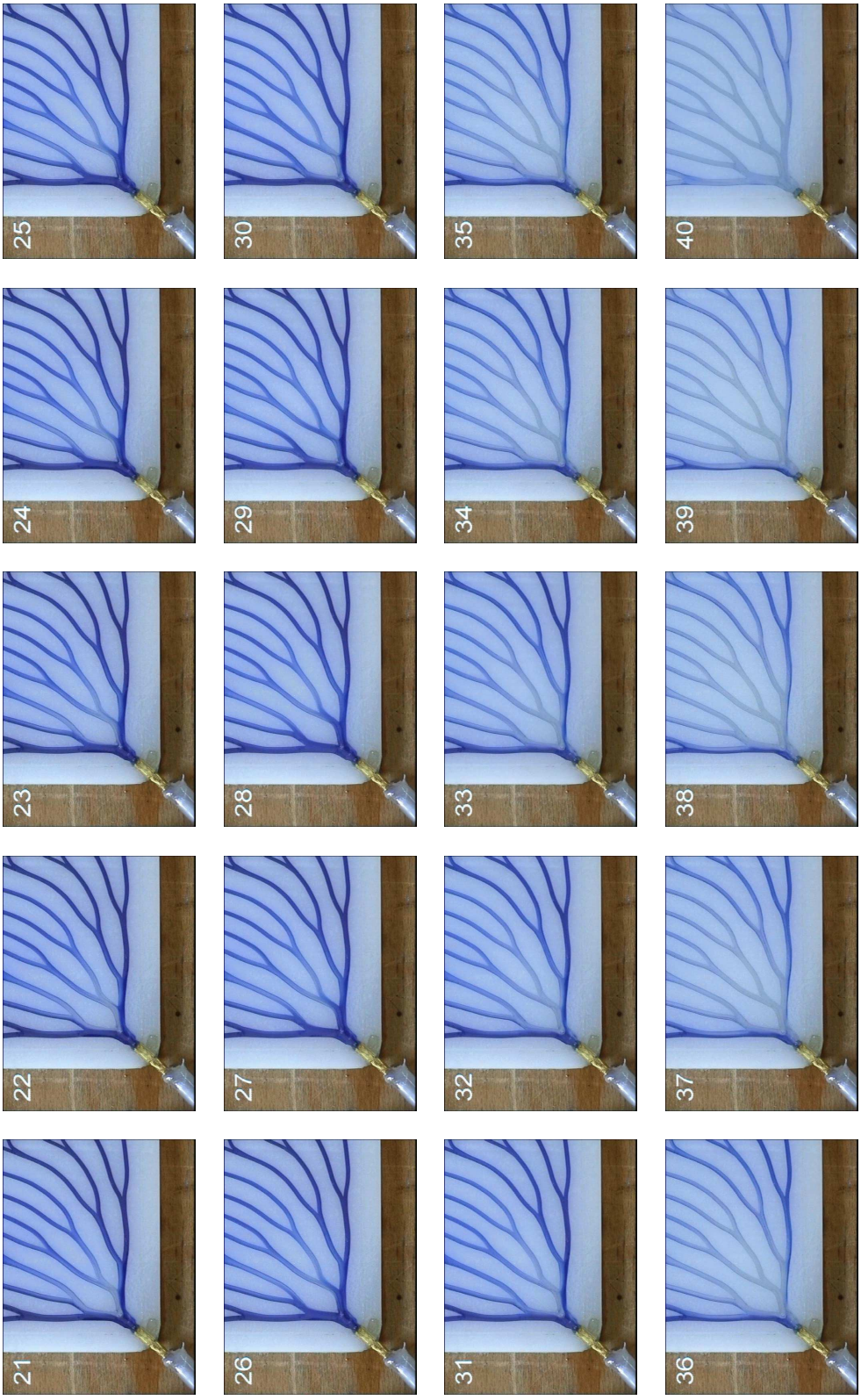


Abbildung F.2: Bildsequenz eines Durchströmungsversuchs (Teil II)

F.2 Thermografiesequenzen

In Abbildung F.3 ist der zeitliche Verlauf des Aufheizvorgangs des Absorbersmodells zu sehen. Dabei ist gut zu erkennen, wie das warme Wasser von links unten einströmt und sich gleichmäßig in den Kanälen verteilt. Die geringe Wärmeleitfähigkeit von Plexiglas ($\lambda = 0,19\,\frac{W}{mK}$) ist hier von Vorteil, weil sich die Strömungskanäle dadurch gut von den Bereichen zwischen ihnen abgrenzen lassen. Die Fluidtemperaturen unterscheiden sich nur gering voneinander; es lassen sich keine Kanäle erkennen, die deutlich schlechter als die anderen durchströmt werden (z. B. am Rand). Ebenso sind im Plexiglas kaum Bereiche zu finden, die über längere Zeit "kalt" bleiben; lediglich an den Vereinigungsstellen im rechten Drittel, wo die Kanäle auch relativ stark umgelenkt werden, sind die Abstände zwischen ihnen teilweise lokal etwas vergrößert und damit die Temperaturen im Plexiglas etwas niedriger. Dies wird auch in den *FracTherm*-Simulationen deutlich; an den entsprechenden Stellen sind etwas niedrigere F'-Werte zu finden. Hierin zeigt sich das geometrische Optimierungspotenzial der Strukturen. Es darf nicht vergessen werden, dass das untersuchte Absorbermodell nicht optimiert wurde, sondern lediglich ein mögliches Design von unendlich vielen darstellt.

Bei einem zweiten Versuch wurde der bereits erwärmte Absorber wiederum mit kaltem Wasser durchströmt. Die oben beschriebene gleichmäßige Temperaturverteilung fand sich auch hier wieder.

Die Abbildungen F.4 und F.5 zeigen die Aufheizvorgänge der Rollbond-Testabsorber. Diese Versuche wurden ebenfalls durchgeführt, um die Gleichmäßigkeit der Durchströmung zu untersuchen.

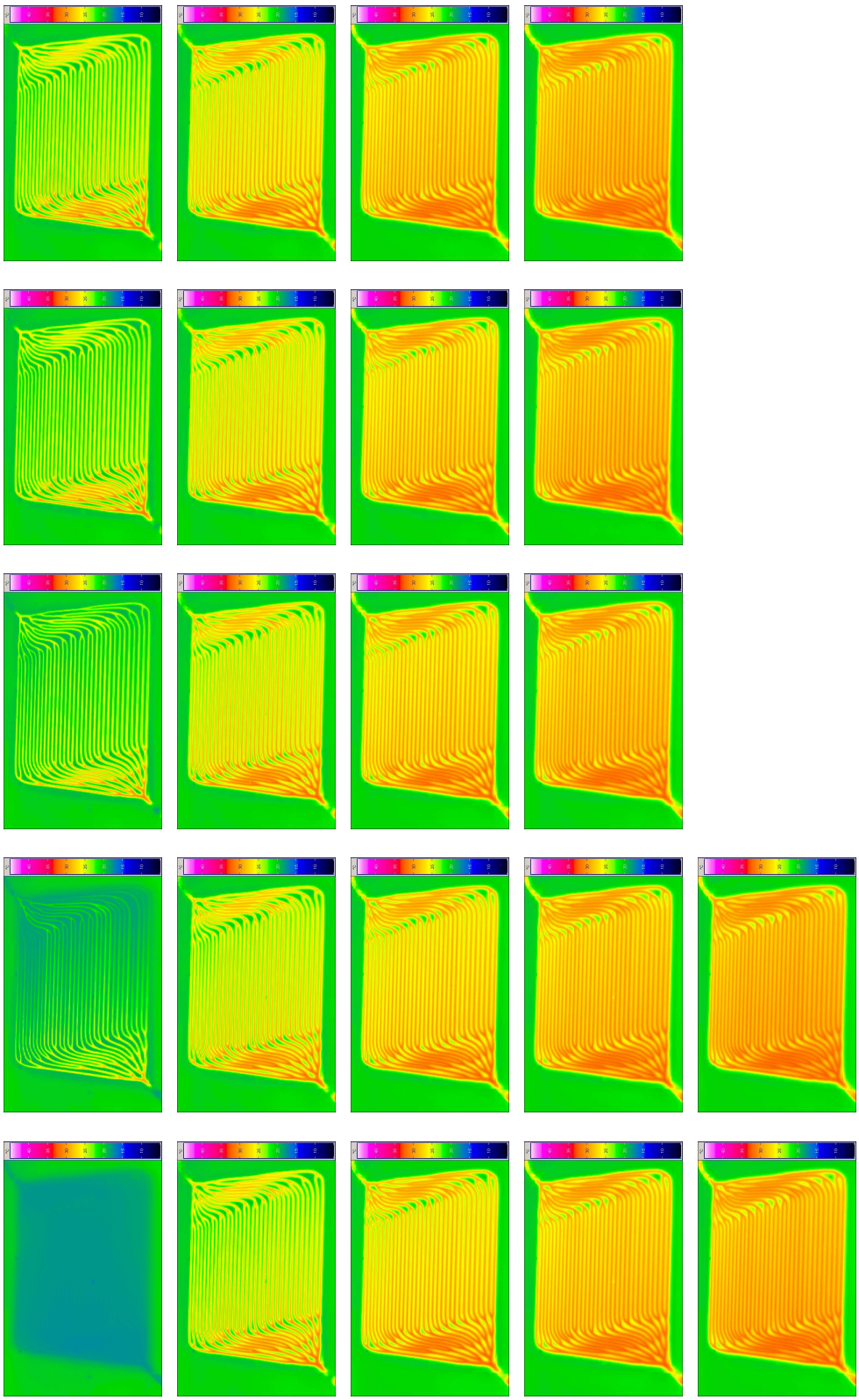


Abbildung F.3: Thermografiesequenz des Aufheizvorgangs beim Absorbermodell (zeitlicher Abstand zwischen zwei Bildern: ca. 5 Sekunden)

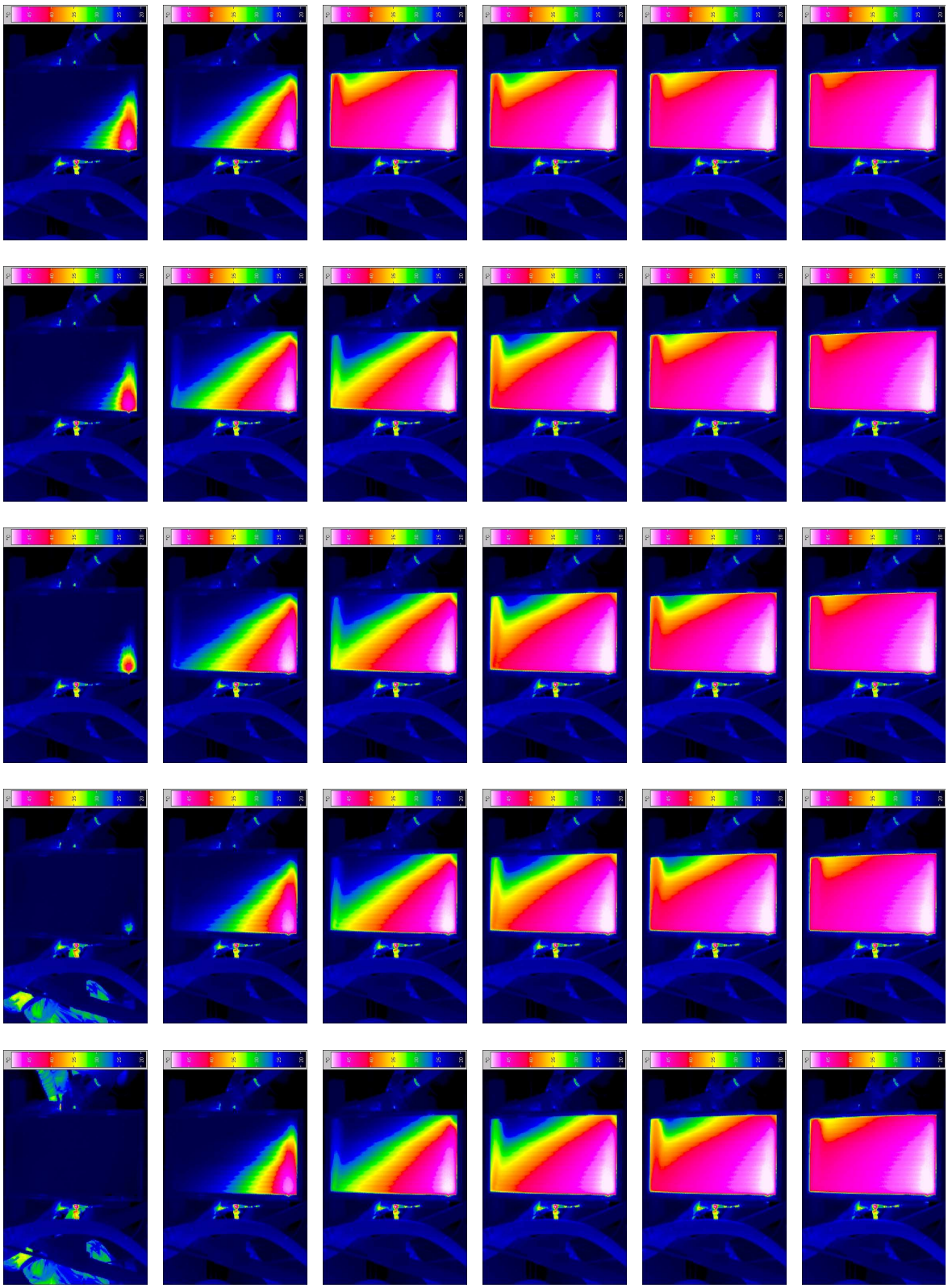


Abbildung F.4: Thermografiesequenz des Aufheizvorgangs beim Harfenabsorber (zeitlicher Abstand zwischen zwei Bildern: ca. 6 Sekunden)

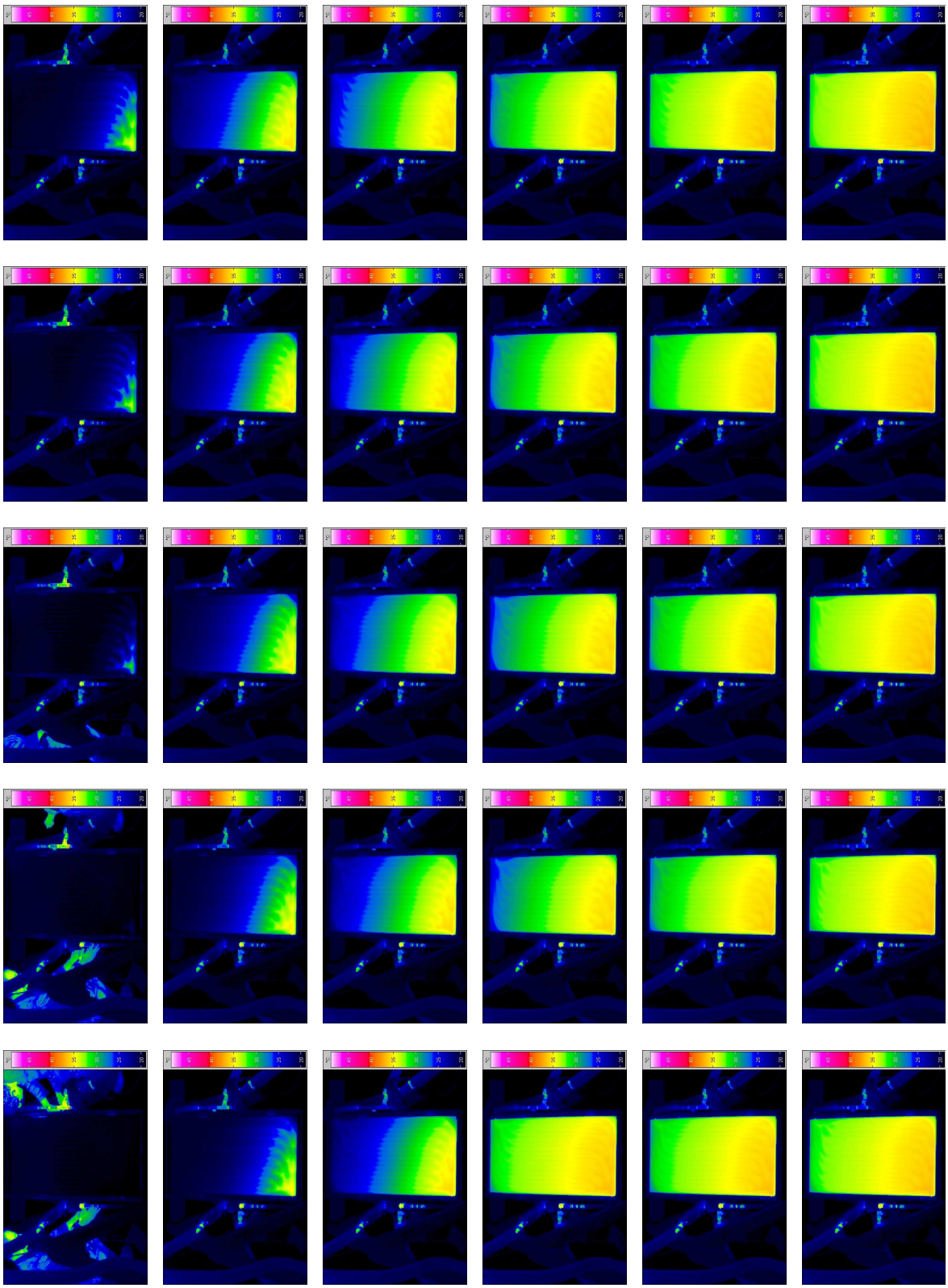


Abbildung F.5: Thermografiesequenz des Aufheizvorgangs beim *FracTherm*-Absorber (zeitlicher Abstand zwischen zwei Bildern: ca. 6 Sekunden)

Anhang G

Anwendungen des *FracTherm*-Algorithmus

Der *FracTherm*-Algorithmus wurde neben der Anwendung für Solarabsorber auch zur Erzeugung der so genannten *"flow-fields"* (Kanäle für Gas- bzw. Flüssigkeitstransport) in Brennstoffzellen eingesetzt (Abbildung G.1). Auch hier sind eine gleichmäßige Volumenstromverteilung und ein geringer Druckverlust gefordert. Letzterer konnte durch Messungen bestätigt werden. Eine Schwierigkeit für parallele und fraktale Kanalstrukturen stellt jedoch das Blockieren einzelner Luftkanäle durch Wassertropfen dar, was die Leistung der Brennstoffzelle stark reduziert. Hier erwiesen sich Mäanderstrukturen als besser, weil dort das Wasser im Kanal stetig weitergedrückt wird. Eine detaillierte Beschreibung der Versuche findet sich in [Tüber04].

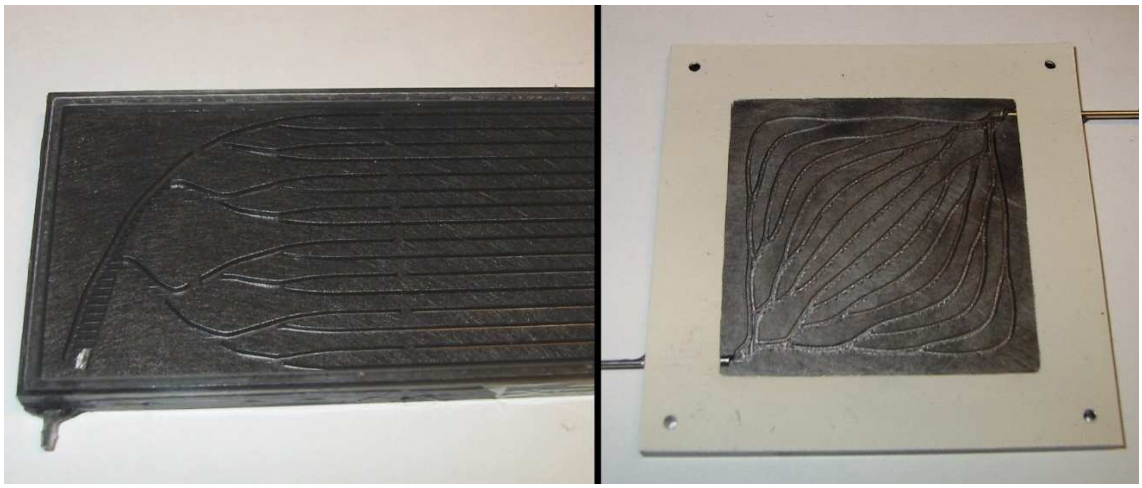


Abbildung G.1: *"Flow-fields"* für Brennstoffzellen

Abbildung G.2 zeigt ein Kühlelement für eine Konzentratorsolarzelle (100 mm x 100 mm). Die Kanäle wurden 10 mm tief in einen massiven Kupferblock gefräst.

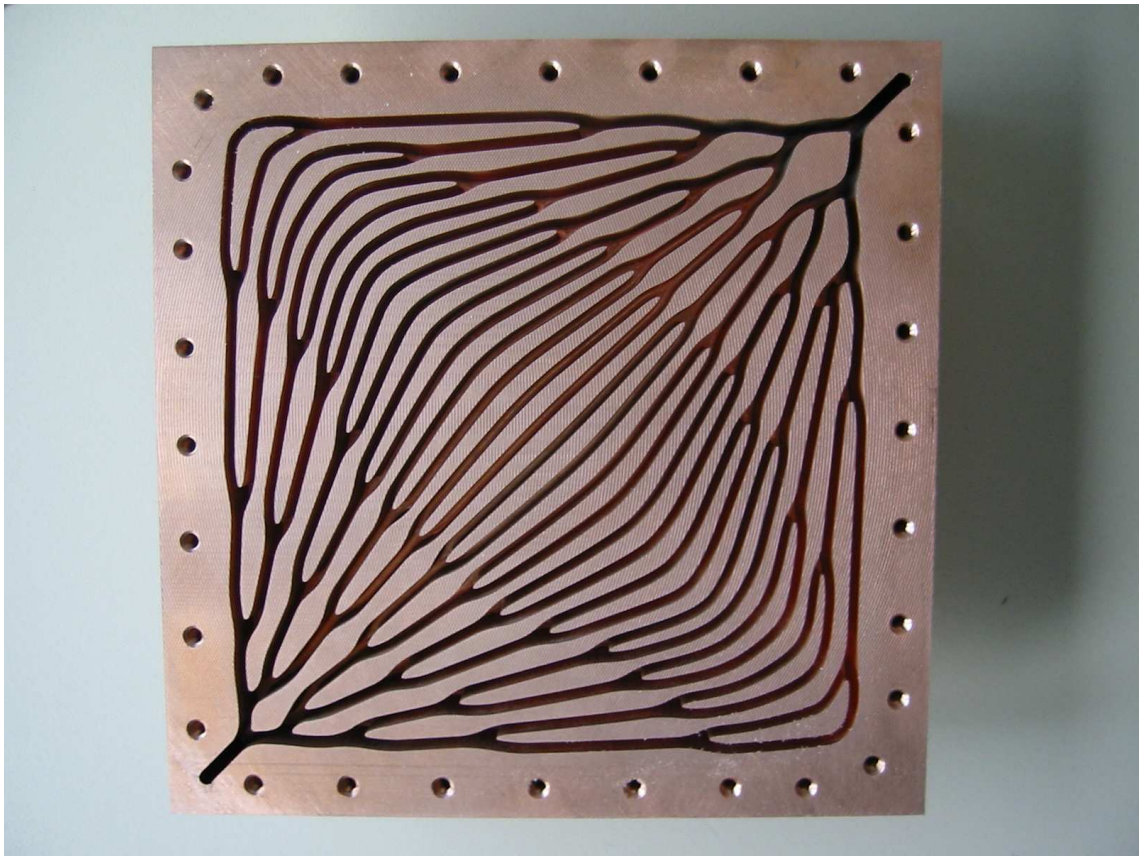


Abbildung G.2: Kühlelement für eine Konzentratorsolarzelle

Anhang H

Veröffentlichungen und Patentanmeldung

Konferenzbeiträge:

Hermann M.: *FracTherm – Fraktale Hydraulikstrukturen für Solarabsorber und andere Wärmetauscher*. Tagungsband 13. Symposium Thermische Solarenergie OTTI, S. 117-122, 2003

Hermann M.: *FracTherm – Fractal hydraulic structures for energy efficient solar absorbers and other heat exchangers.* Proceedings, EuroSun2004, Freiburg, Germany, 20-23 June 2004, Volume 1, pp. 332-338

Hermann M.: *Entwicklung des FracTherm-Absorbers – Simulationen und Experimente*. Tagungsband 15. Symposium Thermische Solarenergie OTTI, S. 94-99, 2005

Tüber K., Oedegaard A., Hermann M., Hebling C.: *Investigation of fractal flow fields in portable PEMFC and DMFC.* Eighth Grove Fuel Cell Symposium, London, UK, 24-26 September 2003

Vorträge:

Hermann M.: *FracTherm – Fraktale Hydraulikstrukturen für energieeffizienten Wärmetransport*. Vortrag im Seminar “Ausgewählte Themen über Strömungsmaschinen und -anlagen”, Fachgebiet Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH), 03.07.2003

Hermann M.: *FracTherm – Fraktale Hydraulikstrukturen für energieeffiziente Wärme-*

tauscher. Vortrag bei der Sitzung des Fachausschusses “Wärme- und Stoffübertragung” der Gesellschaft für Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GVC) des Vereins Deutscher Ingenieure (VDI), Schwäbisch Hall, 22./23. März 2004

Hermann M.: *FracTherm – Fractal Hydraulic Structures for Solar Absorbers and Other Heat Exchangers.* Vortrag beim “German-Japanese Workshop on Bionics and Nature-Inspired Technologies”, Nagoya, Japan, 01./02. Oktober 2005

Hermann M.: *FracTherm – Die Entwicklung eines bionischen Solarabsorbers*. Vortrag im Seminar “Strömungsmaschinen und Strömungssysteme”, Fachgebiet Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH), 27.10.2005

Beiträge in Zeitschriften:

Hermann M.: *FracTherm – Fraktale Hydraulikstrukturen für energieeffiziente Wärmetauscher*. Monatsmagazin “Erneuerbare Energien”, Ausgabe 9/2003, S. 74-76

Tüber K., Oedegaard A., Hermann M., Hebling C.: *Investigation of fractal flow fields in portable PEMFC and DMFC.* Journal of Power Sources, Volume 131, Issues 1-2, 14 May 2004, Pages 175-181. Selected papers presented at the Eighth Grove Fuel Cell Symposium

Europäisches Patent:

Anmelder: Fraunhofer-Gesellschaft zur Förderung der angewandten Forschung e. V./Erfinder: Michael Hermann: *Verfahren zur Erstellung eines Hydrauliknetzwerkes für einen optimierten Wärmeübertragungs- und Stofftransport.* Europäisches Patent EP 1 525 428 B1, Anmeldetag: 28.04.04, Veröffentlichungstag und Bekanntmachung des Hinweises auf die Patenterteilung: 21.12.05, Internationale Anmeldenummer: PCT/DE2004/000886, Internationale Veröffentlichungsnummer WO 2004/097323

Anhang I

Bezeichnungen und Indizes

Bezeichnungen

Bezeichnung	Bedeutung	Einheit
a	Teilstücklänge eines Pfades	$[m]$
a	Temperaturleitfähigkeit	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$
A	Fläche	$[m^2]$
b	Kanalbreite	$[m]$
b	Breite der Verbindung Blech-Rohr	$[m]$
c_f	spezifische Wärmekapazität des Wärmeträgers	$\left[\frac{J}{kgK}\right]$
C	Wärmeleitwert pro Einheitslänge	$\left[\frac{W}{mK}\right]$
d	Breite	$[m]$
D	Durchmesser	$[m]$
D_h	hydraulischer Durchmesser	$[m]$
D^*	gleichwertiger Durchmesser	$[m]$
e	Abstand der Kanalwand vom Mittelsegment	$[m]$
Δe	Änderung des Abstandes e	$[m]$
exp	Verzweigungsspitzenexponent	$[-]$
$\dot{E}$	Energiestrom	$[W]$
f	Glättungsfaktor	$[-]$
f_d	Breitenfaktor	$[-]$
f_e	Verzweigungsspitzenfaktor	$[-]$
f_D	Durchmesserverhältnis	$[-]$
f_s	Schrittweitenfaktor	$[-]$
f_V	Reduktionsfaktor für Volumenstrom	$[-]$
F	Rippenwirkungsgrad	$[-]$
F'	Kollektorwirkungsgradfaktor	$[-]$

Bezeichnung	**Bedeutung**	**Einheit**
g	Kontaktierungsbreite	$[m]$
G	Globalstrahlung	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$
h	Kanalhöhe	$[m]$
H	Förderhöhe	$[m]$
i	Iteration	$[-]$
k	Korrekturfaktor	$[-]$
k_{gf}	Wärmedurchgangskoeffizient vom Rippenfuß zum Fluid	$\left[\frac{W}{m^2 K}\right]$
k_v	Durchflusskennwert	$\left[\frac{m^3}{h}\right]$
k_{vs}	Durchflusskennwert bei geöffnetem Ventil	$\left[\frac{m^3}{h}\right]$
l	Länge	$[m]$
L	Punkt links	$[-]$
m	Anzahl	$[-]$
m	Substition (für Berechnung von F): $m = \sqrt{\frac{U_L}{\lambda_{abs}\delta}}$	$\left[\frac{1}{m}\right]$
$\dot{m}$	Massenstrom	$\left[\frac{kg}{s}\right]$
n	Anzahl	$[-]$
Nu	NUSSELT-Zahl	$[-]$
O	Ursprung	$[-]$
p	Druck	$[Pa]$
Δp	Druckverlust	$[Pa]$
P	Punkt	$[-]$
P_{el}	elektrische Leistung	$[W]$
Pr	PRANDTL-Zahl	$[-]$
q	Länge der Querlinie	$[m]$
$\dot{Q}$	tatsächliche Nutzwärmeleistung	$[W]$
r	Radius	$[m]$
R	Punkt rechts	$[-]$
Re	REYNOLDS-Zahl	$[-]$
s	Schrittweite	$[m]$
S	Schnittpunkt	$[-]$
t	Tangente	$[-]$
T	Temperatur	$[K]$
ΔT	Temperaturdifferenz	$[K]$
U	Umfang	$[m]$
U	gemessener Gesamt-Wärmeverlustkoeffizient (Bezug: T_m)	$\left[\frac{W}{m^2 K}\right]$
U_L	Gesamt-Wärmeverlustkoeffizient	$\left[\frac{W}{m^2 K}\right]$

Bezeichnung	Bedeutung	Einheit
α	Absorptionsgrad	$[-]$
γ	Winkel	$[^\circ]$
γ	Dicke der Verbindung Blech-Rohr	$[m]$
δ	Dicke des Absorberblechs	$[m]$
ε	Emissionsgrad	$[-]$
$\varepsilon_{\Delta p}$	Genauigkeit des Druckverlusts	$[Pa]$
ζ	Druckverlustbeiwert	$[-]$
η_0	Konversionsfaktor	$[-]$
η	Wirkungsgrad	$[-]$
λ	Reibungszahl	$[-]$
λ	Wärmeleitfähigkeit	$\left[\frac{W}{mK}\right]$
ν	kinematische Viskosität	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$
ρ	Reflexionsgrad	$[-]$
ρ	Dichte	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
τ	Transmissionsgrad	$[-]$
φ	Korrekturfaktor für Reibungszahl	$[-]$

Indizes

Index	Bedeutung
a	Abzweigrichtung
a	Apertur
a	Umgebung
A	Absorber
abs	Absorber
b	Verbindung Blech-Rohr
d	Durchgangsrichtung
d	diffus
D	Durchmesser
Div	Diverter
e	Austritt
e	effektiv
E	Endpunkt
fin	Absorberstreifen

Index	**Bedeutung**
ges	gesamt
G	Brutto
ha	hydraulisch abgeglichen
i	Iteration
i	innen
i	Zählindex
in	Eintritt
j	Zählindex
k	Zählindex
lam	laminar
li	links
m	gemittelt
max	maximal
min	minimal
Mix	Mixer
q	konstante Wärmestromdichte
re	rechts
S	Startpunkt
sub	Substitution
$turb$	turbulent
I	Hydraulikstrang I
II	Hydraulikstrang II
ϑ	konstante Wandtemperatur

Literaturverzeichnis

[ARi03] Amalgamated Research Inc.: *Fractal Control of Fluid Dynamics.* Twin Falls, Idaho, USA, 2003
http://www.arifractal.com/ar00001.htm

[Bejan00] Bejan A: *Shape and structure, from engineering to nature.* Cambridge University Press, 2000

[DIN98] Deutsche Norm DIN EN 12975-2: *Thermische Solaranlagen und Komponenten: Kollektoren*. Teil 2: Prüfverfahren, 1998

[Dubbel90] Dubbel: *Taschenbuch für den Maschinenbau.* Hrsg. von W. Beitz und K.-H. Küttner. - 17., neubearb. Auflage. - Berlin; Heidelberg u. a.: Springer, 1990

[Duffie91] Duffie J. A. und Beckman W. A.: *Solar Engineering of Thermal Processes*. 2^{nd} edition. New York: John Wiley & Sons, 1991

[Eisenmann03] Eisenmann W.: *Untersuchungen zu Leistungsfähigkeit und Materialaufwand von Sonnenkollektoren mit serpentinen- und harfenartiger Rohrverlegung.* Fortschr.-Ber. VDI Reihe 6 Nr. 490. Düsseldorf: VDI Verlag, 2003

[EP98] Europäische Patentanmeldung EP 0 857 554 A2: *Formen und Werkzeuge mit einem feingliedrig verzweigten Temperierkanalnetzwerk, ihre Verwendung und Verfahren zur Temperierung von Formen und Werkzeugen.* Anmelder: Fraunhofer-Gesellschaft zur Förderung der angewandten Forschung e. V., Erfinder: Baumann, F. und Völkle, D., 1998

[fbta02] Fachgebiet Bauphysik und Technischer Ausbau (fbta), Fakultät für Architektur, Universität Karlsruhe (TH)/Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme ISE,

Freiburg: *Solarhaus Gundelfingen - Digitales Durchflusskonzept für minimalen Energieverbrauch*. Abschlussbericht des Teilprojektes “DigiFlow” (BMWi-Projekt “Webcheck”), nicht veröffentlicht, 2002

[Frey95] Frey R., Frei U., Brunold S.: *Bestimmung des Kollektorwirkungsgradfaktors F' an flüssigkeitsführenden Solarabsorbern.* Solarenergie Prüf- und Forschungsstelle SPF-ITR, Oberseestr. 10, CH-8640 Rapperswil, 1995

[Green95] Green D. G.: *Fractals and Scale.* Environmental and Information Sciences, Charles Sturt University, 1995
http://life.csu.edu.au/complex/tutorials/tutorial3.html

[Haftendorn97] Haftendorn D.: *Chaos und Fraktale.* Informationssystem Mathematik, Johanneum Lüneburg, 1997
http://rzserv2.fhnon.de/u1/gym03/homepage/faecher/mathe/chaos/chaos.htm

[Hausner98] Hausner R. und Fechner H.: *Strömungszustand und Wirkungsgrad von Flachkollektoren mit Rohrregistern.* Erneuerbare Energie 1/98, S. 22-26, Arbeitsgemeinschaft ERNEUERBARE ENERGIE, Gleisdorf, Österreich, 1998

[Hermann02a] Hermann M., Wittwer C., Hube W., Gschwander S., Pfister A.: *Solarhaus Gundelfingen - Digitales Durchflusskonzept für minimalen Energieverbrauch*. Tagungsband 12. Symposium Thermische Solarenergie OTTI, S. 391-395, 2002

[Hermann02b] Hermann M., Koschikowski J. und Rommel M.*: Corrosion-free solar collectors for thermally driven seawater desalination.* Solar Energy **72**(5), pp. 415-426, 2002

[Mandelbrot91] Mandelbrot B.: *Die fraktale Geometrie der Natur.* Basel; Boston; Berlin: Birkhäuser, 1991

[Marko97] Marko A. und Braun P. (Hrsg.): *Thermische Solarenergienutzung an Gebäuden.* Berlin; Heidelberg u. a.: Springer, 1997

[Martin88] Martin H. : *Wärmeübertrager.* Stuttgart; New York: Thieme, 1988

[Mattheck97] Mattheck C.: *Design in der Natur. Der Baum als Lehrmeister.* Freiburg: Rombach, 1997

[Nachtigall00] Nachtigall W. und Blüchel K. G.: *Das große Buch der Bionik*. Stuttgart; München: Deutsche Verlags-Anstalt, 2000

[Rechenberg94] Rechenberg I.: *Evolutionsstrategie '94 (Werkstatt Bionik und Evolutionstechnik; 1)*. Stuttgart: frommann-holzboog, 1994

[Rechenberg03] Rechenberg I.: *Vorlesung Bionik I: Evolution und mathematische Optimierung (Teil I)*. Technische Universität Berlin, FG Bionik und Evolutionstechnik, 2003 http://www.bionik.tu-berlin.de/institut/skript/vorlb1.htm

[Recknagel01] Recknagel H., Sprenger E., Schramek E.-R. (Hrsg.): *Taschenbuch für Heizung und Klimatechnik.*. 70. Auflage. München: Oldenbourg Industrieverlag, 2001

[Sernetz00] Sernetz M.: *Die fraktale Geometrie des Lebendigen*. Spektrum der Wissenschaft 7/2000, S. 72-79, 2000

[Strasburger91] Strasbuger E.: *Lehrbuch der Botanik.* 33. Auflage neubearbeitet von P. Sitte, H. Ziegler, F. Ehrendorfer, A. Bresinsky. Stuttgart; Jena; New York: Gustav Fischer Verlag, 1991

[Tüber04] Tüber K., Oedegaard A., Hermann M., Hebling C.: *Investigation of fractal flow fields in portable PEMFC and DMFC.* Journal of Power Sources, Volume 131, Issues 1-2, 14 May 2004, Pages 175-181. Selected papers presented at the Eighth Grove Fuel Cell Symposium

[VDI94] Verein Deutscher Ingenieure (Hrsg.): *VDI-Wärmeatlas: Berechnungsblätter für den Wärmeübergang.* 7., erweiterte Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1994

[Weigand00] Weigand C.: *Strömungsanalysen in der Karotisbifurkation.* Dissertation, Lehrstuhl für Fluidmechanik, Technische Universität München, 2000

[Weitbrecht03] Weitbrecht V., Lehmann D. und Richter A.: *Flow distribution in solar collectors with laminar flow conditions*. Solar Energy **7**3(6), pp. 433-441, 2002

[Wittwer99] Wittwer C.: *Colsim - Simulation von Regelungssystemen in aktiven solarthermischen Anlagen*. Dissertation, Fakultät für Architektur, Universität Karlsruhe (TH), 1999

[Zierep93] Zierep J.: *Grundzüge der Strömungslehre*. 5., überarbeitete Auflage. Berlin; Heidelberg u. a.: Springer, 1993