Entkoppelte Graphen-Einzel-Lagen: p-n-Übergänge, Quanten-Interferenzen und Nichtlinearität

Von der Fakultät für Mathematik und Physik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
- Dr. rer. nat. -

genehmigte Dissertation
von

Dipl.-Phys. Thomas Lüdtke
geboren am 11. Mai 1980 in Freiberg (Sachsen)

2011

Referent:	Prof. Dr. R. J. Haug
Korreferent:	Prof. Dr. Michael Oestreich
Tag der Promotion:	02.02.2011

Abstract

In this work quantum effects in decoupled two-dimensional layers of carbon — also called graphene — are analysed and discussed. For further measurements flakes of graphene are selected that lie on top of each other and are twisted leading to an electric decoupling of the layers. To characterize this system the underlying substrate and an additional topgate is used to induce carriers via the field effect. Due to the decoupling it is possible to control the carriers in both layers independently by applying a potential to these gates. In addition the topgate allows to vary the carriers locally which opens up the possibility to create a barrier in graphene, that can be used to tune the system to a bipolar state. By applying a magnetic field it is possible to point out the influence of the compressibility to the induced carriers and to calculate the associated quantum capacitance in dependence of the applied topgate voltage. In further measurements the influence of the Klein-Tunnelling is discussed. A suppression in transport is seen in the resistance as well as in fluctuations in the signal due to quantum interferences. This is explained by additional scatterers in the barriers that emerge especially in electron-hole transitions, such as electron-hole puddles. In addition current-voltage characteristics are performed which reveal a nonlinearity. This is caused by the voltage drop between the source and drain contacts, which leads to a change in conductance at low carrier concentrations.

Key Words

decoupled graphene, bipolar graphene-FET, quantum interference

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit werden an entkoppelten zweidimensionalen Kohlenstoff-Lagen, auch Graphen genannt, Quanteneffekte im Transport untersucht und diskutiert. Für die Untersuchungen werden Graphen-Lagen ausgewählt, die aufeinander liegen und durch ihre geringfügige Verdrehung zueinander entkoppelt sind. Zur elektrischen Charakterisierung wird zusätzlich zum Backgate, dem Substrat auf dem sich das Graphen befindet, ein Topgate auf die Probe prozessiert, um die Ladungsträgerkonzentration durch den Feldeffekt lokal verändern zu können. Dadurch ist es möglich lokal eine Barriere im Graphen zu erzeugen und bipolare Zustände einzustellen. Zusätzlich kann aufgrund der Entkopplung beider Lagen die Ladungsträgerkonzentration in diesen unabhängig voneinander eingestellt werden. Durch das Transport-Verhalten im Magnetfeld wird der Einfluss der Kompressibilität auf die induzierten Ladungsträger diskutiert und die damit verbundene Quantenkapazität in Abhängigkeit von der Spannung am Topgate berechnet. Es wird gezeigt, dass das Klein-Tunneln, welches den Transport von Ladungsträgern durch eine Barriere im Graphen erklärt, in der untersuchten Probe unterdrückt ist. Zum einen drückt sich das im Widerstand und zum anderen durch Fluktuationen im Signal durch Quanteninterferenzen aus, die durch Streuzentren an bipolaren Übergängen entstehen. In Strom-Spannungskennlinien konnte zudem gezeigt werden, dass eine Nichtlinearität auftritt. Bei niedriger Ladungsträgerkonzentration in der Probe führt dabei der Spannungsabfall zwischen den Kontakten zu einer zusätzlichen Induzierung von Ladungsträgern in der Probe, wodurch sich die Leitfähigkeit im entkoppelten System verändert.

Schlagwörter

entkoppeltes Graphen, bipolarer Graphen-FET, Quanteninterferenz

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **17**

2 Theoretische Grundlagen **23**
2.1 Struktur von Graphen 25
2.2 Elektrische Eigenschaften 26
2.2.1 Dispersion 26
2.2.2 Masselose Dirac-Fermionen 29
2.2.3 Zustandsdichte 31
2.2.4 Ladungsträgerkonzentration und Kompressibilität . 33
2.3 Transport im Magnetfeld 36
2.4 Klein-Paradoxon 41
2.5 Zusammenfassung 42

3 Experimentelle Grundlagen: Herstellung und Messaufbau **45**
3.1 Präparation von Graphen 46
3.1.1 Graphen sichtbar machen 48
3.1.2 Gefaltete Graphen-Lagen 51
3.2 Prozessierung der Probe 53
3.2.1 Graphen strukturieren 54
3.2.2 Aufbringen der Kontakte 55
3.2.3 Herstellung der Topgates 57
3.3 Messaufbau 58
3.4 Zusammenfassung 60

4 Charakterisierung der Probe - Der Feldeffekt im Graphen **61**
4.1 Globale Änderung der Ladungsträgerkonzentration 61
4.2 Hysterese 66
4.3 Bipolare Übergänge in Graphen 68
4.4 Zusammenfassung 79

5 Transport im Magnetfeld **81**
5.1 Der Quanten-Hall-Effekt im Graphen 81
5.2 Variation des Backgates 88
5.3 Berry-Phase in entkoppelten Graphen-Lagen 92
5.4 Variation des Topgates 94
5.5 Unabhängige Variation der Ladungsträger 99
5.6 Abschirmung und Kompressibilität 101
5.7 Transport im nullten Landau-Level 106
5.8 Zusammenfassung 108

6 Universelle Leitwertsfluktuationen in Graphen **111**
6.1 Charakterisierung der UCF 113
6.2 Unterdrückung der Fluktuationen am CNP 117
6.3 Quanteninterferenzen an Übergängen im Graphen 120
6.3.1 Autokorrelation 120
6.3.2 Elektron-Loch-Übergänge 123
6.4 Zusammenfassung 126

7 Nichtlinearer Transport in entkoppelten Graphen-Lagen **129**
7.1 Strom-Spannungs-Kennlinien 130
7.2 Einfluss der Ladungsträgerkonzentration 132
7.3 Ursache der Nichtlinearität 137
7.4 Verlauf der Nichtlinearität 140
7.5 Nichtlinearität im Magnetfeld 144
7.6 Zusammenfassung 150

8 Zusammenfassung und Ausblick **153**

Anhang - Transport-Messungen an Nanopartikel-Ketten **157**

Literaturverzeichnis **167**

Lebenslauf **183**

Veröffentlichungen **185**

Danksagung **187**

Symbol- und Abkürzungs-Verzeichnis

Symbole

$2s$,$2p_x$,$2p_y$,$2p_z$	Orbitale des Kohlenstoff
$\vec{a}_{1,2}$	Gittervektoren
$\mathring{A}$	Ångström
A	Kondensatorfläche
a_{cc},a	Atomabstand nächster Nachbarn im Kristallgitter
α,α_1,α_2	Faktor des Spannungsabfalls in der Probe
B	Magnetfeld
$\vec{b}_{1,2}$	reziproke Gittervektoren
C	Kapazität
C_1	Resultierende Kapazität aus C_{BG} und C_Q
C_2	Resultierende Kapazität aus C_{TG} und C_Q
C_{BG}	Kapazität zwischen Backgate und Graphen
C_Q	Kompressibilität/Quantenkapazität
C_{TG}	Kapazität zwischen Topgate und Graphen
d	Breite
δ	Intervall-Länge
$\Delta\frac{1}{B}$	Periode im inversen Magnetfeld
Δ_c	Halbwertsbreite der Autokorrelationfunktion
δG	Amplitude der UCF
δn	Dotierkonzentration
$\Delta_{n_{1/2}}B^{-1}$	Perioden im inversen Magnetfeld für n_1 und n_2
ΔV_{TG}	Differenz in der Topgate-Spannung zwischen den CNP beider Lagen
$D(E)$	Zustandsdichte bei der Energie E
e	Elementarladung
E	Energie
E_C	Lade-Energie

E_F	Fermi-Energie
$E_{N,\sigma}$, E_N	Quantisierung der Energie im Magnetfeld
ε	Permittivität von Silizium
ε_0	elektrische Feldkonstante/Premitivität im Vakuum
ε_{PMMA}	Permittivität von PMMA
ε_r	Permittivität von Citrat
F_n	normalisierte Korrelationsfunktion
G	Leitfähigkeit
$< G >$	Mittelwert der Leitfähigkeit
G_H	Hall-Leitfähigkeit
G_x	beliebiges Gate x
G_{xx}	Leitfähigkeit in Längsrichtung
γ_0	Hopping-Energie
h	Planck'sches Wirkungsquantum
$\hbar$	$h/2\pi$
H_K/H'_K	Hamiltonian am K/K'-Punkt
i	ganze Zahl
I	Strom
I_{SD}	Source-Drain-Strom
k	Impuls
$\vec{\mathbf{K}}/\vec{\mathbf{K}}'$-Punkt	K/K'-Punkt (Dirac-Punkt) der Dispersionsrelation
$\vec{\mathbf{k}}$	Wellenvektor
k_b	Boltzmann-Konstante
k_x	x-Komponente des Wellenvektors
k_y	y-Komponente des Wellenvektors
L	Ausdehnung
L_φ	Phasenkohärenzlänge
μ	Mobilität
n	Majoritätsladungsträger: Elektronen
N	Füllfaktor
N'	„effektiver“ Füllfaktor
n_1	Ladungsträgerkonzentration der Lage 1
n_{11}, n_{12}	Ladungsträgerkonzentration der oberen und unteren Lage im Bereich des Backgates
n_2	Ladungsträgerkonzentration der Lage 2
n_{21}, n_{22}	Ladungsträgerkonzentration der oberen und unteren Lage im Bereich des Topgates

n_{BG}	gesamte Ladungsträgerkonzentration im Bereich des Backgates
N_E	Anzahl der Einheitszellen im Kristallgitter
n_{ges}	gesamte Ladungsträgerkonzentration im System
n_{Hall}	Ladungsträgerkonzentration aus der Hall-Steigung
N_{min}/N_{max}	Füllfaktoren der SdH-Oszillationen am Minimum/Maximum
N_P	Anzahl 1D-Pfade
n_s	Ladungsträgerkonzentration
n_{SdH}	Ladungsträgerkonzentration aus den SdH-Oszillationen
n_{TG}	gesamte Ladungsträgerkonzentration im Bereich des Topgates
n_{th}	theoretische Ladungsträgerkonzentration
ω_c	Cyclotronfrequenz
$\Phi_{A,B}$	Bloch Funktion des Untergitters A,B
Φ	Berry-Phase
p	Majoritätsladungsträger: Löcher
$\Psi_c(2s, 2p)$	Wellenfunktion der 2s/2p Orbitale
q	Impuls
$\vec{R}_{A,B}$	Position eines Atoms im Untergitter A/B
R_{ball}	ballistischer Barrierenwiderstand
R_{diff}	diffuser Barrierenwiderstand
R^{ges}	Gesamtwiderstand
R^I/R^{II}	Widerstand I und Widerstand II
R_H	Hall-Widerstand
R_k	von Klitzing-Konstante
$R_{\ddot{U}}$	Widerstand des Übergangs
R_T,$R_T^{I,II}$	Tunnelwiderstände
R_V	Vorwiderstand
R_{xx}	Längswiderstand
R_{xx}^0	Längswiderstand am CNP
R_{xy}	Querwiderstand
$\vec{\boldsymbol{\sigma}}/\vec{\boldsymbol{\sigma}}^*$	Paulimatrizen
σ	Pseudospin
T	Temperatur

$\mathcal{T}$	Transmission
θ_K	Winkel im Impulsraum
U	Spannung
υ_F	Fermi-Geschwindigkeit
V	Spannung
V_0	Höhe einer Potentialbarriere
V_{BG}	Spannung am Backgate
V_{BG}^0	CNP der Backgate-Region
V_D	Dirac-Punkt/CNP
V_H	Hall-Spannung
V_G	Gate-Spannung
V_K	Knickpunkt in der Strom Spannungs-Kennline
V_{KE}	Spannung am Keithley 2400
V_{LI}	Oszillator-Spannung am Lock-In Verstärker
V_T	Schwellenspannung
V_{TG}	Spannung am Topgate
V_{TG_1}	Spannung am Topgate 1
V_{TG_2}	Spannung am Topgate 2
V_{TG}^0	CNP der Topgate-Region
$V_{G_x}^0$	CNP der Gate-x-Region
V_{SD}	Source - Drain Spannung
V_{xx}	Längsspannung
V_{xy}	Querspannung
ξ	Skalierungsfaktor

Abkürzungen

1D	Eindimensional
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
AC	Wechselstrom *(Alternating Current)*
AlGaAs	Aluminium-Gallium-Arsenid
AFM	Raster-Kraft-Mikroskop *(Atomic Force Microscope)*
CNP	Neutralitätspunkt *(Charge Neutrality Point)*
D	Drain-Anschluss der Spannungsversorgung
DC	Gleichstrom *(Direct Current)*

DOS	Zustandsdichte *(Density of States)*
EBL	Elektronenstrahllithographie *(Electron Beam Lithography)*
EFM	*Electrostatic Force Microscope*
ELPHY	SEM - Lithographiesoftware
GMR	Giant-Magneto-Resistance
GaAs	Gallium-Arsenid
LED	Light-Emitting-Diode
MMA	Methylmethacrylat
MOSFET	Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect-Transistor
MRAM	Magneto-resistive Random Access Memory
PMMA	Polymethylmethacrylat
QED	Quanten-Elektro-Dynamik
QHE	Quanten-Hall-Effekt
S	Source-Kontakt der Spannungsversorgung
SCM	*Scanning Capacitance Microscope*
SdH	Shubnikov-de Haas
SEM	Scanning-Electron-Microscope
Si	Silizium
SiO_2	Siliziumdioxid
UCF	universelle Leitwertsfluktuationen *(Universal Conductance Fluctuations)*
WW	Wechselwirkungen

1 Einleitung

Geht es um die Wichtigkeit der Stoffe, die wir für unser Überleben brauchen, so ist nach dem Sauerstoff der Kohlenstoff eines der wesentlichen chemischen Elemente, die genannt werden müssen. Kohlenstoff ist einer der Stoffe aus denen lebendes Gewebe aufgebaut ist und ohne den wir nicht existieren würden, sprich, er war und ist für die gesamte Entwicklung der Lebewesen ein entscheidender Faktor. In der Gegenwart rückt dieses Element nun, so wie es schon seit langer Zeit existiert, erneut in den Vordergrund, allerdings in einem anderen wissenschaftlichen Zusammenhang, und zwar in der Physik der festen Körper.

Dazu ein kleiner Abstecher in die nahe Vergangenheit. Seit einigen Jahren schon schreitet die Entwicklung im Zuge der Technisierung für die verschiedensten Anwendungen sehr schnell voran. Gleichzeitig wächst aber auch der Anspruch an die Technik mindestens ebenso schnell. Computer sollen leistungsfähiger und leiser werden, gleichzeitig aber weniger Strom verbrauchen und kleiner werden, Solarzellen sollen dem Haushalt Strom liefern, und dabei möglichst hohe Wirkungsgrade erzielen und nicht das komplette Grundstück bedecken oder die Waschmaschine soll genauso zuverlässig und sicher laufen, wie das Auto auf der Straße fahren soll.

All diese Ansprüche werden dann zu einem Problem, wenn dadurch die elektrischen Komponenten für diese Anwendungen zu klein werden. Denn die klassische Physik kann nur bis zu einem bestimmten Punkt erklären, wie z.B. die Transistoren in einem Computer so funktionieren, wie sie es sollen. Werden die betrachteten Systeme immer kleiner, wird die Physik immer mehr von quantenmechanischen Effekten bestimmt. Deshalb sind neue Ideen gefragt, um auch mit der Quantenmechanik oder neuen Materialien die gleiche oder auch neue Funktionalität zu erreichen.

Für neue Ideen ist es dabei wie in jedem unbekannten Gebiet erforderlich neue grundlegende Effekte zunächst zu studieren und mit Diesen, neue Konzepte zu entwickeln. Dies ist in der mesoskopischen Größenordnung — also dem Bereich zwischen „mikroskopisch“ (Quantenmechanik) und „ma-

kroskopisch“ (klassischen Physik) — bereits geschehen, denn z.B. der Laser oder die heutigen Transistoren auf Computerchips bewegen sich in diesen Größenordnungen, ebenso wie die LED[1] oder der Lesekopf einer Festplatte, der nach dem Prinzip des GMR[2]-Effekts funktioniert. Also alles Effekte, die auf quantenmechanischen Prinzipien aufbauen. Weiterhin basieren in der Metrologie das Widerstands-Normal und das Josephson-Normal auf quantenmechanischen Effekten, dem Quanten-Hall-Effekt und dem Josephson-Effekt.

Wieder in der Gegenwart angekommen, mit all den Erkenntnissen der Physik in der mesoskopischer Größenordnung, rückt nun der Kohlenstoff wie folgt in den Vordergrund der Wissenschaft.

Kohlenstoff kann in unterschiedlichen Strukturen vorkommen, zu den Wichtigsten zählen dabei die **Diamant**-Struktur[3] und die **Graphit**-Struktur. Die Diamant-Struktur, eine sp^3-Hybridisierung des Kohlenstoffs, sorgt im Kristall für eine kovalente Bindung zu benachbarten Atomen, die zu einer besonderen Festigkeit des Materials führt. So ist Kohlenstoff in der Diamant-Struktur eines der härtesten Materialien überhaupt. Die zweite bedeutende Struktur ist die Graphit-Struktur, die z.B. in Bleistiften [1] zu finden ist. Der Unterschied zum Diamant liegt dabei in der sp^2-Hybridisierung begründet, d.h. die Festigkeit in dieser Struktur ist nur in einer Ebene gegeben, während senkrecht dazu die Bindung relativ schwach ist, einer der Gründe, warum ein Bleistift zum Schreiben benutzt werden kann.

Die Graphit-Struktur sorgt hier erneut für eine sehr starke kovalente Bindung innerhalb der Ebene. Diese einzelnen Ebenen, die für sich als zweidimensionale Systeme behandelt werden können, wurden das erste Mal 1961 von Hanns-Peter Boehm [2, 3] untersucht, der diesen Schichten auch den Namen **„Graphen“** gegeben hat [4]. Nach der Entdeckung dieser sehr dünnen zweidimensionalen Schichten gab es von der experimentellen Seite allerdings zunächst kein Interesse, das Material weiter zu untersuchen, obwohl das theoretische Verständnis zu der Zeit schon hinreichend vorhanden war. Bereits 1947 wurde die erste Arbeit von P. R. Wallace [5] zur Bandstruktur von Graphen veröffentlicht. Die zweidimensionale Graphit-

[1] **L**ight-**E**mitting-**D**iode
[2] **G**iant-**M**agneto-**R**esistance
[3] In der Diamant-Struktur kristallisieren auch Silizium und Germanium, die für Halbleiterelekronik ein wesentlicher Bestandteil sind.

Struktur des Graphen galt dabei als Ausgangspunkt der Beschreibung aller anderen Allotrope von Graphit.

Die nulldimensionale Form, die Fullerene sind bereits seit 1985 Teil der Forschung [6] und können als eine „Graphen-Kugel“ beschrieben werden. Als eindimensionale Form existiert Graphit in so genannten „Kohlenstoff-Nanoröhrchen“, die als eine aufgerollte Graphen-Lage gesehen werden können und das erste mal 1991 charakterisiert wurden [7].

Erst 2004 gelang es dann A. K. Geim und K. S. Novoselov die zweidimensionale Form des Graphits — einzelne Graphen-Schichten — zu präparieren und diese auch zu charakterisieren, wofür im Jahr 2010 der Nobelpreis für „*grundlegende Experimente mit dem zweidimensionalen Material Graphen*“ vergeben wurde.

Abgeschieden wurde das Graphen von kleinen Graphit-Stücken durch Abziehen einzelner Schichten mit Hilfe eines handelsüblichen Klebebandes. Inzwischen sind aber auch andere Methoden entwickelt worden, die die Präparation vereinfachen und es ermöglichen Graphen auf größeren Flächen „herzustellen“. Besondere Eigenschaften des Materials sind dabei die Folgenden.

An Graphen konnte gezeigt werden, dass es eine sehr gute Leitfähigkeit hat, wie es bereits 1977 für Kohlenstoff-Verbindungen beschrieben wurde [8]. Es weist relativistische Effekte auf, die sonst im Labor nur aufwendig zu untersuchen sind. Weiterhin hat es ähnlich zur Diamant-Struktur des Kohlenstoffs die bisher höchste gemessene Reißfestigkeit und ist eines der reinsten Materialien. Außerdem wurde gezeigt, dass in Graphen-Transistoren zehnmal höhere Schaltraten erreicht wurden, als in den schnellsten auf Silizium basierenden Transistoren. Dies macht Graphen zu einem sehr guten Kandidaten für die Anwendung in elektronischen Schaltkreisen und spielt damit eine große Rolle in der technischen Entwicklung.

Doch für diese ist es notwendig das Material hinreichend zu verstehen und zu untersuchen, was Aufgabe der Grundlagenforschung ist. So ist Graphen ein Teil dieser Arbeit, die dazu dienen soll, Quanten-Effekte im Graphen zu erläutern und zu diskutieren. Im Speziellen werden in dieser Arbeit verdrehte entkoppelte Graphen-Einzel-Lagen untersucht. Dieses System zeichnet sich dadurch aus, dass zwei Graphen-Einzel-Lagen die jeweils als zweidimensionale Systeme verstanden werden können, parallel aufeinander liegen. Aus der Entkopplung der beiden Lagen ergeben sich neue interessante Effekte dadurch, dass die Konzentration und auch die Art der Ladungs-

träger unabhängig voneinander eingestellt werden können. Dies eröffnet die Möglichkeit die elektronischen Eigenschaften sowie Wechselwirkungen zwischen Ladungsträgern im Graphen ausführlich zu studieren und auf Anwendungen zu übertragen. Die Arbeit ist dabei wie folgt aufgebaut.

Nach der Einleitung im **ersten Kapitel** wird im **zweiten Kapitel** zunächst eine Einführung in die theoretischen Grundlagen gegeben. Es wird erläutert, wie die Bandstruktur von Graphen berechnet werden kann und welche einzigartigen Eigenschaften daraus für die Ladungsträger folgen. Anschließend wird die Auswirkung eines Magnetfeldes auf die Bewegung der Ladungsträger diskutiert und mit dem Verhalten in einem Halbleiter verglichen. Am Ende des Kapitels wird erläutert, was für einen Einfluss eine Potential-Barriere im Graphen auf die Ladungsträger hat.

Das **dritte Kapitel** zeigt die Herstellung der Probe. Dabei wird der Schritt des Abscheidens einzelner Graphen-Lagen auf ein Substrat genau beschrieben und auf die „Klebeband-Methode“ eingegangen. Die daraus erhaltenen Graphen-Stücke werden für diese Arbeit so ausgewählt, dass zwei verdrehte aufeinanderliegende Lagen weiter verarbeitet werden können. Des weiteren werden in diesem Kapitel die Lithographie-Methoden beschrieben, die es erlauben Kontakte auf der Probe herzustellen, die für die spätere Charakterisierung notwendig sind. Der Messaufbau für diese Charakterisierung wird außerdem erklärt.

Im **vierten Kapitel** werden Charakterisierungs-Messungen gezeigt. Dazu dient der Feldeffekt, durch den die Ladungsträgerkonzentration im Graphen verändert werden kann, indem eine Spannung an ein Gate angelegt wird. Die dadurch verursachte Änderung der Leitfähigkeit wird ebenso untersucht wie der Einfluss eines zusätzlichen Gates, welches eine Potential-Barriere im Graphen erzeugt. Außerdem wird der Effekt der Kompressibilität im betrachteten Graphen-System zweier entkoppelter Lagen diskutiert.

Im **fünften Kapitel** wird das Verhalten der Ladungsträger im Graphen bei Anlegen eines senkrechten Magnetfeldes untersucht. Es wird gezeigt, welche Auswirkungen die Quantisierung der Zustandsdichte und der Aufbau des Systems aus zwei verdrehten Lagen auf den Transport haben. Dabei

wird darauf eingegangen, dass die Berry-Phase ein grundlegender Parameter ist, mit dem die Anzahl der Lagen bestimmt werden kann. Weiterhin ist es möglich in den Messungen im Magnetfeld durch das zusätzliche Topgate die Kompressibilität des Systems genau zu bestimmen.

Das **sechste Kapitel** beschreibt den Einfluss von Quanteninterferenzen auf den Transport. Dazu werden mithilfe der Autokorrelation universelle Leitfähigkeitsfluktuationen in den Messungen untersucht, die im Transport sichtbar sind. Es wird darauf eingegangen welche Auswirkungen eine Potentialbarriere auf diese Fluktuationen hat, insbesondere ob Übergänge zwischen unterschiedlichen Ladungsträgern durch das Klein-Tunneln zu zusätzlichen Phaseninterferenzen führen.

Das **siebente Kapitel** zeigt Strom-Spannungs-Messungen an Graphen, die eine Nichtlinearität aufweisen. Es wird begründet, warum diese Nichtlinearität auftritt und welche Auswirkungen die Ladungsträgerkonzentration darauf hat. Dazu wird die Zustandsdichte und der Einfluss der Kontakte näher erläutert. Zusätzliche Auswirkungen des Magnetfeldes werden im letzten Teil erläutert.

Das **achte und letzte Kapitel** fasst die Erkenntnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick für zukünftige Untersuchungen.

2 Theoretische Grundlagen

Als Einführung in das Gebiet des Graphen werden in diesem Kapitel zunächst die theoretischen Eigenschaften näher erläutert.

Die Bandstruktur von Graphen ist bereits seit 1946 bekannt [5], viel früher als es überhaupt möglich war einzelne Lagen zu präparieren oder besser gesagt, sie zu finden [2], denn jeder Bleistift [1] hinterlässt seit seiner Erfindung 1564 beim Schreiben eine große Anzahl an Kohlenstoff-Einzel-Lagen — man sieht sie nur nicht. Graphen galt zudem für lange Zeit von der Theorie vorausgesagt, als thermodynamisch instabil [9, 10], d.h. es war unerwartet, dass Einzel-Lagen über längere Zeit existieren würden. Dass dies trotzdem möglich ist, liegt, wie inzwischen herausgefunden wurde, an der Struktur von Graphen. Es ist nicht wie vermutet planar, sondern hat eine gewellte Oberfläche, die so genannten „Ripples“ [11], die entscheidend für die Stabilität sind [12, 13].

Das Material wurde bereits sehr früh theoretisch analysiert [5, 14–16], da die Bandstruktur von Graphen als Ausgangspunkt für alle anderen Allotrope von Kohlenstoff gesehen wurde. Die Allotrope geordnet nach ihrer Dimension, in denen sich die Ladungsträger ausbreiten können, sind die Folgenden [1, 17, 18].

3D: *Graphit/Diamant*
2D: ***Graphen***
1D: *Kohlenstoffnanoröhrchen* (Carbon Nanotubes)
0D: *Fullerene* (Bucky Balls)

Dabei kann die dreidimensionale Form des Kohlenstoff in einer sp^2-Hybridisierung — dem Graphit — oder einer sp^3-Hybridisierung — dem Diamat — vorliegen. Weiterhin können das Graphit, die Kohlenstoffnanoröhrchen und die Fullerene aus einzelnen zweidimensionalen Graphen-Schichten aufgebaut und somit auf die Bandstruktur von Graphen zurückgeführt werden. Dies ist in Abbildung 2.1 verdeutlicht.

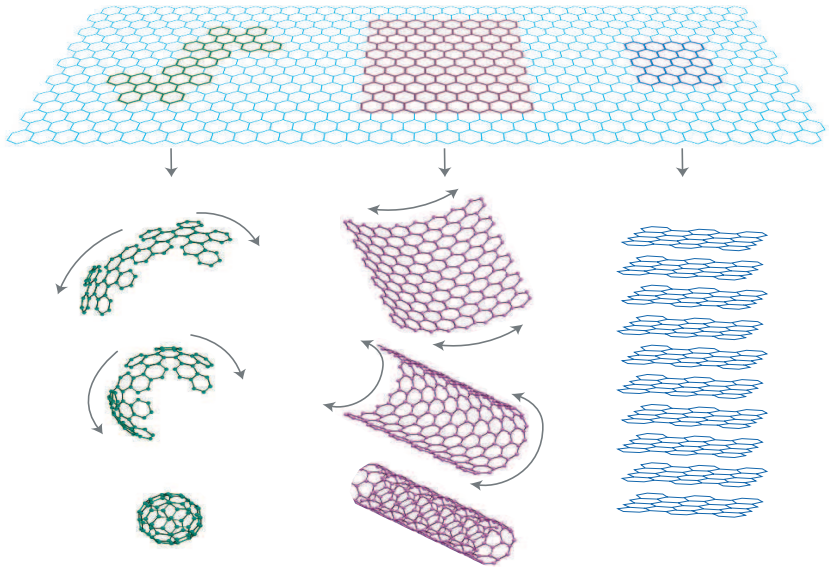

Abbildung 2.1: Die Allotrope des Graphit in unterschiedlichen Dimensionen, zusammengesetzt aus zweidimensionalem Graphen. [19]

Graphen weist, wie im Folgenden beschrieben, relativistische Eigenschaften auf, was es zu einem perfekten Kandidaten macht, Effekte, die sonst nur in aufwendigen Experimenten oder im Weltraum zu beobachten sind, auch im Labor zu untersuchen [20, 21].

Zur theoretischen Beschreibung wird in diesem Kapitel zunächst der strukturelle Aufbau und der daraus resultierende Verlauf der Bandstruktur (Dispersion) diskutiert. Eine Beschreibung der elektronischen Eigenschaften erfolgt anschließend im Zusammenhang mit der Zustandsdichte, für unterschiedliche Systeme im endlichen Magnetfeld . Eine weitere Folge aus der Dispersion und der Charakteristik der Ladungsträger — das Klein-Tunneln — wird im letzten Teil des Kapitels erläutert. Darin wird der relativistische Effekt beschrieben, dass Ladungsträger ungehindert durch eine Potentialbarriere tunneln können, im Gegensatz zum quantenmechanischen Tunneleffekt.

2.1 Struktur von Graphen

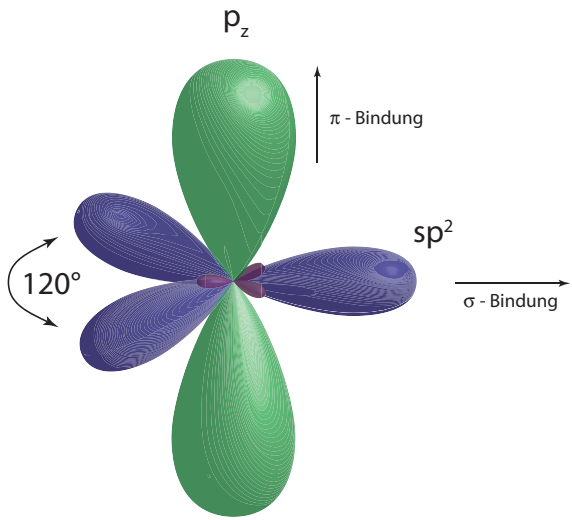

Abbildung 2.2: Drei der vier Elektronen in der Graphit-Struktur bilden eine starke σ-Bindung (sp^2-Hybridisierung) zu den nächsten Nachbarn in einem 120° Winkel in einer Ebene. Das vierte Elektron (p_z) geht eine schwächere π-Bindung mit seinen Nachbarn senkrecht zu dieser Ebene ein. Die σ-Bindung (blaue Orbitale) sorgt für die Stabilität des Kristalls trägt aber nicht zum Ladungstransport bei, während die π-Bindung (grüne Orbitale) für eine sehr gute Leitfähigkeit sorgt.

Die Struktur von Graphen lässt sich nun wie folgt beschreiben. Kohlenstoff kann in unterschiedlichen Strukturen vorkommen, der Diamant-Struktur und der Graphit-Struktur, wobei Diamant sp^3-hybridisiert. Die Graphit-Struktur hingegen, in der Graphen vorliegt, ist sp^2-hybridisiert, wie es in Abbildung 2.2 gezeigt ist. Im Gegensatz zur Diamant-Struktur hybridisieren dabei nur zwei der drei 2p-Orbitale mit einem 2s-Orbital. Diese 2s-, $2p_x$- und $2p_y$-Orbitale bilden eine planare trigonale Struktur, d.h. Orbitale ordnen sich im 120° Winkel in einer Ebene an. Die Wellenfunktion dieser drei Valenzelektronen hat die Form

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(\Psi_c(2s) + \sqrt{2}\Psi_c(\sigma_i 2p)), \tag{2.1}$$

wobei $\Psi_c(2s)$ die 2s-Wellenfunktion ist und $\Psi_c(\sigma_i 2p)$ die 2p-Wellenfunktion darstellt, die in Richtung σ_i zeigt und für eine kovalente Bindung zu den drei nächsten Nachbaratomen verantwortlich ist. Diese sehr starke so genannte σ-Bindung benachbarter sp^2-Atome bewirkt eine sehr hohe Festigkeit und Stabilität des Kristallgitters [16]. So weist eine Lage Graphen die höchste je gemessene Reißfestigkeit von allen Materialien auf und sorgt außerdem für eine hohe Reinheit, also wenig Defekte im Kristall [22, 23].

Das vierte $2p_z-$Orbital steht senkrecht zur planaren trigonalen Struktur und kann mit benachbarten $2p_z-$Orbitalen eine π-Bindung eingehen, wobei diese π-Bindung schwächer ist als die σ-Bindung in der Kristallebene. Leitfähigkeit wird hauptsächlich durch diese delokalisierten $2p_z-$Orbital-Zustände bestimmt. Das heißt Graphit wird als System mit einem Valenzelektron im $2p_z$-Zustand behandelt. Der Unterschied in der Stärke der σ- und π-Bindung hat des weiteren zur Folge, dass der thermische und elektrische Transport entlang der Ebenen anisotrop ist. Während die Leitfähigkeit in der Kristallebene sehr gut ist, ist sie zwischen den Lagen eher schlecht [16].

Die Bindung zwischen den Lagen wird dabei nur durch van der Waals-Kräfte, also schwache Wechselwirkung von überlappenden $2p_z$-Orbitalen verursacht. Der Abstand zwischen zwei Lagen beträgt 0.34 nm und ist größer als der Abstand zweier benachbarter Kohlenstoffatome im Kristallgitter, $a_{cc} = 0.142$ nm. Die daraus folgenden Eigenschaften des elektrischen Transports, werden im Folgenden beschrieben.

2.2 Elektrische Eigenschaften

2.2.1 Dispersion

Die Bandstruktur von Graphen lässt sich mithilfe der Tight-Binding-Methode der hexagonalen Struktur des Kristallgitters, die aufgrund ihres Aussehens auch Honigwaben-Struktur genannt wird (Fig. 2.3), berechnen [5, 24, 25].

Das Gitter mit einer Basis aus zwei Atomen pro Einheitszelle kann in zwei

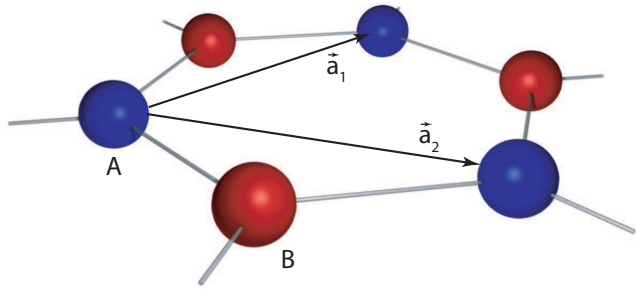

Abbildung 2.3: Hexagonale Einheitszelle des Kohlenstoffs mit Untergitter A und B, sowie den Gittervektoren für Untergitter A.

Untergitter A (blau) und B (rot) aufgeteilt werden, wobei jedes Untergitter ein dreieckiges Bravais-Gitter bildet. Die zugehörigen realen Gittervektoren lauten

$$\vec{\mathbf{a}}_1 = \frac{a}{2}\begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \vec{\mathbf{a}}_2 = \frac{a}{2}\begin{pmatrix} 3 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}, \tag{2.2}$$

mit dem Abstand a = 0.142 nm zu den nächsten Nachbarn. Das reziproke Gitter wird aufgespannt durch die reziproken Gittervektoren

$$\vec{\mathbf{b}}_1 = \frac{2\pi}{3a}\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \vec{\mathbf{b}}_2 = \frac{2\pi}{3a}\begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}. \tag{2.3}$$

Diese bilden für die erste Brillouin-Zone von Graphen ein Sechseck, wobei die Eckpunkte als K- bzw. K'-Punkte bezeichnet werden. Diese sind für die elektrischen und physikalischen Eigenschaften von Graphen von großer Bedeutung und werden auch als Dirac-Punkte bezeichnet [5].

Die Dispersionsrelation der π-Elektronen lässt sich über die Wellenfunktion von Graphen berechnen, die eine Linearkombination aus Bloch Funktionen des Untergitter A und B ist

$$\Phi_A = \frac{1}{\sqrt{N_E}} \sum_{\vec{\mathbf{R}}_A} e^{i\vec{\mathbf{k}}\cdot\vec{\mathbf{R}}_A} \varphi(\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{R}}_A). \tag{2.4}$$

N_E gibt die Anzahl der Einheitszellen an und $\varphi(\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{R}}_A)$ bezeichnet das p_z-Orbital des Atoms bei $\vec{\mathbf{R}}_A$. Für Untergitter B ist die Bloch Funktion äquivalent, die Summe läuft über alle möglichen Gittervektoren $\vec{\mathbf{R}}_{A,B}$ des Kristallgitters.

Werden nur die nächsten Nachbarn betrachtet, d.h. ein Atom im Untergitter A sieht nur die drei nächsten Atome des Untergitters B und umgekehrt, ergibt sich die folgende Dispersionsrelation als Lösung der Energie-Eigenwerte des Hamiltonians [5, 16, 20, 21]

$$E_{\pm}(\vec{\mathbf{k}}) = \pm\gamma_0 \sqrt{1 + 4cos(\frac{3}{2}k_x a)cos(\frac{\sqrt{3}}{2}k_y a) + 4cos^2(\frac{\sqrt{3}}{2}k_y a)}. \tag{2.5}$$

γ_0 ist die Hopping-Energie, die benötigt wird, um zum nächsten Nachbarn zu gelangen, also von Untergitter A auf Untergitter B, sie beträgt in Graphen ca. 3eV [16]. Der Verlauf von $E_{\pm}(\vec{\mathbf{k}})$ ist in Abbildung 2.4 für Elektronen (-) und Löcher (+) dargestellt. Werden zusätzlich Wechselwirkungen zu übernächsten Nachbarn berücksichtigt, also Übergänge innerhalb eines Untergitters, müssen weitere Korrekturen in der Lösung der Energieeigenwerte eingefügt werden, aus γ_0 in Formel (2.5) wird dadurch ein $\gamma_0' \approx 0.2\gamma_0$ [16]. Diese führen zu einer Asymmetrie in der Dispersion zwischen Elektronen und Löchern, das π-Band in Abbildung 2.4 wäre in diesen Fall in Energie-Richtung gegenüber dem π^*-Band gestaucht.

Die Bandstruktur in Fig. 2.4 zeigt die beiden Bänder der π-Bindung (p_z-Orbital), wobei π^* als anti-bindendes und π als bindendes Band bezeichnet wird. An den K- bzw. K'-Punkten (im weiteren als Dirac-Punkte bezeichnet) berühren sich beide Bänder (Fig. 2.4 (Inset)). In undotiertem Graphit liegt die Fermi-Energie E_F am Berührpunkt beider Bänder, in der Abbildung als Fläche dargestellt. Das π-Band (Valenzband) ist in dem Fall komplett mit Löchern gefüllt und das π^*-Band (Leitungsband) leer.

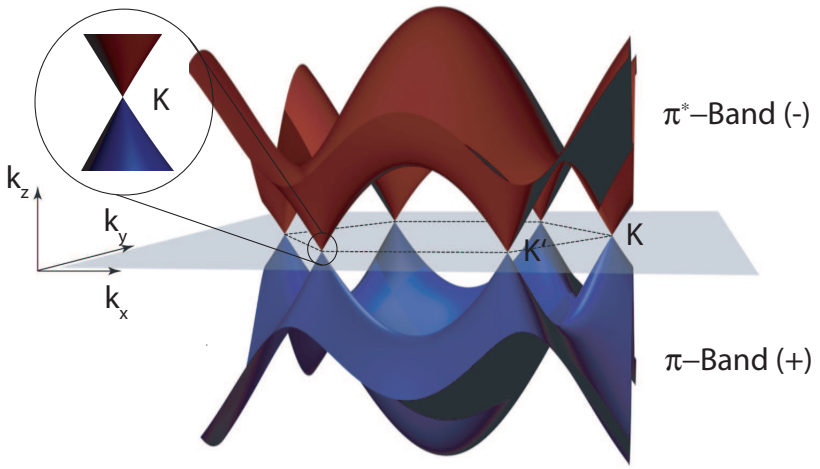

Abbildung 2.4: Gezeigt ist die Bandstruktur von Graphen mit dem Valenzband (π-Band) und dem Leitungsband (π^*-Band). Beide Bänder treffen sich im K- und K'-Punkt, der als Inset vergrößert dargestellt ist. Am K-Punkt kann der Verlauf als linear angenähert werden.

Der Einfluss des σ-Bandes ist bei der Berechnung mit Formel (2.5) nicht berücksichtigt, da der Transport in Graphen hauptsächlich durch die Bandstruktur in der Region um den Dirac-Punkt bestimmt ist [26].

2.2.2 Masselose Dirac-Fermionen

Wird die Dispersionsrelation in der Umgebung des Dirac-Punktes angenähert, ergibt sich durch eine Taylor-Entwicklung [20] folgende Beziehung zwischen der Energie und dem Wellenvektor $\vec{\mathbf{k}}$

$$E_{\pm}(\vec{\mathbf{k}}) = \pm\sqrt{3}\gamma_0 a|\vec{\mathbf{k}}| + \mathcal{O}(k^2) = \pm v_F \hbar|\vec{\mathbf{k}}| + \mathcal{O}(k^2), \tag{2.6}$$

wobei $v_F = 3\gamma_0 a/2\hbar \approx 10^6$ m/s die Fermi-Geschwindigkeit angibt. Im

Gegensatz zu „gewöhnlichen“ Halbleitern ist die Fermi-Geschwindigkeit oder auch Gruppen-Geschwindigkeit im Graphen um den Dirac-Punkt nicht vom Impuls oder der Energie abhängig, da die Dispersion nur linear abhängig vom Wellenvektor $\vec{\mathbf{k}}$ ist

$$\partial E/\hbar|\partial\vec{\mathbf{k}}| = \upsilon_F = const. \tag{2.7}$$

Dieser lineare Verlauf kann mit dem von masselosen ultra-relativistischen Teilchen (z.B. Photonen, Neutrinos, etc.) verglichen werden, obwohl sich Ladungsträger im Graphen mit nur etwa einem dreihundertstel der Lichtgeschwindigkeit bewegen. In der Umgebung des K- bzw. K'-Punkt erfüllen die Wellenfunktionen $\psi(\vec{\mathbf{r}})$ der Teilchen — im Folgenden auch als **masselose Dirac-Fermionen** bezeichnet [26, 27] — die 2D Dirac-Gleichung aus der relativistischen Quantenmechanik

$$-i\hbar\upsilon_F(\vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\vec{\boldsymbol{\nabla}})\psi(\vec{\mathbf{r}}) = E\psi(\vec{\mathbf{r}}), \tag{2.8}$$

woraus sich der folgende Hamiltonian am K-Punkt ergibt

$$H_K = \hbar\upsilon_F\begin{pmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{pmatrix} = \hbar\upsilon_F\vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\vec{\mathbf{k}} \tag{2.9}$$

bzw. für den K'-Punkt

$$H_{K'}(\vec{\mathbf{k}}) = \hbar\upsilon_F\vec{\boldsymbol{\sigma}}^*\cdot\vec{\mathbf{k}} \tag{2.10}$$

mit dem Operator $\vec{\mathbf{k}} = -i\vec{\boldsymbol{\nabla}} = -i(\partial/\partial_x, \partial/\partial_y)$ und $\vec{\boldsymbol{\sigma}} = (\sigma_x, \sigma_y)$ bzw. $\vec{\boldsymbol{\sigma}}^* = (\sigma_x, -\sigma_y)$ einem Vektor aus Paulimatrizen

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.11}$$

Beide Operatoren wirken auf den „Spinor“ $\psi = (\psi_A, \psi_B)$, dessen Komponenten hier nicht „Spin up“ und „Spin down“ repräsentieren, sondern die quantenmechanische Amplitude angeben, ein Elektron im Untergitter A oder B zu finden. Die Paulimatrizen beschreiben hier also nicht den Elektronenspin-, sondern den „Pseudospin“-Freiheitsgrad, wobei der Pseudospin-Zustand $\uparrow\rangle$ dem Untergitter A und Pseudospin-Zustand $\downarrow\rangle$ dem Untergitter B zugeordnet wird. Der Pseudospin ist — vergleichbar zum Spin in Halbleitersystemen — eine entscheidende Größe, auf deren Grundlage

sich folgende wichtige Eigenschaften erklären lassen.

Der Pseudospin definiert z.B. die **Chiralität** eines Systems, die gegeben ist durch die Projektion des Pseudospins in die Bewegungsrichtung $\vec{\mathbf{k}}$. Diese kann entweder negativ oder positiv für Löcher oder Elektronen sein, d.h. Eigenwerte der Paulimatrizen σ können entweder in Richtung oder gegen die Richtung des Impulses zeigen. Die Chiralität ist also wohldefiniert, sie kann wie eine weitere Quantenzahl behandelt werden [20]. Zur Geltung kommt die Chiralität im Klein-Tunneln und im Magnetotransport.

2.2.3 Zustandsdichte

Die Dispersion wie sie in Kapitel 2.2.1 mithilfe des Tight-Binding-Models berechnet wurde, ist entscheidend für den Ladungsträgertransport in einem metallischen System. Ist die Fermi-Energie durch ein Gate oder eine Dotierung des Materials ins Leitungsband verschoben, tragen alle Ladungsträger unterhalb dieser Energie zum Transport bei. Die Anzahl der Ladungsträger bei der Energie E ist durch die Zustandsdichte $D(E)$ gegeben. Die Zustandsdichte $D(E)$ im Impuls-Raum ergibt sich aus der Summe aller Zustände bei der Energie E aus der Dispersion $E(\vec{\mathbf{k}})$ (Formel (2.5)) [20, 28].

In der Nähe des Dirac-Punktes kann die Dispersion linear angenähert werden, s. Formel (2.6), wodurch sich nach [20] eine lineare Zustandsdichte in E ergibt, d.h. $D(E) \sim \frac{|E|}{v_F^2}$. Für höhere Energien weit weg vom Dirac-Punkt ändert sich der lineare Verlauf der Dispersion, wodurch sich eine $\sqrt{E}^{-1}$ Abhängigkeit für die Zustandsdichte ergibt [28]. $D(E)$ hat also einen Verlauf, wie er in Abbildung 2.5 (b) gezeigt ist. Der rote (blaue) Verlauf im Abbildung 2.5 (a) deutet das zugehörige Leitungsband (Valenzband) um den K- und Γ-Punkt an.

Für höhere Energien, wenn sich $\vec{\mathbf{k}}$ dem Γ-Punkt nähert, gibt es in der Dispersion ein Maximum bzw. ein Minimum, d.h. die Steigung von $E(\vec{\mathbf{k}})$ ist Null. Für diesen Punkt entsteht in der Zustandsdichte eine sogenannte Van Hove-Singularität, die nicht nur in Graphen-Systemen zu beobachten ist [29–31].

Für Graphen-Einzel-Lagen tritt diese Singularität erst bei sehr hohen Energien auf, die durch Dotierung oder Anlegen einer Gate-Spannung V_G nicht erreichbar sind, d.h. in Einzel-Lagen wird grundsätzlich im linearen

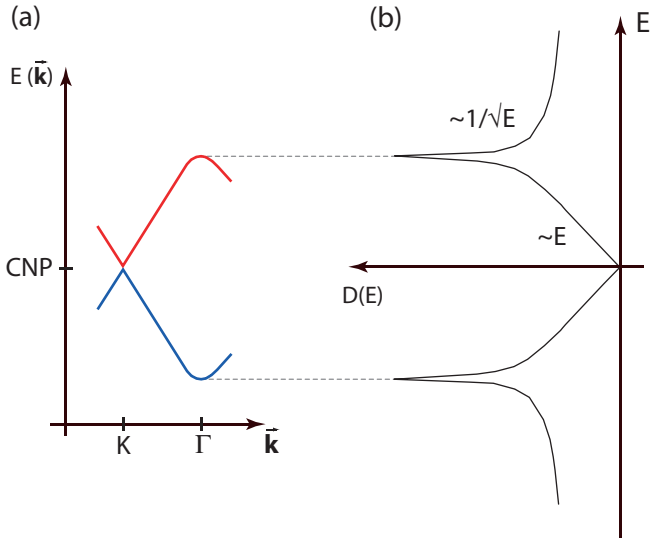

Abbildung 2.5: Dispersion am K- und Γ-Punkt (a) und der zugehörige Verlauf der Zustandsdichte (b) mit den Van Hove-Singularitäten [29–31].

Bereich ($\sim E$) der Zustandsdichte gemessen [20].

Die Singularität kann allerdings durch äußere Einflüsse verschoben werden. Für zwei Graphen-Lagen aufeinander, die leicht verdreht sind, wird die Kopplung zwischen den Lagen unterdrückt, wenn das AB-/Bernal-Stacking [30–32] aufgehoben ist. Dadurch verändert sich die Dispersion des Systems, wie in Abbildung 2.6 gezeigt ist. Für die obere und untere Graphen-Lage tritt nun je ein Dirac-Punkt auf, ähnlich einer Summe von zwei Dispersionen, wobei die Dirac-Punkte durch unterschiedliche Dotierungen zu anderen Energien verschoben sind, wie das in der Abbildung 2.6 angedeutet ist [33]. Für Energien bei denen in der Dispersion $E(\vec{\mathbf{k}})$ die Steigung Null wird, treten erneut die Van Hove-Singularitäten auf, die je nach Drehwinkel der beiden Lagen zueinander bei unterschiedlichen Energien liegen können [30]. Für bestimmte Drehwinkel sind diese Singularitäten also zu Energien verschoben, die durch Gating oder Dotierung erreicht werden können und somit einen Effekt auf den betrachteten Transport haben.

Eine weitere Folge der Verdrehung der Lagen ist, dass die Zustandsdichte

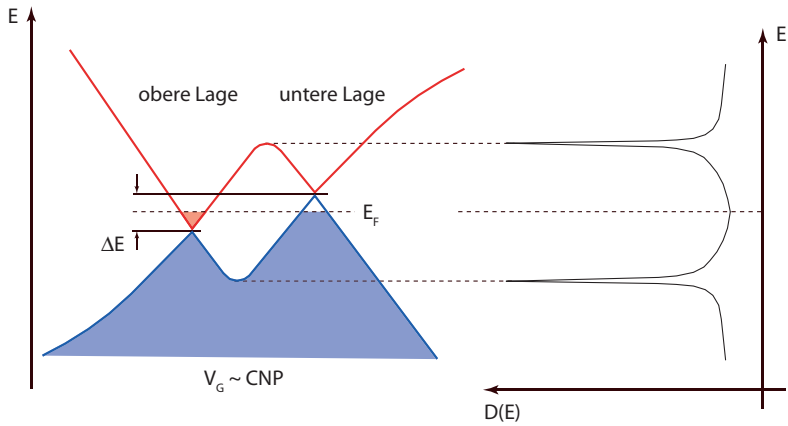

Abbildung 2.6: Zustandsdichte und Dispersion in verdrehten Lagen. Für beide Lagen erscheint in der Dispersion je ein Dirac-Punkt und die van Hove-Singularitäten sind dadurch zu kleineren Energien verschoben [30].

$D(E)$ nicht auf Null zurückgeht, wie das z.B. für eine Graphen-Einzel-Lage der Fall ist (Abbildung 2.5) [30]. Dies ist eine unmittelbare Folge aus der Dispersion, denn durch die Tatsache, dass die beiden Dirac-Punkte gegeneinander verschoben sind, gibt es für alle Energien Zustände zum Besetzen (s. Abbildung 2.6). Im Gegensatz dazu ist in Einzel-Lagen oder unverdrehten Doppel-Lagen mit Bernal-Stacking, am Dirac-Punkt ein Minimum an Zuständen erreicht. Theoretisch sinkt $D(E)$ auf Null und der Transport ist unterdrückt. Der Transport ist dort hauptsächlich durch Elektron-Loch-Puddles gegeben, die aufgrund der Inhomogenität der Probenoberfläche entstehen [20, 34]. Da dadurch am Dirac-Punkt immer eine endliche Zahl an Ladungsträgern für den Transport vorhanden ist und dieser Transport sowohl durch Löcher als auch durch Elektronen getragen wird, wird der Dirac-Punkt auch als Neutralitäts-Punkt (gleiche Anzahl an positiven und negativen Ladungen) oder Charge Neutrality Point (CNP) bezeichnet.

2.2.4 Ladungsträgerkonzentration und Kompressibilität

Die Ladungsträgerkonzentration n_s im System ist hauptsächlich durch die Spannung V_G an den Gates [35, 36] bestimmt. Wird ein elektrostatisches

Modell angenommen, in dem das Gate und das Graphen als Kondensatorplatten mit dem Abstand d und der Fläche A dienen, so ergibt sich die folgende Beziehung

$$n_s = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 V_G A}{ed} = \frac{C \cdot V_G}{e} \tag{2.12}$$

mit der relativen Permittivität ε des Dielektrikums und ε_0 des Vakuums, der Elementarladung e und der Kapazität C zwischen Gate und Graphen. Diese Abhängigkeit kann in einer Feldeffekt-Messung nachgeprüft werden [35].

Dieses Modell eines simplen Kondensators mit zwei dreidimensionalen Platten und einem Dielektrikum dazwischen, erfordert eine Korrektur, sobald eine der Platten in einer Dimension eingeschränkt ist. Dies wurde bereits für Si-MOSFETs und auch GaAs-AlGaAs Heterostrukturen mit einem zweidimensionalen Elektronengas (2DES) beobachtet, in denen das Gate (Platte 1) durch ein Dielektrikum vom zweidimensionalen System (Platte 2) getrennt ist. Die Korrektur ist die sogenannte Kompressibilität oder auch Quantenkapazität C_Q, die bisher an vielen Systemen gemessen und diskutiert wurde. [37–44]. Diese ist abhängig von der Zustandsdichte des 2D System

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_G} + \frac{1}{e^2}\frac{dE}{dn} = \frac{1}{C_G} + \frac{1}{C_Q} \\ C_Q &= \frac{e^2 dn}{dE} = e^2 D(E), \end{aligned} \tag{2.13}$$

wobei C die resultierende Kapazität, C_G die geometrische Kapazität des Gate-Materials und dn/dE die Zustandsdichte bei der Energie E ist.

Die Kompressibilität sagt also aus wie im Unterschied zu einem klassischen Platten-Kondensator die Ladungen im System aufgenommen werden können. In einem Kondensator, bei dem die Platten metallisch (3D) sind, ist die Zustandsdichte kontinuierlich, d.h. Ladungsträger können durch Anlegen einer Spannung recht einfach auf die Platten gebracht werden, es sind immer Zustände dafür vorhanden. Ist jedoch eine Platte auf zwei Dimensionen eingeschränkt, müssen zusätzlich quantenmechanische Effekte berücksichtigt werden, die Zustandsdichte verändert sich und ist unter

Umständen nicht mehr kontinuierlich. Es ist dadurch also nur noch bedingt möglich durch einen Potentialunterschied zwischen den beiden „Platten“ z.B. ein Elektron auf das 2D-System zu laden, bzw. ist dabei die elektronische Struktur — die Zustandsdichte — entscheidend, durch die festgelegt ist, wie viele Elektronen sich im System bis zur Fermi-Energie befinden dürfen. Kompressibilität sagt dabei also aus, wie „kompressibel“ das System ist, analog zur Kompressibilität von Gasen, die besagt wie sich das Volumen (=Ladungsträgerkonzentration n_s) bei Druckänderung (=Spannung am Kondensator) verändert.

Das heißt die tatsächliche Kapazität C ist durch den Verlauf der Zustandsdichte gegeben, wobei wie im letzten Kapitel beschrieben der Verlauf in einem bestimmten Energie-Bereich linear ist. Die Abweichung $C_Q = e^2 \frac{dn}{dE}$ ist für diesen Bereich also ebenfalls linear. Im Bereich des CNP sollte aufgrund der verschwindenden Zustandsdichte auch die Quantenkapazität stark unterdrückt sein. Durch Streuung und Vielteilchen-Effekte zwischen Ladungsträgern bleibt dn/dE und somit C_Q allerdings endlich [34, 43].

Die Kompressibilität ermöglicht es in solchen Systemen die Zustandsdichte mithilfe der Formel (2.13) über C_Q zu bestimmen, indem die Kapazität des Gesamtsystems gemessen wird [45]. Die Bestimmung der Kapazität kann dabei durch einen Einzel-Elektronen-Transistor (SET) [34] oder die Anordnung von zwei Gate-Elektroden [41, 43] in der die Graphen-Lagen eingebettet sind, geschehen. Eine Veränderung der Ladungsträgerkonzentration bewirkt dann eine Verschiebung von E_F in der Zustandsdichte, die direkt verknüpft ist mit der Kompressibilität. Damit wurde z.B. gezeigt, dass um den CNP Elektron-Loch Puddels maßgeblich zur Leitfähigkeit beitragen, indem nahe dem CNP die Kompressibilität mit einem SET ortsaufgelöst bestimmt wurde [34].

Weitere Korrekturen in der induzierten Ladungsträgerkonzentration können sich durch Dotierungen ergeben, die dadurch entstehen, dass sich Verunreinigungen, Reste von Chemikalien oder Wasser, durch die Prozessierung, zwischen oder auf den Lagen ansammeln. Diese sorgen für eine zusätzliche Dotierung des Graphen, wodurch sich der CNP verschiebt. Diese Korrektur zur Ladungsträgerkonzentration ist gegeben durch den folgenden Zusammenhang [46]

$$n_{ges} = n_s + \delta n = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon V_{BG}}{ed}. \tag{2.14}$$

2.3 Transport im Magnetfeld

Ein Magnetfeld führt in einem Metall oder Halbleiter dazu, dass Ladungsträger durch das Feld aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt werden, wodurch ein Spannungsabfall zwischen beiden Seiten der Probe entsteht, der durch die Hall-Spannung $V_H \sim R_H$ gegeben ist. Diese kann durch den klassischen Hall-Effekt beschrieben werden und zeigt einen linearen Anstieg mit steigendem Magnetfeld (s. Abbildung 2.7) [47].

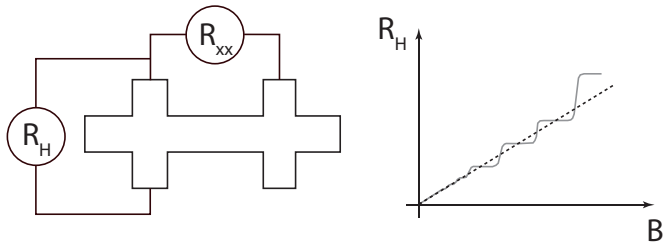

Abbildung 2.7: Unterschied zwischen R_H aus dem Hall-Effekt (gestrichelt) und dem Quanten-Hall-Effekt (durchgezogen), gemessen an einer Hall-Bar-Struktur im senkrechten Magnetfeld.

Werden die Ladungsträger in einer Richtung, auf zwei Dimensionen, eingeschränkt, so ist eine Veränderung der Zustandsdichte zu beobachten, die zu einer Quantisierung des Hall-Widerstands R_H bei tiefen Temperaturen führt, was durch den Quanten-Hall Effekt erklärt werden kann [48]

$$R_H = \frac{h}{Ne^2} = \frac{R_k}{N}, \tag{2.15}$$

wobei h das Planck'sche Wirkungsquantum, e die Elementarladung, N eine natürliche Zahl und R_k die von Klitzing-Konstante bezeichnet.

Die Quantisierung folgt aus der Veränderung der Zustandsdichte im Magnetfeld. Bei verschwindendem Magnetfeld beschreibt die Zustandsdichte ein Kontinuum von Zuständen. In einem zweidimensionalen System im endlichem Magnetfeld spaltet sich diese aber in diskrete Zustände — die Landau-Level — auf (s. Abbildung 2.8). Die Nummerierung der Landau-Level ist dabei gegeben durch den Index N (s. Formel (2.15)).

Der Abstand der Landau-Level ist in Systemen mit **parabolischer** Di-

spersion äquidistant und abhängig vom Magnetfeld [48]. Im Gegensatz dazu hat der **lineare** Verlauf der Graphen-Dispersion zur Folge, dass der Abstand der Landau-Level für höhere Zustände (höhere N) kleiner wird [49–52]. Für Einzel-Lagen, ergeben sich aus der Lösung des Hamiltonian für Dirac-Fermionen im Magnetfeld B folgende Energieniveaus

$$E_{N,\sigma} = \pm\sqrt{2|e|B\hbar v_F^2(N + 1/2 \pm 1/2)}, \tag{2.16}$$

wobei σ die Chiralität der Ladungsträger beschreibt und durch das $\pm$ in der Wurzel zum Tragen kommt. Aufgrund der unterschiedlichen Zustandsdichte für Einzel- und Doppel-Lagen ist die Quantisierung zusätzlich abhängig von der Art des Systems, bleibt aber in beiden Fällen abhängig von B und N. Die Sequenz der Landau-Level (Formel (2.16)) zeigt also einen Unterschied zu konventionellen Halbleiter oder metallischen Systemen, in denen $E_N = \hbar\omega_c(N + 1/2)$ gilt, wobei ω_c die Cyclotronfrequenz abhängig vom Magnetfeld ist.

Eine Veränderung des Magnetfeldes führt bei fester Ladungsträgerkonzentration n_s zu einer Verschiebung der Zustände relativ zur Fermi-Energie E_F, gegeben durch Formel (2.16), wodurch sich die vorhandenen Ladungsträger auf die veränderte Anzahl an Zuständen unterhalb der Fermi-Energie E_F umverteilen müssen. Dies führt zu einer Quantisierung des Hall-Widerstands, je nachdem ob E_F zwischen zwei Landau-Leveln liegt (Abbildung 2.8 (b)) oder im Bereich des ausgedehnten Zustands (Abbildung 2.8 (a)).

Solange E_F bei Veränderung vom Magnetfeld im Bereich zwischen zwei Landau-Level liegt, bleibt der Widerstand für diese Magnetfelder konstant, da sich die Anzahl der Zustände nicht ändert. Schiebt sich ein ausgedehntes Landau-Level durch die Fermi-Energie, so müssen sich die n_s Ladungsträger auf die Landau-Level unterhalb der Fermi-Energie umverteilen, was zu einem Anstieg des Widerstands bei diesem Magnetfeld führt. Dadurch entstehen die quantisierten Plateaus im Hall-Widerstand, wie im Teil (d) der Abbildung 2.8 gezeigt [48].

Die Abbildungen (a) und (b) zeigen die Zustandsdichte im Magnetfeld für zwei unterschiedliche endliche Magnetfelder im Graphen. Im Teil (a) sorgt das Magnetfeld dafür, dass E_F innerhalb eines Landau-Levels liegt, was zur Folge hat, dass sich der Widerstand verändert. Im Teil (b) liegt E_F zwischen zwei Landau-Level, wodurch sich ein Plateau im Widerstand

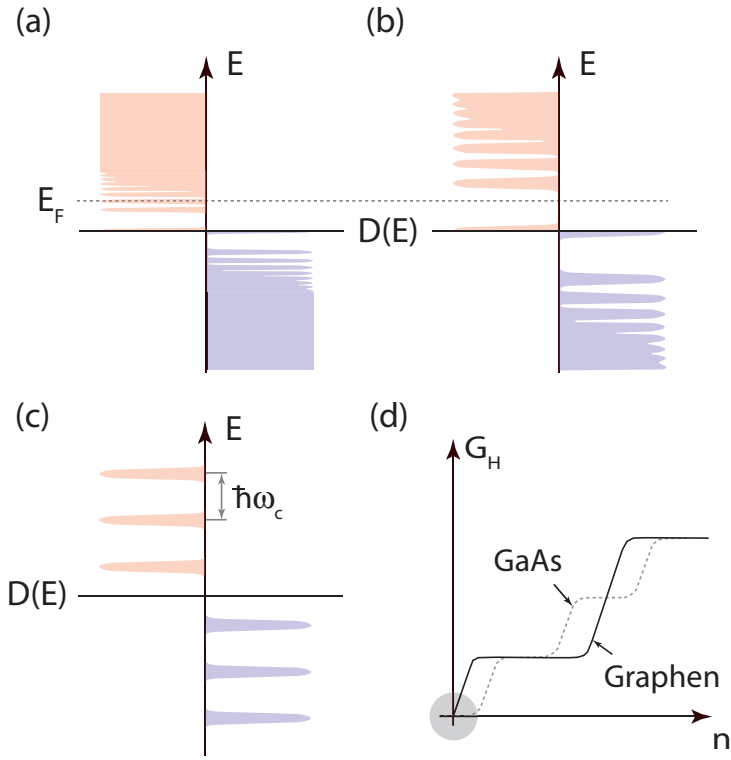

Abbildung 2.8: (a) und (b): Zustandsdichten für Graphen bei unterschiedlichen Magnetfeldern bei fester Fermi-Energie E_F. Zum Vergleich die Zustandsdichte für GaAs im Magnetfeld (c) und die daraus folgenden Unterschiede in der Quantisierung (d).

R_H bzw. der Hall-Leitfähigkeit G_H (s. Teil (d)) ausbildet. Teil (c) zeigt zum Vergleich die Aufspaltung der Landau-Level für einen konventionellen Halbleiter (z.B. GaAs) und (d) die entsprechenden Unterschiede in den Quantisierungen der Leitfähigkeit für diese Systeme [50, 53–56].

Aus der Abbildung und auch aus der Formel (2.16) wird ein weiterer entscheidender Unterschied in der Zustandsdichte deutlich. Für $N = 0$ gibt es im Graphen im Gegensatz zu einem konventionellen Halbleitersystem

einen Zustand, der besetzt werden kann, das nullte Landau-Level [50, 57]. Das Auftreten eines nullten Landau-Levels ist die Folge der masselosen Dirac-Fermionen und führt zu einem fehlenden Plateau in der Hallspannung bei $N = 0$ (Abbildung 2.8 (d) grau markierter Bereich in der Leitfähigkeit für Graphen).

Ein anderer Aspekt ist der Grad der Entartung. Im Graphen führt die Chiralität (Entartung der Untergitter (A/B)) der Ladungsträger zu einer zusätzlichen Entartung, d.h. durch Spin-Entartung und Chiralität ist ein Landau-Level insgesamt vierfach entartet, wodurch sich die Abfolge der Hallplateaus im Gegensatz zu Halbleitersystemen zu doppelten Füllfaktoren verschiebt (s. Abbildung 2.8 (d)) [53].

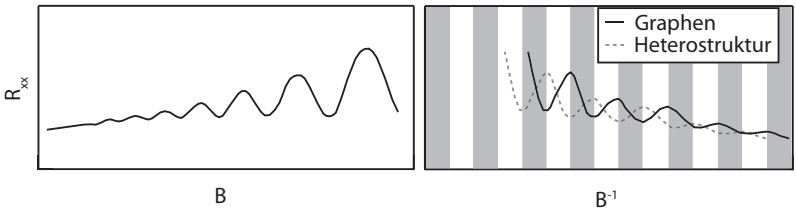

Abbildung 2.9: Shubnikov-de Haas Oszillationen für eine Einzel-Lage in Abhängigkeit vom Magnetfeld B (a) und die Darstellung für das inverse Magnetfeld B^{-1} (b). Gestrichelt ist die Kurve für ein GaAs-System zum Vergleich eingezeichnet. Durch die Berry-Phase ist die Oszillation für eine Einzel-Lage um π verschoben.

Im Längswiderstand R_{xx} (Abbildung 2.7) führt die Quantisierung der Zustandsdichte zu einer Oszillation des Widerstands, auch Shubnikov-de Haas-Oszillation (SdH) genannt (Abbildung 2.9 (a)). An den Stellen, an denen die Fermi-Energie zwischen zwei Landau-Level liegt, wird auch der Längswiderstand minimal, was durch das Modell der Randkanäle beschrieben werden kann [58].

Aus den SdH-Oszillationen lassen sich durch deren Zusammenhang mit der Zustandsdichte wichtige Eigenschaften des metallischen Systems berechnen. So ergibt sich z.B. aus den Oszillationen die Konzentration der Ladungsträger n_s im System. Bei fester Ladungsträgerkonzentration ist die Periode im inversen Magnetfeld (s. Abbildung 2.9 (b)) proportional zu n_s [35, 36]

$$n_s = \frac{4e}{h}\left(\Delta\frac{1}{B}\right)^{-1}. \tag{2.17}$$

Dies ist in Abbildung 2.9 gezeigt, wobei die Periode durch die grauen Bereiche in der Abbildung 2.9 (b) verdeutlicht wird.

All diese Effekte sind für Einzel-Lagen- und Doppel-Lagen-Systeme ähnlich, bis auf die Füllfaktoren N bei denen die Plateaus auftreten. Die Ursache für den Unterschied ist die unterschiedliche Entartung des nullten Landau-Levels für Einzel- und Doppel-Lagen, der dafür sorgt, dass für Einzel-Lagen der Hall-Widerstand um $(1/2)\cdot 4e^2/h$ nach unten verschoben ist, wobei 4 der Entartungsfaktor (Spin und Pseudospin) für Graphen ist [53].

Die Chiralität der Ladungsträger ist eine unmittelbare Ursache für diesen Effekt. Sie ist wie bereits erwähnt eine Folge aus dem Pseudospin-Freiheitsgrad im Graphen und ist verknüpft mit der Bewegungsrichtung der Ladungsträger und der Richtung des Pseudospins. Die Pseudospin-Entartung wird verursacht durch die beiden Untergitter des Graphen, wobei die Ladungsträger die Möglichkeit haben zwei chemisch identische Kohlenstoffatome A und B in der Einheitszelle zu besetzen.

Die Ablenkung der Ladungsträger auf Cyklotronbahnen im Magnetfeld, führt dadurch zu einer Phasenverschiebung Φ der Wellenfunktion durch die Drehung des Pseudospins um einen bestimmten Winkel. Diese Phasenverschiebung Φ wird als **Berry-Phase** bezeichnet [59, 60]. In Graphen Einzel-Lagen ist die Berry-Phase $\Phi = (1/2)\cdot(2\pi)$, wodurch sich eine Verschiebung der Landau-Level um $(1/2)\cdot 4e^2/h$ ergibt. Um den Phasenunterschied auszugleichen, wäre eine zweite Drehung notwendig. Deshalb sind die Plateaus, im Gegensatz zu einem konventionellen Halbleitersystem in dem die Berry-Phase Null ist, genau um diesen Faktor verschoben (s. Abbildung 2.8 (d)).

Die Phasenverschiebung ist ebenfalls in den SdH-Oszillationen zu sehen. Dort ist für Einzel-Lagen eine Verschiebung der Oszillationen um π, also einer halben Oszillation zu sehen (s. Abbildung 2.9), durchgezogene Linie). Dies kann dazu benutzt werden, ein Einzel-Lagen- von einem Doppel-Lagen-System zu unterscheiden, denn für eine Doppel-Lage ist die Berry-Phase 2π, wodurch die Abfolge der Landau-Level $N > 0$ bis auf den Entartungsfaktor wieder der eines GaAs Systems entspricht, die SdH-Oszillationen sind dann unverschoben.

2.4 Klein-Paradoxon

In einem quantenmechanischen System mit einer Tunnelbarriere der Höhe V_0 und der Dicke d, ist die Transmission für ein einfallendes Teilchen mit der Wellenfunktion ψ, für das $E < V_0$ gilt, durch eine abfallende Exponentialfunktion [61] gegeben. Dabei wird ein Teil der einfallenden Wellenfunktion reflektiert und ein Teil kann die Barriere durchdringen, abhängig von V_0 und d. Die Amplitude der transmittierten Wellenfunktion wird kleiner, die Wahrscheinlichkeit das Teilchen auf der anderen Seite der Barriere zu finden ist endlich. Dies wird in der Quantenmechanik als Tunneleffekt bezeichnet.

Wird das gleiche Experiment in Graphen gemacht, so besagt die Theorie, dass die Transmission immer gleich Eins ist, unabhängig davon wie breit oder hoch die Barriere ist. Das liegt im sogenannten **Klein-Tunneln** oder **Klein-Paradoxon** [62–65] begründet, was auch aus der QED bekannt ist und im Graphen experimentell nachgewiesen werden kann [61, 66–70].

Dieser Effekt kann wie folgt begründet werden. Eine Barriere in einem quantenmechanischen System, wirkt abstoßend für Elektronen, weshalb ein Teil reflektiert wird. In dem relativistischen Graphen-System wirkt allerdings ein genügend großes abstoßendes Potential für Elektronen wie ein anziehendes Potential für Positronen (Löcher), d.h. in der Barriere entstehen Löcherzustände, die sich energetisch an die Elektronenzustände angleichen. Dies ist eine Folge aus der Chiralität, die Rückstreuung ($\vec{\mathbf{k}} \rightarrow -\vec{\mathbf{k}}$) verbietet, da sonst der Pseudospin nicht erhalten bleibt [71–73].

Anschaulich bewegt sich also wie in Abbildung 2.10 dargestellt ein Elektron nach rechts auf die Barriere zu, kann dort aber nur in einen Elektronen-Zustand gestreut werden, der sich ebenfalls nach rechts bewegt, oder aber in einen Loch-Zustand, der sich nach links bewegt. Ein Elektron was sich in Richtung des Impulses k mit der Geschwindigkeit v_F bewegt, ist also in diesem System gleichbedeutend mit einem Loch, welches sich in die andere Richtung mit gleicher Geschwindigkeit bewegt und den gleichen Impuls hat [67].

In der Dispersion entspricht dies wie in Bild 2.10 zu sehen ist, einer Bewegung des „roten“ Elektrons mit Impuls k und Pseudospin $+\sigma$ zu einem „roten“ Loch mit Impuls $q = -k$ und dem Pseudospin $+\sigma$. Die Erhaltung des Pseudospins verbietet Streuung zu einem „grünen“ Loch, dies würde einen Pseudospin-Flip vorraussetzen [61].

Das Klein-Tunneln hat also zur Folge, dass sich ein Elektron, was sich

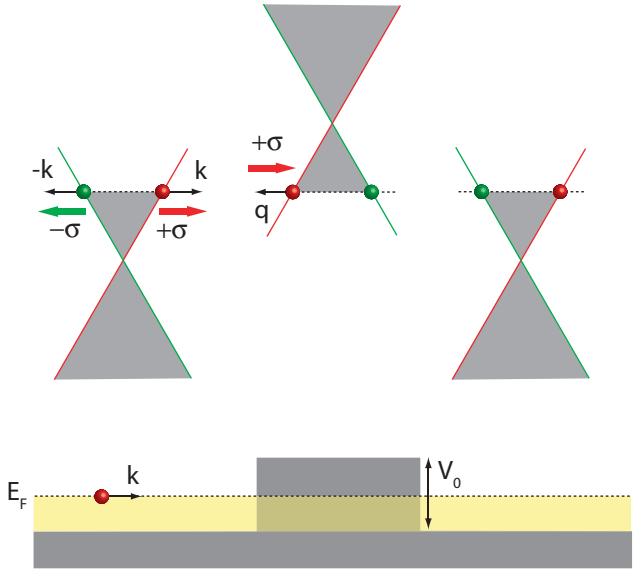

Abbildung 2.10: Klein-Tunneln durch eine endliche Potentialbarriere V_0 im Graphen. Durch die Chiralität der Ladungsträger ist die Transmission für Ladungsträger, die die Barriere überwinden gleich Eins.

auf eine Barriere zu bewegt in ein Positron „umgewandelt“ wird, welches sich dann in der Barrierenregion als Loch weiterbewegt und am zweiten Übergang wieder in ein Elektron „umgewandelt“ wird. An den Übergängen gibt es keine Rückstreuung, d.h. die Transmission des Elektrons ist Eins, das heißt perfekte Transmission. In den Übergängen kann es allerdings zu einer Unterdrückung der Transmission durch z.B. Streueffekte kommen. Das Klein-Tunneln ist dann nicht ganz perfekt, die Transmission wird dadurch etwas geringer als Eins [74].

2.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die theoretischen Grundlagen, die zum Verständnis der Struktur und der elektronischen Eigenschaften von Graphen beitragen, erläutert. Dabei konnte die elektronische Struktur herge-

leitet werden, die sich aus der Bindung benachbarter Kohlenstoff-Atome ergibt. Es wurde gezeigt, dass der elektronische Transport an den charakteristischen Punkten in der Bandstruktur, an den Dirac-Punkten K und K', stattfindet, wobei in diesen Punkten die Dispersion linear angenähert werden kann.

Weiterhin diskutiert wurde der Einfluss der Kompressibilität auf die Induzierung von Ladungsträgern im zweidimensionalen System. Ebenso das charakteristische Verhalten im Magnetfeld im Vergleich zu einem zweidimensionalen Halbleiter. Die Quantisierung aufgrund der Aufspaltung der Zustandsdichte in Landau-Level führt dabei zu einem oszillierenden Widerstand dessen Periode proportional zur Ladungsträgerkonzentration ist. Die Phase Phase des Widerstands ist an die Chiralität des Systems gekoppelt und bietet damit eine Möglichkeit das System zu charakterisieren. Eine weitere Folge der Chiralität wurde am Ende des Kapitels angegeben, der Transport von Ladungsträgern durch eine Potentialbarriere im Graphen, die durch das Klein-Tunneln beschrieben werden kann.

3 Experimentelle Grundlagen: Herstellung und Messaufbau

Wie bereits erwähnt, ist die Theorie von Graphen schon seit vielen Jahrzehnten bekannt, dennoch ist es sehr spät erst gelungen freistehende Einzel-Lagen auf einem Substrat zu präparieren und auch in Transportexperimenten zu untersuchen. Ein Grund dafür ist, dass von Landau und Peierls [9, 10] vorhergesagt wurde, dass Graphen in freistehenden Einzel-Lagen thermodynamisch nicht stabil ist. Dies wurde aber inzwischen korrigiert und die Existenz damit begründet, dass Graphen in einzelnen Schichten nicht wie angenommen planar ist, sondern „gewellt“ („rippled“), wie in Abbildung 3.1 gezeigt, wodurch die Stabilität gewährleistet wird [11].

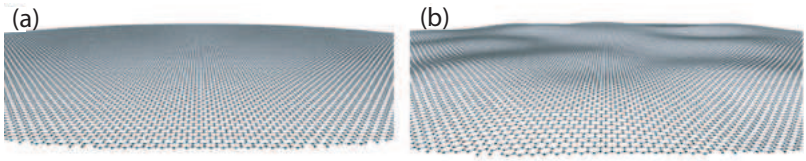

Abbildung 3.1: Planares (a) und gewelltes (b) Gitter einer Graphen-Einzel-Lage [11].

Trotz der Vorhersage der Instabilität gab es seit längerer Zeit Bestrebungen einzelne Lagen aus einem Graphitkristall abzuspalten, um das noch fehlende 2D-Allotrop von Kohlenstoff näher zu untersuchen. Dazu gab es verschiedene Ideen. Aufzeichnungen von 1962 zeigen, dass wenige Lagen Kohlenstoff durch Reduktion von Kohlenstoffoxid gefunden und unter dem Mikroskop untersucht wurden [2]. In diesem Zusammenhang wurde das erste Mal die Bezeichnung „Graphen“ benutzt. 1975 wurde dann das erste Mal epitaktisch versucht einzelne Kohlenstoff-Lagen auf ein Substrat zu wachsen [75]. Im Lauf der Zeit haben sich noch weitere Gruppen (z.B. 1999: [76, 77] 2003: [78] 2004: [79]) daran versucht. Eine elektrische Charakteri-

sierung oder einen Beweis, dass es sich um Einzel-Lagen handelt, gab es aber zu der Zeit nicht.

Erst 2004 ist es der Gruppe von A. K. Geim und K. S. Novoselov in Manchester (UK) [35] und zeitgleich auch der Gruppe von P. Kim aus Berkley (USA) [80] gelungen, einzelne Lagen zu präparieren und auch elektrisch zu charakterisieren und damit den Beweis zu erbringen, ein wirklich zweidimensionales System einer Kohlenstoff-Lage im Labor präpariert zu haben.

Wie erreicht werden kann, einzelne Lagen zu präparieren und daraus Proben herzustellen, die vermessen werden können, wird in diesem Kapitel beschrieben. Dabei wird zunächst auf die Art und Weise freistehendes Graphen zu erhalten, eingegangen. Im weiteren wird die Lithographie beschrieben, um dieses später auch elektrisch charakterisieren zu können. Um möglichst kleine Kontakte und Strukturen auf dem Graphen zu erzeugen, wird für die Lithographie ein Raster-Elektronen-Mikroskop[1] (SEM) genutzt.

3.1 Präparation von Graphen

Die Abbildung 3.2 zeigt eine SEM-Aufnahme eines Graphit-Stücks. Zu sehen sind aufeinander liegende Lagen von Kohlenstoff. Der Abstand zwischen einzelnen Lagen beträgt ca. 0.34 nm, d.h. die „Treppenstufen“ in der Abbildung bestehen aus weiteren dünnen Schichten, allerdings können diese unter dem SEM nicht aufgelöst werden. Eine genaue Höhenmessung kann aber z.B. mit einem Raster-Kraft-Mikroskop[2] (AFM) durchgeführt werden, mit dem die Oberfläche auf atomarer Skala aufgelöst werden kann.

Für das Abspalten der einzelnen Schichten wird eine erstaunlich einfache Methode benutzt. Mit handelsüblichem Klebeband werden Schichten von einem Graphitkristall „abgezogen“. Das Prinzip ist dabei ein ganz Einfaches und jeder der mit einem Bleistift einen Strich auf ein Blatt Papier gemalt hat, hat bereits Unmengen an einzelnen Kohlenstoff-Schichten hergestellt [1]. Dem Ganzen liegt das mechanische Abspalten von einzelnen Graphit-Lagen aus einem Graphit-Kristall zugrunde. Ein dreidimensionales Graphit-Stück besteht aus vielen einzelnen zweidimensionalen Kohlenstoff-Schichten, die durch geringe Wechselwirkung (van der Waals-Kräfte) zusammengehalten werden.

[1] **S**canning-**E**lectron-**M**icroscope
[2] **A**tomic-**F**orce-**M**icroscope

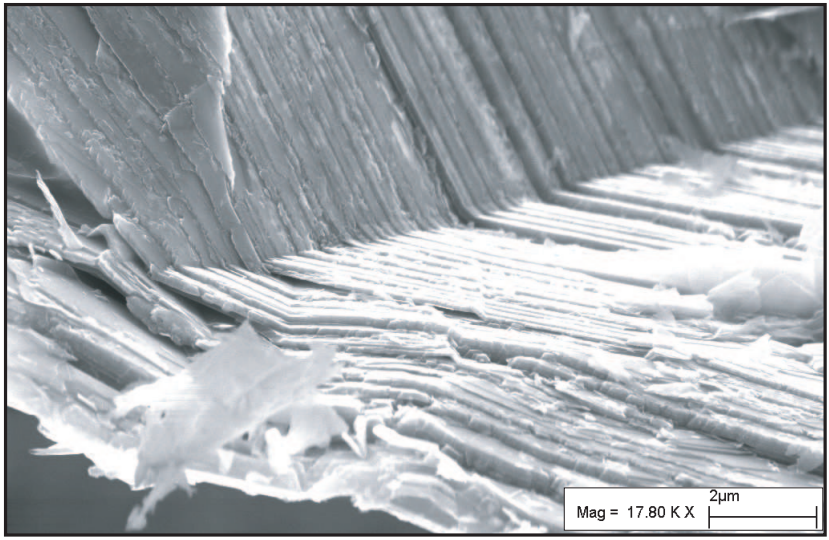

Abbildung 3.2: Aufnahme eines Graphit-Stücks mit dem Elektronen-Mikroskop.

Werden von diesem Graphit-Stück einzelne Lagen abgespalten, indem das Stück geteilt und eine der abgespaltenen Teile erneut gespalten wird, so entsteht nach mehrfacher Wiederholung irgendwann ein Stück mit nur noch sehr wenigen bis hin zu einer einzelnen Lage [81].

Der genaue Ablauf für diese Methode sieht folgendermaßen aus. Zu Beginn wird ein kleines Stück Graphit (3-4 mm) auf die klebende Seite eines Klebebandes gelegt. Danach wird das Klebeband zusammengeklappt, so dass es das Graphit von beiden Seiten einschließt. Wird das Klebeband nun wieder auseinander gezogen, so wird das Graphit in zwei Teile gespalten, dadurch, dass das Klebeband von beiden Seiten am Graphit klebt und dieses auseinander reißt. Beide Teile bleiben auf dem Klebeband kleben. Das Klebeband wird nun weitere Male zusammengeklappt und wieder auseinandergezogen. Nach einigen Wiederholungen sieht das Klebeband so aus wie in Abbildung 3.3 gezeigt ist. In diesem Zustand ist das ursprüngliche Graphitstück in sehr viele, kleine Stücke gespalten, die alle auf dem Klebeband kleben. Durch das Spalten sind die Oberflächen der oberen Lagen

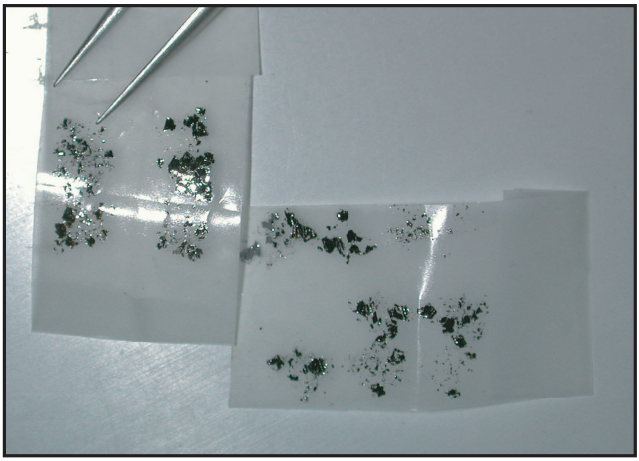

Abbildung 3.3: Graphitstücke auf zwei Klebebändern nach mehrmaligem Zusammenklappen.

direkt nach dem Abspalten sehr sauber.

Um diese Lagen untersuchen zu können, müssen sie nun auf ein Substrat übertragen werden. Wird das Klebeband mit der Klebefläche und den vielen Graphit-Stücken auf ein Substrat gelegt und vorsichtig mit einer Pinzette über das Klebeband gestrichen, so können einzelne Lagen eine schwache Bindung mit dem Substrat eingehen. Wird das Klebeband dann vorsichtig vom Substrat abgezogen und ist die Bindung einer Lage zum Substrat stärker als die van der Waals Bindung zwischen den Kohlenstoff-Schichten im Kristall, so bleiben einzelne Lagen auf dem Substrat liegen.

Um spätere Klebstoff-Reste auf dem Substrat zu minimieren, wird entweder auf Klebeband der Marke Scotch© zurückgegriffen, oder aber Waferband benutzt. Beide zeichnen sich dadurch aus, dass sie wenig adhäsiv sind, d.h. weniger Klebstoff auf der Oberfläche haben.

3.1.1 Graphen sichtbar machen

Wie in Bild 3.4 zu sehen, sind unter dem Lichtmikroskop nach dem Abziehen des Klebebands, mehrere Stücke mit unterschiedlicher Größe auf dem Substrat zu erkennen. Dies sind dünne Graphen-Schichten unterschiedlicher

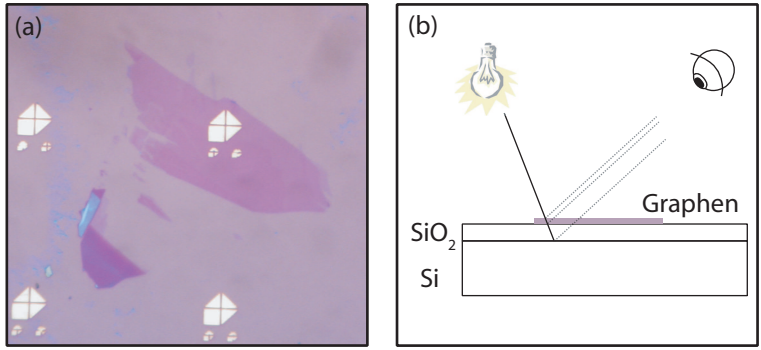

Abbildung 3.4: Lichtmikroskopaufnahme des Substrats mit Graphen unterschiedlicher Dicke. Die Farbe des Substrats wird durch die Dicke der SiO_2-Schicht bestimmt. (b) zeigt schematisch die Reflektionen an den Grenzschichten, die für den Kontrastunterschied unter dem Lichtmikroskop sorgen.

Dicke und Anzahl an Lagen übereinander, die im Folgenden auch Flakes genannt werden.

Außerdem variiert die Farbe bzw. der Kontrast der Flakes unter dem Lichtmikroskop zu sehen in Abbildung 3.4. Das hat folgende Ursachen.

Das benutzte Substrat ist ein Silizium Wafer, auf den eine etwa 300 nm dicke SiO_2-Schicht gewachsen wurde. Diese Schicht, bzw. deren Dicke, ist entscheidend für die Sichtbarkeit des Kohlenstoffs. Wie in Bild 3.4 (b) schematisch dargestellt, wird das einkommende Licht an den Grenzflächen Luft-SiO_2, Graphen-SiO_2 und ein weiteres Mal an der Grenzfläche $SiO_2 - Si$ reflektiert. Das reflektierte Licht aller Grenzflächen interferiert nun mit dem einfallenden Licht, so dass ein Kontrastunterschied entsteht, je nachdem wie dick (Einzel-, Doppel- oder Mehrfach-Lagen) die Graphen-Schicht ist, die das Licht durchdringen muss. Dadurch entsteht der in Abbildung gezeigte Kontrastunterschied, der als Farbunterschied wahrgenommen wird. Weicht die Dicke der Oxidschicht um mehr als > 10 % von der optimalen Dicke von ca. 285 nm ab, so sind einzelne Graphen-Schichten nicht mehr unter normalem weißen Licht mit einem Mikroskop zu finden. Durch Farbfilter bestimmter Wellenlängen kann die Interferenz für SiO_2 Schichten anderer Dicken aber so eingestellt werden, dass dünne Schichten wieder sichtbar werden [82, 83].

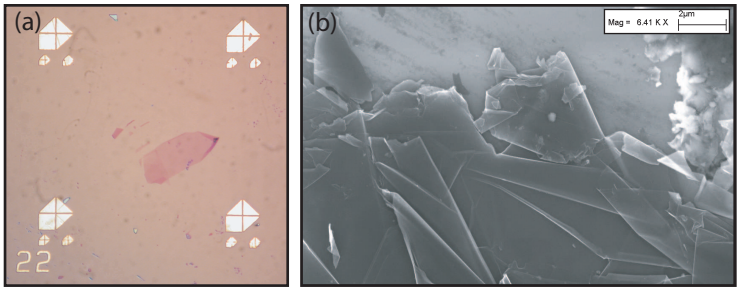

Abbildung 3.5: Aufnahme eines umgeklappten Flakes unter dem optischen Mikroskop (a) und unter dem SEM (b).

Eine exakte Unterscheidung zwischen Einzel-, Doppel- und Mehrfach-Lagen kann durch eine Kontrastanalyse gemacht werden. Dazu wird der Kontrast zwischen dem Flake und dem Substrat aus einer Schwarz-Weiß Aufnahme verglichen. Aus dem Kontrast kann unter Berücksichtigung der Transparenz von Graphen die Anzahl der Lagen genau bestimmt werden [83]. Eine weitere Möglichkeit ist die Betrachtung der „Grün-Komponente“ einer Farbaufnahme des Flakes (s. Abbildung 3.5). Wie in Referenz [82] beschrieben, kann aus der relativen Verschiebung der „Grün-Komponente“ zwischen Substrat und Graphen-Flake, die Anzahl der Lagen berechnet werden. Für die gezeigte Probe in Bild 3.5 (a), ergibt sich eine Anzahl von zwei Graphen-Lagen.

Eine andere Methode zur Untersuchung der Dicke von Schichten ist zum einen Ramanspektroskopie [84, 85], bei der durch Bestrahlung der Probe mit einem Laser verschiedener Wellenlängen, das resultierende Spektrum auf die Dicke der Schichten schließen lässt. Durch gezielte Bestrahlung mit dem Laser ist damit eine ortsaufgelöste Messung der Dicke möglich.

Eine weitere Möglichkeit ist die Analyse mit einem AFM. Die theoretische Höhe einer Lage ist durch den Gitterabstand gegeben, wobei es problematisch ist diese Höhe direkt zu messen, denn durch die Präparation an der Luft bildet sich durch Luftfeuchtigkeit ein dünner Wasserfilm, der sich auf dem Substrat absetzt, bevor die Flakes aufgebracht werden. Dieser Wasserfilm muss berücksichtigt werden, wenn die Stufenhöhe zwischen Substrat und Graphen gemessen wird. Inzwischen sind aber Methoden bekannt das Absetzen eines Wasserfilms zu verhindern [86].

3.1.2 Gefaltete Graphen-Lagen

Das Suchen der Flakes gestaltet sich ein wenig wie das Suchen einer Nadel im Heuhaufen. In Lichtmikroskop- oder auch SEM-Aufnahmen, wie in Abbildung 3.5 zu sehen, sind dabei zum Teil Flakes zu finden, bei denen Teile umgeklappt sind und somit zwei einzelne Lagen aufeinander liegen, wodurch sich die Eigenschaften und Wechselwirkungen zwischen den Lagen verändern.

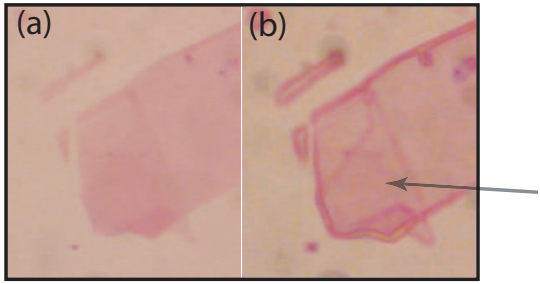

Abbildung 3.6: Gezeigt ist ein Ausschnitt des Flakes (a) unter dem Lichtmikroskop ohne Bildbearbeitung und mit verstärkter Kontur (b) durch Bildbearbeitung. Zu sehen sind einzelne umgeklappte Lagen, in einigen Bereichen des Flakes.

In Abbildung 3.6 ist ein vergrößerter Ausschnitt eines umgeklappten Flakes gezeigt. Das Bild in (a) ist eine Aufnahme unter dem Lichtmikroskop. In Bild (b) wurden die Kanten für den gleichen Bildausschnitt verstärkt. Dunkle Farben zeigen die Stufen auf der Probe. Zu sehen ist, dass über einen kleineren Bereich eine Graphen-Lage umgeklappt ist, die vorher auf dem Substrat gelegen hat.

Das Umklappen geschieht entweder während der Flake mit dem Klebeband auf das Substrat aufgebracht wird, oder während der Prozessierung im Reinraum, wenn die Probe zum Beispiel durch das Aufschleudern des Lackes bei 4000 Umdrehungen pro Minute gedreht wird. In Abbildung 3.7 ist dies für die später gemessene Probe gezeigt. Nach dem Strukturierungsprozess ist dort u.a. der gestrichelte Teil der Graphen-Lage umgeklappt.

Ursache dafür ist, dass in verschiedenen Bereichen des Flakes die Bindung vom Flake zum Substrat durch die van der Waals-Kräfte unterschiedlich ist,

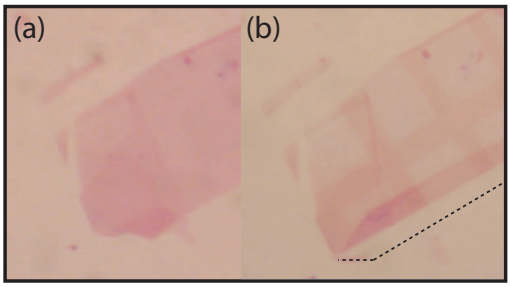

Abbildung 3.7: Ausschnitt des Flakes, bei dem nach der Prozessierung ein Teil umgeklappt ist. Teil (a) zeigt den Flake vor der Prozessierung, Teil (b) danach. Die gestrichelte Linie kennzeichnet den Flake vor dem Umklappen.

zum Beispiel durch Reste vom Klebeband oder anderen Unreinheiten auf dem Substrat. Dadurch sind gewisse Bereiche schwächer an das Substrat gebunden als andere und der Flake kann in diesen Bereichen durch äußere Kräfte umklappen [46, 87, 88].

Das Umklappen des Flakes hat dann natürlich auch einen Einfluss auf die elektrischen Eigenschaften. Wird eine Einzel-Lage umgeklappt, so liegen zwei Einzel-Lagen aufeinander, die nun eine Art Doppel-Lagen-System bilden, d.h. zwei 2D Systeme liegen parallel geschaltet aufeinander. Nicht zu verwechseln ist das mit einem Doppel-Lagen-System welches direkt mit der Klebeband-Methode auf das Substrat abgeschieden werden kann, wie es im Kapitel 3.1 beschrieben ist.

Zwischen den beiden Varianten gibt es einen Unterschied, dessen Ursache die „elektronische Verbindung“ zwischen den beiden Lagen ist, d.h. wie stark sind beide Lagen untereinander elektronisch gekoppelt und wie sehr beeinflussen die Eigenschaften der einen Lage den Transport und die Struktur in der Anderen. Diese Kopplung ist vor allem abhängig vom Abstand und vom Medium zwischen den Lagen (Abbildung 3.8). Wie in der Abbildung 3.8 zu sehen, sind in der nachträglich umgeklappten Probe, beide Lagen **entkoppelt**, im Gegensatz zu einem **gekoppelt**en Doppel-Lagen-System (Bilagen), welches direkt auf das Substrat abgespalten wird. Ein gekoppeltes System kann als ein einheitliches System betrachtet werden, während ein Entkoppeltes in zwei Systeme aufgeteilt werden kann, in etwa wie eine Parallelschaltung von zwei Widerständen (Graphen-Lagen).

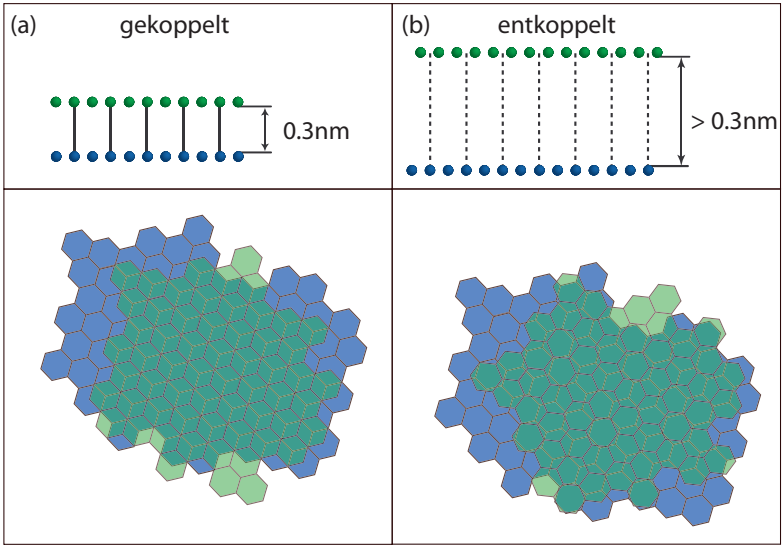

Abbildung 3.8: Schematischer Aufbau eines gekoppelten (a) und entkoppelten (b) Doppel-Lagen-Systems. Im gekoppelten Fall handelt es sich um ein System mit einem Abstand von 0.3 nm zwischen den Kristall-Lagen, während die entkoppelten Lagen durch Umklappen entstanden sind und einen Abstand von > 0.3 nm aufweisen.

3.2 Prozessierung der Probe

Das im letzten Absatz beschriebene Substrat hat nicht nur die Funktion das Graphen sichtbar zu machen. Es kann auch als Gate benutzt werden, indem eine Spannung an das Substrat anlegt wird. Durch die SiO_2-Schicht kann so das Potential in der Umgebung der Substratoberfläche verändert werden, so dass im Flake effektiv Ladungsträger durch das Gate-Potential induziert werden. Um diesen Effekt (Feldeffekt) zu untersuchen und weitere Informationen über das System zu erhalten, muss der Flake strukturiert und mit Kontakten versehen werden. Die genauen Prozessschritte werden im Folgenden beschrieben.

Vor dem Aufbringen der Flakes auf das Substrat, wie im letzten Abschnitt beschrieben, werden Markerstrukturen auf das Substrat aufgebracht, wie

sie bereits in Abbildung 3.5 (a) zu sehen waren. Dies ist für alle späteren Prozessierungsschritte wichtig, um die genaue Position des Flakes bestimmen zu können.

3.2.1 Graphen strukturieren

Die Strukturierung der Flakes ist notwendig, um eine wohldefinierte Struktur für die späteren Messungen gewährleisten zu können. In diesem Fall wird eine Hall-Geometrie strukturiert. Für die Strukturierung wird zunächst ein Lichtmikroskop-Bild von der Probe aufgenommen und in die SEM Software ELPHY übertragen. Dort kann dann die Hall-Geometrie gezeichnet werden, die später in den Flake strukturiert werden soll. Wie in Bild 3.9 zu sehen, ist für diesen Flake vorgesehen, die roten Stellen zu strukturieren, die grünen Stellen, die den Flake darstellen, bleiben unverändert. Die Justierung und Skalierung geschieht dabei über die Markerstrukturen (blau).

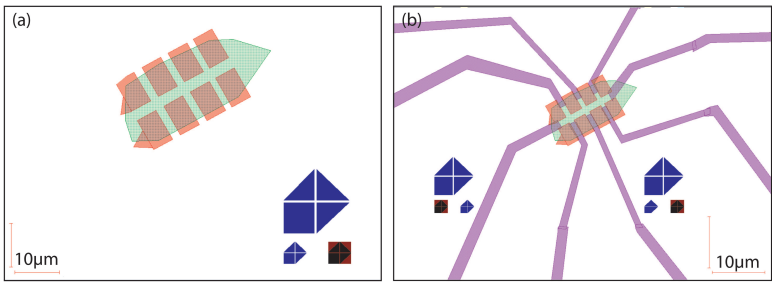

Abbildung 3.9: ELPHY Strukturen zur Belichtung der Ätzstrukturen (a) und der Zuleitungen (b).

Für die Strukturierung wird auf das Substrat mit dem Flake ein Zwei-Lagen-System von Polymerlacken (PMMA 950K und MMA 200K) aufgeschleudert, die nach dem Ausbacken bei 180° eine Dicke von ca. 200 nm haben. Im Elektronenmikroskop wird diese Probe anschließend auf die Marker justiert und die vorher gezeichneten Stellen werden mit dem Elektronenstrahl abgerastert und damit belichtet. Nach dem Belichten wird der Lack entwickelt. An den belichteten Stellen wird der Lack dadurch entfernt, das Graphen liegt an diesen Stellen frei. Diese Schritte sind in der Abbildung

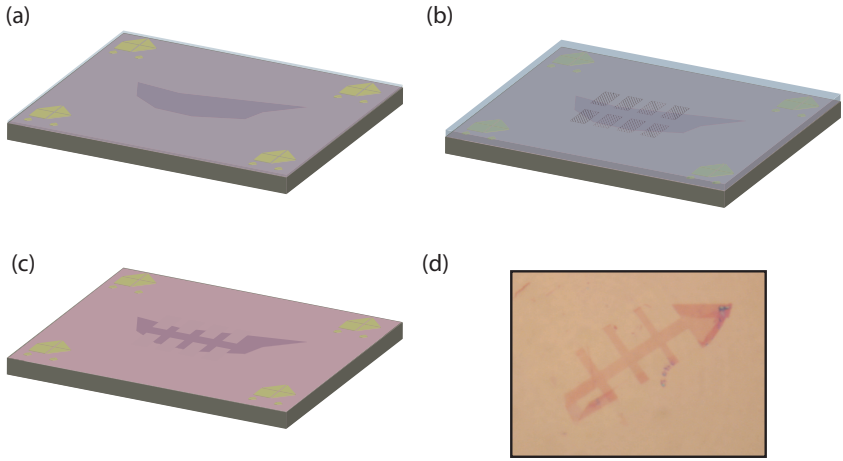

Abbildung 3.10: Die Abbildungen (a) bis (c) zeigen schematisch die Prozessierungsschritte zur Strukturierung einer Hall-Bar-Geometrie in den Graphen-Flake. In (d) ist die fertig strukturierte Probe unter dem Lichtmikroskop zu sehen.

3.10 (a) - (d) dargestellt, wobei die schraffierten Flächen die belichteten Stellen zeigen.

Die freien Stellen werden im Folgenden in einem Sauerstoffplasma geätzt, um dem Flake eine Struktur zu geben. Das Plasma reagiert mit dem Kohlenstoff, in den Bereichen, die nicht durch den Lack bedeckt sind und ätzt diesen weg. Der Prozess wird wiederholt bis das Graphen an den gewünschten Stellen komplett entfernt ist. Eine Aufnahme unter dem Lichtmikroskop eines geätzten Flakes auf dem Substrat ist in Abbildung 3.10 (d) zu sehen. Die Struktur ist eine Hall-Bar Struktur, um den Flake später in einer Quanten-Hall-Messung charakterisieren zu können.

3.2.2 Aufbringen der Kontakte

Die Hall-Bar Struktur muss nun mit Kontakten versehen werden. Dazu werden ebenfalls mit ELPHY, Kontaktpads und Zuleitungen zum strukturierten Flake gezeichnet, die erneut mit Elektronenstrahl-Lithographie (Electron Beam Lithography (EBL)) aufgebracht werden. Die Justierung erfolgt wieder über die Marker. Bild 3.9 (b) zeigt ein Beispiel einer Struktur

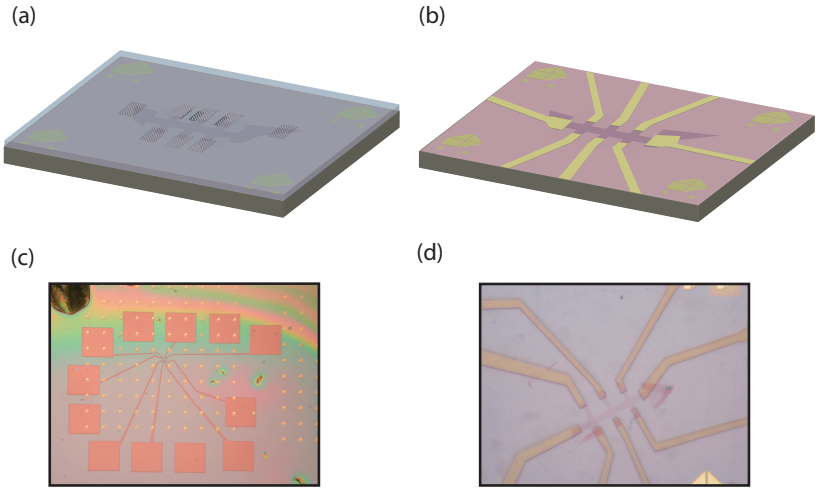

Abbildung 3.11: In Teil (a) und (b) sind schematisch die Prozessierungsschritte zur Strukturierung der Zuleitungen gezeigt, wodurch eine elektrische Charakterisierung ermöglicht wird. In (c) und (d) sind Aufnahmen unter dem Lichtmikroskop von den Zuleitungen zum Graphen zu sehen.

mit Zuleitungen und Markern in ELPHY.

Die EBL verläuft wieder in einem Standardprozess mit Aufschleudern eines Zwei-Lagen-Systems von Polymer-Lacken (PMMA 950K und MMA 200K), mit einer Gesamtdicke von ca. 175 nm. Nach dem Ausbacken des Lackes bei 180° wird die Probe im Sekundärelektronen-Mikroskop (SEM) anhand der vorher aufgebrachten Marker justiert und die Strukturen, die vorher gezeichnet wurden, belichtet. Anschließend wird die Probe entwickelt und eine 7 nm dicke Chrom- und 35 nm dicke Gold-Schicht aufgedampft, die als Material für die Zuleitungen gewählt wurden. Nach anschließendem Aufdampfen und dem Lift-off ist die Probe mit Zuleitungen und Kontakten versehen. Das ist schematisch in Abbildung 3.11 (a) - (d) gezeigt. Teil (c) und (d) zeigt eine Lichtmikroskopaufnahme der Zuleitungen nach dem Entwickeln. Mithilfe dieser Kontakte kann die Probe nun mit Messgeräten verbunden und vermessen werden.

3.2.3 Herstellung der Topgates

Ein weiteres Werkzeug zum Verändern der Probeneigenschaften ist das Topgate. Damit ist es möglich die Ladungsträgerkonzentration in der Probe lokal zu verändern. Dabei wird durch eine Spannung am Gate das Potential in der Probe verändert.

Dazu wird der Flake mit den vorher aufgedampften Kontakten mit einer weiteren Polymerschicht belackt, diesmal nur mit einer Schicht des Lackes PMMA 950K mit einer Dicke von ca. 60 nm nach dem Ausbacken. Diese Schicht wird mit dem Elektronenstrahl in einem definierten Bereich über dem Graphen-Flake mit einer Dosis von 60 x 120 $\mu C/cm^2$ bei einer Strahlenergie von 30 kV belichtet. Durch diesen Schritt wird der Lack durch die Elektronen „ausgehärtet“ wodurch er Aceton-beständig gemacht wird. Ein anschließendes Acetonbad bewirkt, dass der Lack an der belichteten Stelle auf der Probe bleibt und der Rest entfernt wird.

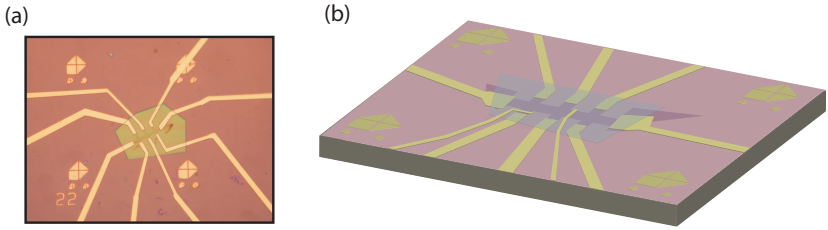

Abbildung 3.12: (a) PMMA Schicht auf der im folgenden Schritt ein Topgate aufgebracht wird. Teil (b) zeigt schematisch die fertige Probe mit Topgates und Zuleitungen.

Die Probe mit dem Graphen-Flake und einem Teil der Goldkontakte ist nun durch eine isolierende Polymerschicht bedeckt, wie es in Abbildung 3.12 (a) dargestellt ist. Darauf werden anschließend mit EBL weitere Zuleitungen prozessiert, die über dem Graphen-Flake liegen und durch die Isolierung des Polymers als Topgates genutzt werden können. Dies ist in Bild 3.12 (b) zu sehen.

Die fertige Probe mit den Topgates ist in Abbildung 3.13 mit den Dimensionen der Hall-Bar-Struktur und den Topgates dargestellt. Der Abstand zwischen den Kontakten beträgt ca. 5 µm, die Breite des Hall-Bars beträgt in etwa 2.5 µm. Die Topgates haben beide eine Breite von ca. 1.1 µm.

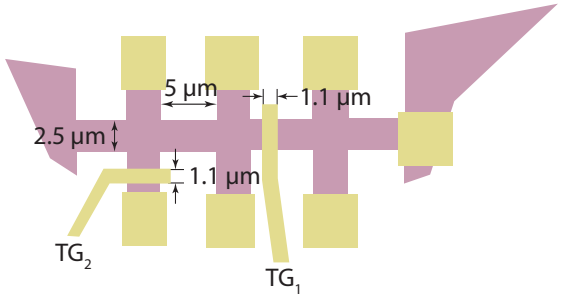

Abbildung 3.13: Abmessungen der Hall-Bar-Struktur und der Gates auf der Graphen-Probe.

Diese Probe kann nun in einem Kryostaten bei tiefen Temperaturen und im Magnetfeld vermessen werden. Der Messaufbau und das Messsystem werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

3.3 Messaufbau

Alle Messungen wurden in einem Kryostaten durchgeführt, um tiefe Temperaturen in der Umgebung der Probe zu erhalten. Diese sind nötig, um Quanteneffekte sichtbar zu machen. Für alle Messungen wurde die Probe in einen Tieftemperatur-Probenstab eingebaut. Mit diesem ist es möglich die Probe auf Helium-3 Temperatur (ca. 400 mK) abzukühlen.

Die Probe selber befindet sich während der Messung am unteren Ende eines Probenstabes, der im Kryostaten kalt gehalten wird. Über Zuleitungen ist die Probe an externe Messgeräte angeschlossen. Die Verbindung zur Struktur, die vermessen werden soll, geschieht über die vorher gefertigten Kontakte auf dem Flake. Dadurch kann an die Probe ein definierter Strom oder eine definierte Spannung angelegt und ausgelesen werden.

Gemessen wurden Wechselstrom-Signale (AC), wodurch das Rauschen in den Messungen verringert werden konnte. Zusätzlich wurde ein Gleichstrom-Signal (DC) auf das AC-Signal addiert, um Nichtlinearitäten in der Strom-Spannungs-Kennlinie zu detektieren. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 3.14 dargestellt.

Mit einem Keithley 2400 wird eine definierte Spannung V_{BG} am Back-

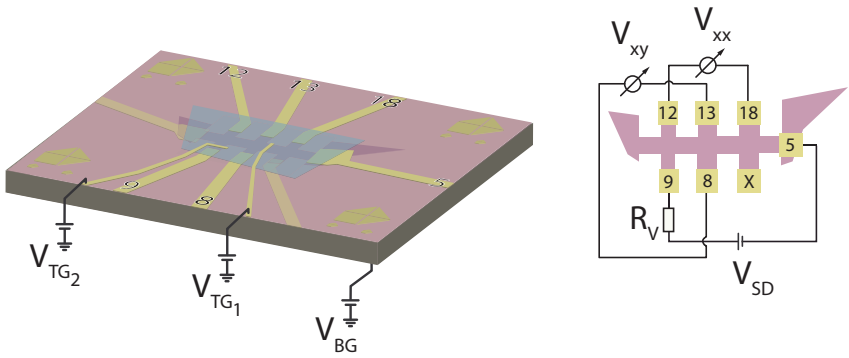

Abbildung 3.14: Schematischer Aufbau zur elektrischen Charakterisierung der Hall-Bar-Geometrie im Graphen auf einem Substrat mit unterschiedlichen Gates.

gate (Verbindung zur Substratunterseite) angelegt. Diese Spannung kann in einem Bereich verändert werden, der abhängig von der Durchbruchspannung des Substrats ist. Die Durchbruchspannung ist unter anderem von der Qualität des Substrats abhängig und wird durch die Anzahl der Störstellen bestimmt. Um einen Durchbruch zu vermeiden, muss der Strom durch das Backgate ständig kontrolliert werden. Ein Durchbruch kann zur Zerstörung des Graphen-Flakes führen.

Das verursachte Potential des Backgates bewirkt eine Verschiebung der Fermi-Energie im Graphen. Dadurch kann, wie im Kapitel 2.2.3 durch die Formel (2.12) beschrieben, die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} im System variiert werden. Analog dazu kann an ein weiteres Gate auf der Oberseite der Probe, einem Topgate, ebenfalls eine Spannung (V_{TG_1/TG_2}) angelegt werden, wodurch die Ladungsträgerkonzentration n_{TG} lokal eingestellt werden kann.

An das strukturierte Graphen wird über die Kontakte 9 und 5 ein Strom I_{SD} durch die Probe getrieben, indem über einen Vorwiderstand $R_V = 10$ MΩ eine definierte Spannung V_{SD} angelegt wird. Zwischen den Kontakten 12 und 18 wird die Spannung in Längsrichtung V_{xx}, d.h. parallel zum induzierten Strom gemessen. Über die Kontakte 8 und 13 also senkrecht zur Stromrichtung, wird die Querspannung (Hallspannung) V_{xy} gemessen. Über den induzierten Strom I_{SD} können aus den Spannungen

über das Ohmsche Gesetz ($U = R \cdot I$) die Widerstände R_{xx} und R_{xy} berechnet werden.

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die grundlegenden Schritte zur Herstellung der Proben für die folgenden Versuche dargestellt.

Dabei wurde zum einen auf die Präparation und das Suchen und Finden der Flakes eingegangen, was mit einer recht simplen Methode mit einem handelsüblichen Klebeband möglich ist, zum anderen wurde gezeigt, wie durch trockenchemisches Ätzen das Graphen strukturiert wurde. Anschließend wurde erklärt, wie die Kontakte und zur zusätzlichen Beeinflussung der Ladungsträger verschiedene Topgates mithilfe der Elektronenstrahl-Lithographie gezielt auf die Probe prozessiert wurden. Am Ende des Kapitels wurde der Aufbau des Messsystems erläutert, in dem die folgenden Messungen durchgeführt wurden.

4 Charakterisierung der Probe - Der Feldeffekt im Graphen

In diesem Kapitel werden Messungen an Graphen vorgestellt, die zunächst der Charakterisierung und dem grundsätzlichen Verständnis des Transports der Ladungsträger durch die Probe dienen sollen. Die Messungen wurden bei tiefen Temperaturen bis ca. 400 mK und bei Magnetfelder bis 13 T durchgeführt. Die Herstellung und der Aufbau der Probe sind in Kapitel 3.2 näher erläutert.

4.1 Globale Änderung der Ladungsträgerkonzentration

Das Substrat auf dem das zu messende Graphen liegt, erlaubt es, eine Spannung an das Backgate anzulegen und über die daraus resultierende Änderung des Potentials in der Probe die Konzentration der Ladungsträger in dieser einzustellen. Ein systematisches Durchstimmen der Spannung am Backgate liefert dabei den **Feldeffekt**, der eines der Werkzeuge zur Charakterisierung der Probe ist, da durch ihn das Transportverhalten der Ladungsträger studiert werden kann [35].

Wie im Kapitel 2 bereits ausführlich erläutert, wird der Transport in Graphen hauptsächlich durch die Dispersion um den Dirac-Punkt bestimmt, angenähert durch einen linearen Verlauf, wobei die Lage der Fermi-Energie E_F, die Anzahl der besetzten Zustände im Valenz- und Leitungsband bestimmt. Durch eine angelegte Spannung, z.B. am Backgate (V_{BG}) kann E_F im Energiespektrum verschoben und somit die Konzentration der Ladungsträger eingestellt werden, wobei aus Formel (2.12) der Zusammenhang folgt

$$E_F \sim \sqrt{V_{BG}} \sim \sqrt{n_{BG}}. \tag{4.1}$$

Diese Proportionalität kann in einer **Feldeffektmessung** ausgenutzt werden. Das Silizium-Substrat fungiert hierbei als Gate, welches durch die isolierende SiO_2 Schicht (Dielektrikum) vom Graphen getrennt ist.

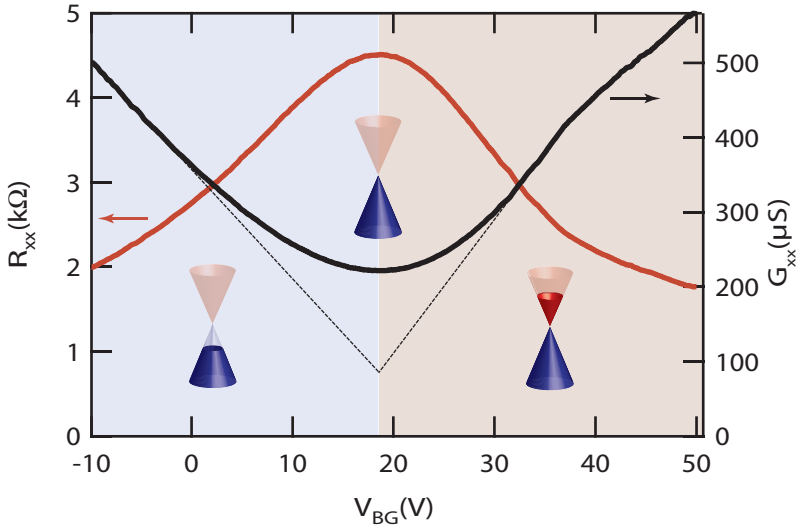

Abbildung 4.1: Feldeffekt der sich bei Veränderung der Spannung am Backgate ergibt. Aufgetragen ist der Widerstand R_{xx} und die Leitfähigkeit G_{xx} gegen die Spannung V_{BG} am Backgate.

Wird eine Spannung an das Substrat angelegt, wird durch den Einfluss des elektrischen Potentials die Fermi-Energie und somit die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} in der Probe nach Formel (4.1) verändert.

Für die in Abbildung 3.14 beschriebene Probe wird dies durchgeführt, indem ein konstanter Strom von Kontakt 5 zu Kontakt 9 durch die Probe getrieben wird und der Spannungsabfall parallel zum Stromfluss ($V_{xx} \sim R_{xx}$) gemessen wird. Gleichzeitig wird die Backgate-Spannung V_{BG} verändert, um die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} in der Probe zu variieren. Die Messdaten sind in Abbildung 4.1 gezeigt. Aufgetragen ist der Widerstand R_{xx} (rot) und die Leitfähigkeit $G_{xx} = 1/R_{xx}$ (schwarz) in Abhängigkeit von der angelegten Spannung V_{BG}.

Beschreiben lässt sich der Verlauf der Feldeffektmessung wie folgt. Bei negativer Backgate-Spannung $V_{BG} \approx -10$ V ist der Widerstand $R_{xx} \approx 2\,\text{k}\Omega$ zunächst vergleichsweise niedrig, bzw. die Leitfähigkeit in der Probe hoch. In diesem Zustand ist die Fermi-Energie durch das Anlegen einer

Spannung in das Valenzband (π-Band) verschoben (s. Inset), die Majoritätsladungsträger in der Probe sind Löcher. Wird die Spannung V_{BG} am Backgate erhöht, verschiebt sich E_F in Richtung des Dirac-Punktes, die Ladungsträgerkonzentration wird geringer, der Widerstand erhöht sich, bis zu einer Spannung von $V_{BG} \approx 18$ V. An diesem Punkt liegt die Fermi-Energie im Dirac-Punkt, der Widerstand wird maximal, die Ladungsträgerkonzentration ist für diese Messung am geringsten.

Laut Theorie treffen sich dort das Leitungs- und das Valenzband in einem Punkt, an dem auch die Zustandsdichte Null ist, d.h. es existieren keine Zustände zum Besetzen (Abbildung 2.5). Das heißt theoretisch müsste der Widerstand an dem Punkt unendlich werden, bzw. die Leitfähigkeit auf Null gehen. Vielmehr stellt sich aber ein endlicher Widerstand ein, denn Elektronen und Löcher sind in gleichem Maße vorhanden. Um diesen Sachverhalt auszudrücken, wird der Dirac-Punkt im Folgenden auch Neutralitätspunkt (CNP) genannt.

Zu sehen ist zusätzlich, dass der CNP in positive Spannungsrichtung ($V_{BG} \approx 18$ V) verschoben ist. Das weißt auf eine Dotierung durch Verunreinigungen, wie Lackreste oder Wasser in der Umgebung des Flakes hin, wodurch ohne angelegte Backgate-Spannung die Fermi-Energie E_F ins Valenzband verschoben ist [35].

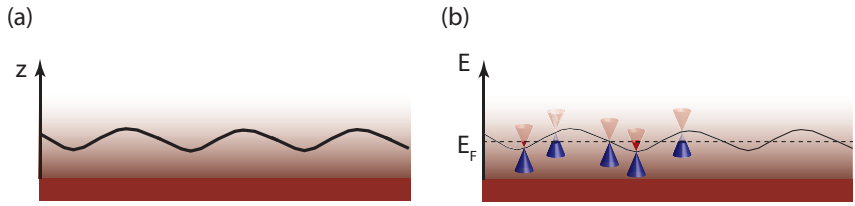

Abbildung 4.2: Ripples in einer Graphen-Lage (a) und die daraus folgende Lage der Dispersion relativ zur Fermi-Energie E_F (b).

Für den endlichen Widerstand am CNP gibt es nun mehrere Begründungen. Dies wird durch die gewellte Oberfläche von Graphen (s. Abbildung 4.2 (a)) verursacht, die auch für die thermodynamische Stabilität verantwortlich ist [12, 13]. Diese Welligkeit hat zur Folge, dass die relative Lage der Fermi-Energie in der Dispersion, bei fester Spannung am Backgate, über die Probe nicht konstant ist. Die Fermi-Energie E_F selber bleibt

über die Probe konstant, aber die Dispersion der gewellten Probe verschiebt sich. „Wellentäler“, die näher am Substrat liegen, erfahren ein etwas anderes Potential als „Wellenberge“, die weiter weg sind, was in Abbildung 4.2 (b) angedeutet ist. Dadurch gibt es für ein festes V_{BG} über die Probe verteilt Übergänge von elektronen- zu löcherleitenden Gebieten. Das hat zur Folge, dass es in der Probe immer Ladungsträger gibt, die zum Transport beitragen können, wodurch die Leitfähigkeit nicht auf Null fällt [34].

Ein weiterer Effekt ist der Verlauf der Zustandsdichte. Durch van Hove-Singularitäten [30] stehen in einem System mit verdrehten Lagen zusätzliche Zustände am CNP zur Verfügung, die am Transport teilnehmen können. Weitere Einflüsse auf diesen Punkt haben geladene Fehlstellen, Elektron-Elektron-Wechselwirkungen (WW) [32] oder Elektron-Phonon-WW [21]. Über den genauen Wert des maximalen Widerstandes, bzw. der minimalen Leitfähigkeit am CNP gibt es viele Untersuchungen, es wird ein Wert von $R_{max} = h/4e^2$ vorhergesagt [19, 89–91].

Wird nun in der Messung, nachdem der CNP erreicht wurde, die Spannung V_{BG} weiter erhöht, so sinkt der Widerstand wieder, die Fermi-Energie wird weiter ins Leitungsband (π^*-Band) verschoben, Elektronen werden die Majoritätsladungsträger und bestimmen nun die Transport-Eigenschaften des Systems.

Aus dem gemessenen Feldeffekt (Abbildung 4.1) lässt sich nun über die Leitfähigkeit $G_{xx}(V_{BG}) = R_{xx}(V_{BG})^{-1}$ die Mobilität der Ladungsträger bestimmen. Wird angenommen, dass die SiO_2-Schicht das Dielektrikum zwischen zwei Kondensatorplatten — Si-Substrat und Graphen-Flake — ist, so ergibt sich zunächst nach Formel (2.12) für eine Dicke von d=300 nm des SiO_2 ($\varepsilon = 3.9$) und einer Fläche von $A = 1$ cm^2 eine Flächenkapazität von $C = 11.5$ nFcm^{-2}.

Die theoretisch induzierte Ladungsträgerkonzentration n_{th} durch das elektrische Feld, ergibt sich aus der Elektrostatik mit dem Zusammenhang $Q = A \cdot n_{th} \cdot e$, in Abhängigkeit der angelegten Backgate-Spannung $U = V_{BG}$, mit der oben berechneten Kapazität zu

$$n_{th} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0(V_{BG} - V_{BG}^0)}{e \cdot d} = \frac{C \cdot (V_{BG} - V_{BG}^0)}{e}, \tag{4.2}$$

wobei V_{BG}^0 die Verschiebung des CNP durch die Dotierung angibt. Für die Messung in Abbildung 4.1 ist $V_{BG}^0 \approx 18$ V. Aus der Ladungsträgerkonzentration folgt dann die Mobilität der Ladungsträger

$$\mu = \frac{G_{xx}(V_{BG})}{n_{th}(V_{BG}) \cdot e}, \tag{4.3}$$

mit der Leitfähigkeit G_{xx} (s. Abbildung 4.1), die im Bereich hoher Konzentrationen durch einen linearen Verlauf in n_{th} gefittet werden kann. Dass dieser Verlauf in der Nähe des CNP nicht mehr linear ist, ist eine Folge von Dotierung und Streuung bei niedrigen Energien [92–96]. Für die Messung (Abbildung 4.1) ergibt sich damit eine Mobilität von $\mu \approx 900\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}$.

Die Mobilität ist bestimmt durch die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger im angelegten elektrischen Feld. Diese ist wiederum abhängig von Streuprozessen, zum Beispiel verursacht durch Störstellen oder Dotieratome. Jedes Dotieratom verursacht ein Streupotential in der Probe, welches die Leitfähigkeit und somit die Mobilität unterdrückt. Die Mobilität sagt also etwas über die Reinheit oder Qualität der Probe aus. Eine hohe Mobilität ist Voraussetzung für den ballistischen Transport, der entscheidend für z.B. elektronische Bauteile ist, in denen hohe Beweglichkeiten und niedrige Verluste (Dissipation) ausschlaggebend für eine hohe Güte sind.

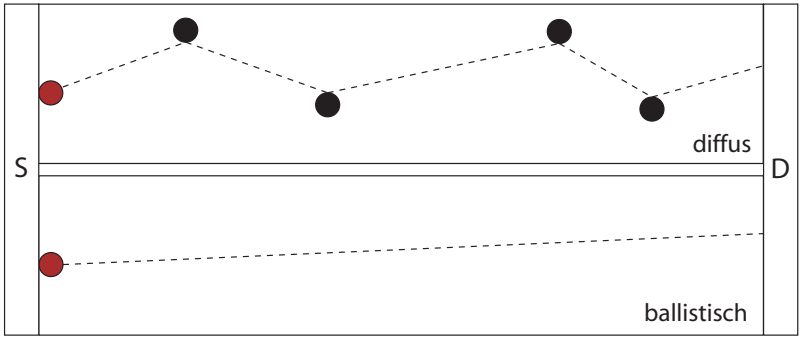

Abbildung 4.3: Diffuser und ballistischer Transport eines Elektrons vom Source- (S) zum Drain-Kontakt (D).

Verglichen mit z.B. GaAs-Halbleiter-Heterostrukturen ist die Mobilität bei tiefen Temperaturen im Graphen recht niedrig. Das kommt daher, dass die Proben an der Oberfläche des Substrats liegen und somit im Vergleich zu Systemen, die im Ultra-Hoch-Vakuum unter der Oberfläche eines Substrats gewachsen werden, durch Unreinheiten auf bzw. unter dem Flake,

sehr stark beeinflusst werden. Des weiteren ist der gezeigte Feldeffekt auf einer Probe gemessen worden, auf der eine Polymerschicht aufgebracht ist. Das führt zu weiteren Verunreinigungen und einer noch geringeren Mobilität. Um höhere Mobilitäten zu erreichen, kann das Substrat unter dem Flake weggeätzt werden [90, 97]. Es können auch durch Heizen des Flakes im Vakuum Verunreinigungen entfernt werden [98]. Damit werden derzeit Mobilitäten von bis zu 200'000 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}$ erreicht [97].

4.2 Hysterese

Wird ein System einem elektrischen oder magnetischen Feld ausgesetzt, reagiert es je nach Art des Systems auf dieses Signal. Wird das System durch äußere oder innere Parameter beeinflusst, kann es zu einer „Verzögerung" des Signals kommen, das Material wird durch vorhergehende Ereignisse beeinflusst, es kommt zur **Hysterese**. Ein bekanntes Beispiel ist die Speicherung von Daten auf einer Festplatte oder anderen nichtflüchtigen Speichern (MRAM[1]). Dabei wird die Hysterese im magnetischen Moment von Ferromagneten ausgenutzt, was damit verglichen werden kann, dass sich das Material nach der Magnetisierung „merkt" in welche Richtung das Magnetfeld gezeigt hat. In elektrischen Systemen kann dergleichen durch Aufladung der Umgebung passieren, was zu einer Richtungsabhängigkeit des Signals führt.

Eine solche Hysterese tritt auch im Feldeffekt auf, wie in Abbildung 4.4 gezeigt. In dieser Messung wurde die Spannung am Backgate von 0 V auf 40 V (schwarze Kurve) gesweept und nach kurzem Warten (ca. 1 Minute) zurück auf 0 V gefahren (rote Kurve). Zum einen ist eine klare Hysterese zu erkennen, denn der CNP hat sich um ca. 12 V verschoben und der Verlauf im Bereich von diesem hat sich etwas verändert. Zum anderen ist ein abruptes Abfallen bei $V_{BG} \approx 38$ V zu sehen. Im weiteren Verlauf ist bei 40 V ein Sprung zu sehen, der durch das kurze Warten bei 40 V verursacht wird. In dieser Zeit verringert sich der Widerstand um ca. 200 Ohm.

Die Hysterese und das Abfallen ist auf ein unsauberes Substrat zurückzuführen [99, 100]. Es ist in allen Messungen auf diesem Substrat zu erkennen. Verunreinigungen oder auch Dotierungen im Substrat wirken als Ladungsfallen („charge traps"), welche Ladungen einer bestimmten

[1] **M**agneto-resistive **R**andom **A**ccess **M**emory

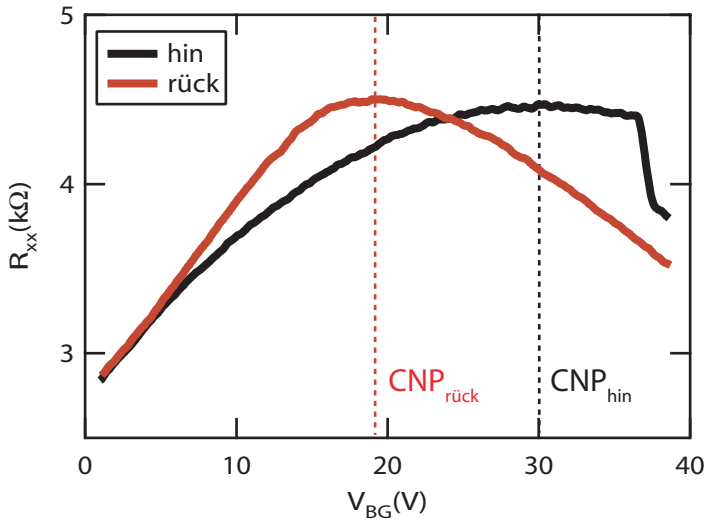

Abbildung 4.4: Feldeffekt bei Veränderung der Spannung am Backgate für zwei Richtungen. Zuerst wurde die Spannung von 0 V auf 40 V gesweept (schwarze Kurve), dort kurz gewartet und dann zurück auf 0 V gesweept (rote Kurve). In der Messung ist eine deutlich Richtungsabhängigkeit sichtbar.

Sorte (Elektronen oder Löcher) „einfangen“ können. Diese eingefangenen Ladungen im Substrat wirken dem angelegten Feld entgegen und führen zu einem effektiv verringertem Feld, d.h. der Neutralitätspunkt verschiebt sich. Die Entladung der Störstellen findet auf einer größeren Zeitskala als die Aufladung statt, weshalb dieser Effekt in der Messung sichtbar wird.

Der Sprung bei 38 V kann durch einen lawinenartigen Durchbruch von Ladungsträgern in die Inversionsschicht zwischen Si/SiO_2 erklärt werden, was in den Referenzen [99, 101] ebenfalls beobachtet und diskutiert wird.

Die gezeigte Hysterese und der Sprung im Feldeffekt ist nur beim Verändern der Backgate-Spannung sichtbar. Wird die Spannung an einem der Topgates variiert, so ist keine Verschiebung der Kurven zu sehen. Dies weist darauf hin, dass die Ursache dieses Effekts von der Substratseite kommt. Da die Hysterese bei langsamen Sweepraten sehr gering ist, und die Entladung über sehr lange Zeitskalen stattfindet, wurde bei

den Messungen darauf geachtet, dass sich nach jeglicher Veränderung der Backgate-Spannung V_{BG} der gemessene Widerstand auf einen konstanten Wert eingepegelt hat, so dass diese Effekte im Substrat keinen wesentlichen Einfluss auf die Messung haben.

4.3 Bipolare Übergänge in Graphen

Zum Ändern der Ladungsträgerkonzentration im Graphen ist bisher nur auf das Backgate zurückgegriffen worden. Dies ermöglicht eine **globale** Veränderung der Fermi-Energie über die gesamte Probe. Um weitere Effekte zu studieren, wie z.B. das Klein-Paradoxon bei einem p-n-Übergang, kann ein weiteres Gate auf der Probe aufgebracht werden. Damit ist es zusätzlich möglich die Ladungsträgerart und -konzentration **lokal** in der Probe einzustellen [74, 88, 102–106].

Wie in Kapitel 3.2 beschrieben, wurden dafür weitere Zuleitungen auf die Probe prozessiert (s. Abbildung 3.12), die durch eine 60 nm Dicke dielektrische Schicht vom Graphen getrennt sind. Durch die elektrische Isolierung vom Flake können diese durch Anlegen einer Spannung als zusätzliche Gates verwendet werden. Im Folgenden wird der Einfluss dieser Gates auf den Transport im Graphen näher untersucht.

Für eine erste Messung ist in Abbildung 4.5 der Feldeffekt für das Topgate (TG_1, s. Abbildung 3.14) gezeigt. Die Spannung am Backgate wurde für die Messung bei $V_{BG} = -24$ V (rote Kurve) (-40 V, blaue Kurve) gehalten. Der Verlauf ist vergleichbar mit dem Verlauf in Abbildung 4.1, für den Feldeffekt des Backgates. Die Peakbreite für den Feldeffekt des Topgates ist etwas schmäler. Die Ursache dafür ist, dass die induzierte Ladungsträgerkonzentration n_{TG} und damit der Widerstand, nach Formel (4.2) vom Dielektrikum abhängig ist. Da das PMMA als Isolierschicht zwischen Topgate und Probe dünner ist als das SiO_2 im Substrat zwischen Backgate und Probe und das Polymer auch eine andere Permittivität ($\varepsilon_{PMMA} \approx 4.5$) hat, ist die Kapazität bzw. die induzierte Ladungsträgerkonzentration n_{TG} nach Formel (2.12) höher. Dadurch wird die Fermi-Energie in der Dispersion durch das Topgate pro angelegter Gate-Spannung V_{TG} stärker verschoben und der Peak wird schmäler. Die aus diesem Feldeffekt berechnete Mobilität nach Formel (4.3) ist mit $\mu \approx 250$ cm^2/V$\cdot$s geringer, als die nach der Backgate-Abhängigkeit berechneten (Seite 65).

Der weitere Verlauf in Abbildung 4.5 kann nun folgendermaßen verstan-

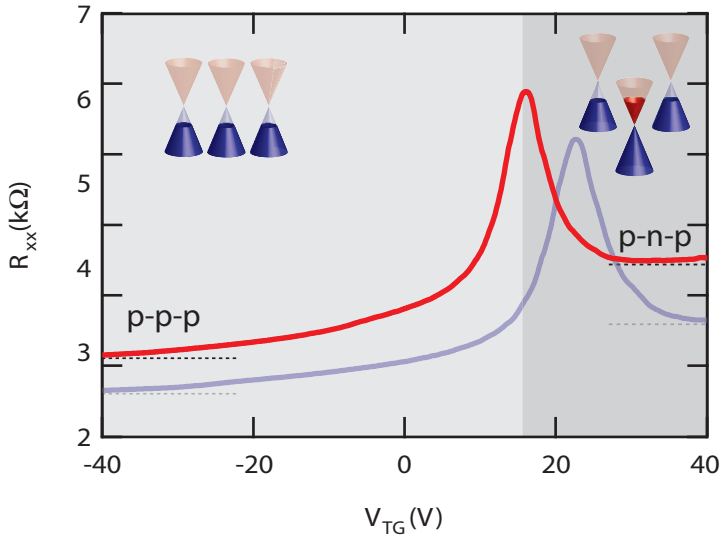

Abbildung 4.5: Feldeffekt bei Veränderung der Spannung V_{TG} am Topgate für zwei unterschiedliche Backgate-Spannungen $V_{BG} = -24$ V (rot) und -40 V (blau).

den werden. Durch eine fest eingestellte Spannung am Backgate ($V_{BG} = -24$ V (-40 V)) ist die Fermi-Energie E_F **global** über den gesamten Flake in eine bestimmte Richtung verschoben. Wird dann die Spannung am Topgate verändert, wird **lokal** die Fermi-Energie gegen das Backgate-Potential verschoben und dadurch lediglich in diesem Bereich unter dem Topgate die Ladungsträgerkonzentration verändert. Dies führt dazu, dass innerhalb der Probe unterschiedliche Ladungsträgerkonzentrationen eingestellt werden können, weil E_F in den jeweiligen Dispersionen bei unterschiedlichen Energien liegt (Inset Abbildung 4.5).

In der Messung ist dabei zu sehen, dass für negative Spannungen am Topgate der Widerstand geringer ist, als für positive Spannungen (gestrichelte Linien), die Kurve ist also nicht symmetrisch um den CNP. Dies liegt in der Konfiguration der beiden Gates begründet. Die Backgate-Spannung ist mit -24 V so eingestellt, dass die Fermi-Energie durch dieses ins Valenzband verschoben wird, Löcher sind also zunächst Majoritätsladungsträger im gesamten Flake. Abhängig davon, welche Spannung nun am Topgate anliegt, kann

die Konfiguration im System geändert werden. Bei $V_{TG} < 15$ V bleiben im Graphen unter dem Topgate ebenfalls Löcher die Majoritätsladungsträger. Bei $V_{TG} > 15$ V sind es Elektronen, wobei im Bereich neben dem Topgate in beiden Fällen weiterhin Löcher existieren. Es ergibt sich also eine p-p-p Konfiguration für $V_{TG} < 15$ V und eine p-n-p Konfiguration für $V_{TG} > 15$ V, wobei n für Elektronen und p für Löcher als Majoritätsladungsträger steht. Verdeutlicht ist dies in der Abbildung 4.5 im Inset durch die jeweiligen Dispersionen und die relative Lage von E_F in diesen. Für eine Spannung von $V_{BG} = -40$ V (blaue Kurve) wird die Asymmetrie etwas geringer.

Wird ein **diffuses** System angenommen, was aufgrund der geringen Mobilität zu erwarten ist, so sollte der Widerstand auf beiden Seiten des CNP ($V_{TG} \approx 15$ V) in etwa gleich sein, unabhängig von der Konfiguration der Ladungsträger in der Probe [74]. Des weiteren sollten sich die Ladungsträger im Graphen — durch das Klein-Tunneln (Kapitel 2.4) — ungehindert durch die Region unter dem Topgate bewegen können, d.h. es ist eine Transmission von $\mathcal{T} = 1$ beim Übergang von Elektronen zu Löchern zu erwarten. Dafür sind allerdings die Eigenschaften des n-p Übergangs wichtig, d.h. Unordnung und die Breite des Übergangs spielen eine wichtige Rolle. [65, 107, 108]

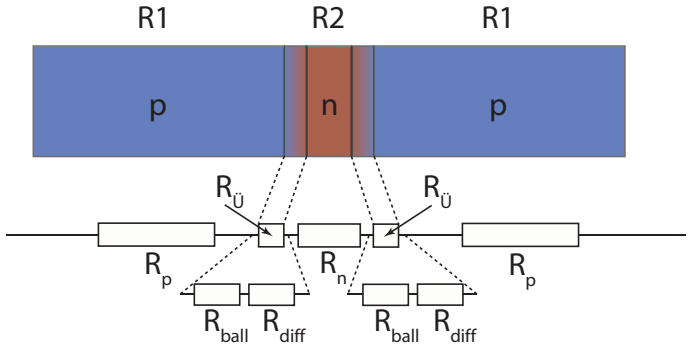

Abbildung 4.6: Modell von Reihenwiderständen für den ballistischen und diffusen Transport über eine Barriere (p-n-p Konfiguration) im Graphen.

Die Asymmetrie in Abbildung 4.5 ist also eine Folge des Übergangs ($R_{\ddot{U}}$

in Abbildung 4.6) von n nach p, bei dem zusätzlich **ballistische** Effekte zum Tragen kommen. Bei einem bipolaren Übergang (n-p/p-n) ist für den ballistischen Fall die Transmission im Wesentlichen abhängig von der Breite des Übergangs und zum Teil von Wechselwirkungseffekten nahe dem CNP [108]. Im Gegensatz dazu ist für den monopolaren Fall (n-n/p-p) die Transmission annähernd Eins. Der Widerstand der Übergänge $R_{\ddot{U}}$ ist also aufgrund der unterschiedlichen Transmissionen für einen bipolaren Übergang höher als für einen monopolaren. Für den bipolaren Fall ist das Klein-Tunneln dadurch unterdrückt [65].

Der Gesamtwiderstand des Systems lässt sich dann in einem Modell als Summe von Reihenwiderständen ($R_{ges} = 2R_p + 2R_{\ddot{U}} + R_n$) darstellen, wobei der Übergangswiderstand $R_{\ddot{U}}$ vom diffusen (R_{diff}) und ballistischen (R_{ball}) Widerstand abhängig ist [74] wie in Abbildung 4.6 gezeigt. Bei einer p-n-p Konfiguration tragen dann in dem Modell, sowohl der p-n als auch der n-p Übergang zusätzlich zum Gesamtwiderstand bei ($R_{ball} > 0$), während bei einer p-p-p Konfiguration aufgrund von Transmission $\mathcal{T} \approx 1$ der ballistische Widerstand des Übergangs vernachlässigbar ($R_{ball} \approx 0$) ist. Auch für die n-p-n Konfiguration ist dieses Verhalten zu beobachten. Durch ballistische Effekte an den Übergängen ist also kein perfektes Klein-Tunneln in dieser Probe zu sehen [74].

Das System, wie es für diesen Flake hergestellt wurde, hat große Ähnlichkeit zu einem MOSFET (metal oxide semiconductor field-effect transistor), einem Metall-Halbleiter-Feldeffekttransistor, wie er in der heutigen Schaltungstechnik zum Einsatz kommt. In diesem ist es möglich durch Anlegen einer Gate-Spannung am Topgate zwischen 'leitend' und 'nichtleitend' hin- und herzuschalten. Eine Veränderung der Gate-Spannung führt, durch den Feldeffekt, zu einer Verdrängung der Majoritätsladungsträger in der Verarmungszone. Ist der Transistor z.B. in der Konfiguration n-p-n noch 'nichtleitend', so kann durch die Gate-Spannung die Konfiguration zu n-n-n gewechselt werden, in der ein Strom fließen kann.

Möglich ist dies in einem MOSFET, weil es im verwendeten Material eine Bandlücke gibt. Wird die Fermi-Energie so eingestellt, dass sie in dieser Bandlücke liegt, so ist das System in einem isolierenden Zustand. Auch wenn der grundsätzliche Aufbau im Graphen ähnlich zu dem eines MOSFET ist, ist die Funktion des Systems etwas anders. Wie auch im MOSFET, werden durch die Gate-Spannung und den Feldeffekt wie bereits für das Topgate gezeigt, die Majoritätsladungsträger verändert. Im Graphen gibt

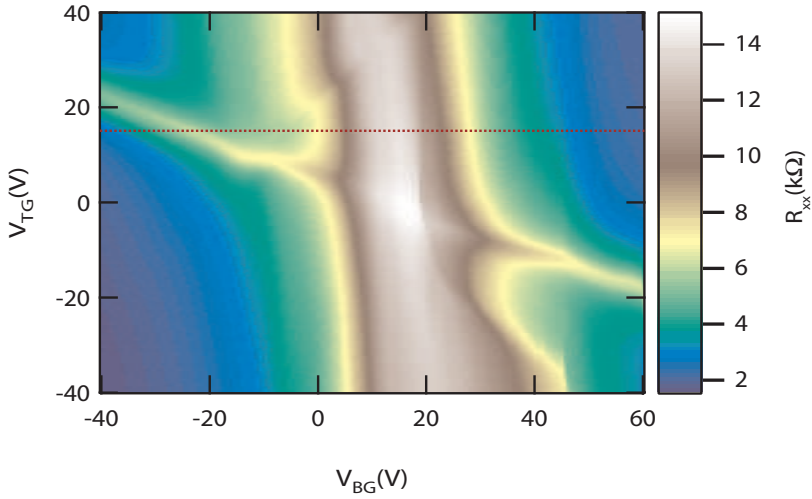

Abbildung 4.7: Widerstand (farbig) R_{xx} dargestellt in Abhängigkeit von der angelegten Spannung am Topgate V_{TG} und Backgate V_{BG}. Ein Schnitt bei der gestrichelten Linie für eine feste Spannung am Topgate ist in Abbildung 4.8 gezeigt.

es für die Konfiguration n-p-n jedoch keinen Zustand, indem das System isolierend ist, denn in diesem Einzel-Lagen-System gibt es keine Bandlücke. Der Widerstand im Feldeffekt ist also immer endlich (siehe Abbildung 4.1 und 4.5), was durch das Klein-Tunneln verursacht wird.

Im Folgenden soll das weiter untersucht werden, indem der Feldeffekt für unterschiedliche Konfigurationen betrachtet wird. Dafür wird der in Abbildung 4.5 gemessene Feldeffekt für verschiedene Spannungen am Backgate V_{BG} gemessen. Die Backgate-Spannung wird dazu in kleinen Schritten so verändert, dass Hystereseeffekte die Messungen nicht beeinflussen. Die daraus resultierenden Messungen sind in Abbildung 4.7 in einer Farbdarstellung gezeigt. Auf der x-Achse ist die Spannung V_{BG} am Backgate, auf der y-Achse die Spannung V_{TG} am Topgate und farbig der Widerstand R_{xx} aufgetragen, wobei weiß einen hohen Widerstand und dunkelblau einen niedrigen Widerstand darstellt. Für die Messungen wurde V_{TG} gesweept und V_{BG} langsam gesteppt. Ein senkrechter Schnitt durch diese Darstellung

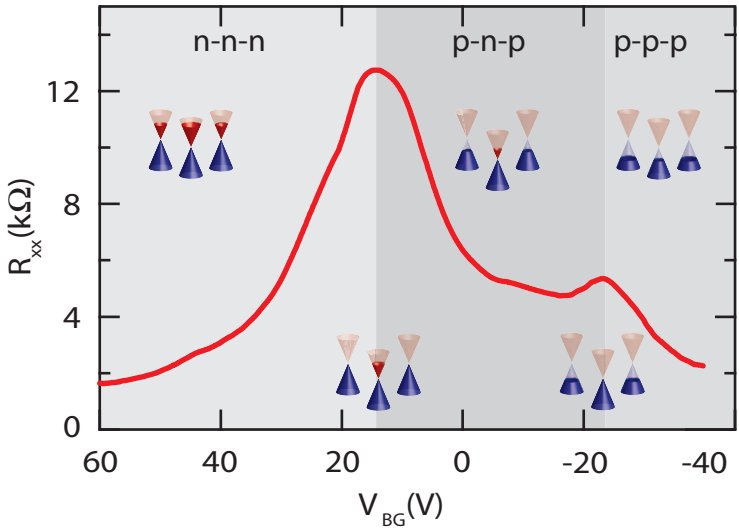

Abbildung 4.8: Bei einer Spannung von $V_{TG} = 15$ V am Topgate sind im Feldeffekt zwei Maxima zu sehen. Diese gehören zu den CNP der Regionen neben dem Topgate und unter dem Topgate.

bei $V_{BG} = -24$ V (-40 V), ist die bereits diskutierte Messung in Abbildung 4.5. Ein waagerechter Schnitt bei einer festen Spannung am Topgate ($V_{TG} = 15$ V) ist in Abbildung 4.8 dargestellt und zeigt die unterschiedlichen Konfigurationen im Feldeffekt.

Für diesen Schnitt sind die unterschiedlichen Konfigurationen gut sichtbar und zur Übersicht als Inset in den jeweiligen Bereichen eingezeichnet. Bei $V_{BG} = 60$ V ergibt sich aufgrund der Einstellung des Topgates eine n-n-n Konfiguration, d.h. die Fermi-Energie befindet sich über die gesamte Probe im Leitungsband. Wird V_{BG} langsam verringert, so wird die Fermi-Energie im gesamten Flake in Richtung CNP verschoben, der Widerstand steigt. Da aber zusätzlich eine konstante Spannung von $V_{TG} = 15$ V am Topgate anliegt, ist die Dispersion in diesem Bereich (R2[2]) relativ zu den Regionen neben dem Topgate (R1) verschoben (s. Abbildung 4.8 Inset), die Ladungsträgerkonzentration bzw. die Lage von E_F in der Dispersion ist für

[2]Die Bezeichnung der Bereiche ist in Abbildung 4.6 definiert

die jeweiligen Bereiche unterschiedlich.

Bei einer Spannung von $V_{BG} = 15$ V erscheint ein Maximum in der Kurve, was dem CNP der Region R1 zugeordnet werden kann. In der Region R2 sind weiterhin Elektronen die Majoritätsladungsträger. Wird nun die Spannung weiter verringert, werden durch die Verschiebung der Fermi-Energie ins Valenzband Löcher zu Majoritätsladungsträgern in R1. Die Konfiguration wechselt zu p-n-p, der Widerstand wird mit weiter abnehmender Spannung geringer, während im Bereich R2 unter dem Topgate die Zahl der Elektronen weiter abnimmt und in R1 die Zahl der Löcher zunimmt.

Bei einer Spannung von $V_{BG} = -23$ V ist ein weiteres Maximum zu erkennen. Dies ist der CNP der Region R2 unter dem Topgate. Bei dieser Spannung ist der Bereich R1 mit Löchern gefüllt, während in R2 im wesentlichen Elektron-Loch-Puddles zur Leitfähigkeit beitragen. Bei niedrigeren Spannungen am Backgate wird das komplette System weiter mit Löchern gefüllt, bei $V_{BG} = -40$ V ist das System in einer p-p-p Konfiguration. Die entsprechenden Konfigurationen sind in der Abbildung für die unterschiedlichen Bereiche durch die Dispersionen verdeutlicht. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass sich die Art der Ladungsträger in der Probe von Elektronen zu Löchern geändert hat, wobei im Bereich von $V_{BG} = 15$ V bis -23 V unterschiedliche Arten von Ladungsträgern zum Transport beitragen.

Dies kann auf die gesamte Messung in Abbildung 4.7 für alle V_{TG} übertragen werden. In Abbildung 4.9 ist dies in einer schematischen Zeichnung dargestellt, in der die unterschiedlichen Konfigurationen, die durch die beiden CNP — V^0_{TG} und V^0_{BG} — getrennt werden, zu sehen sind.

Aus der Messung in Abbildung 4.7 bzw. dem Schema in Abbildung 4.9 lassen sich nun weitere Informationen über die Ankopplung bzw. den Einfluss der beiden Gates auf den Flake bestimmen. Unter der Annahme, dass die theoretisch induzierte Ladungsträgerkonzentration durch die Backgate-Spannung durch Formel (4.2), $n_1 = C_{BG} \cdot (V_{BG} - V^0_{BG})/e$, mit einer Kapazität des SiO_2 Substrats von $C_{BG} = 11.5\ \mathrm{nFcm}^{-2}$ und einem CNP von V^0_{BG} in Region R1 gegeben ist, so gilt für den Bereich R2 unter dem Topgate

$$n_2 = n_1 + \frac{C_{TG} \cdot (V_{TG} - V^0_{TG})}{e}, \tag{4.4}$$

da die Ladungsträgerkonzentration in diesem Bereich durch die Spannung am Backgate und Topgate verändert wird. Das hat folgenden Grund:

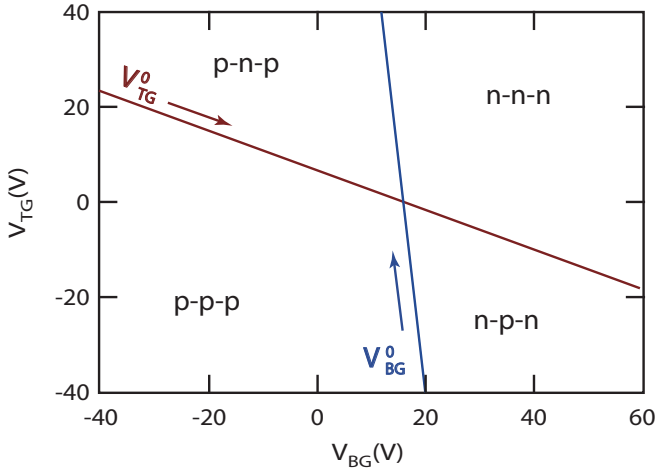

Abbildung 4.9: Schemazeichnung von Abbildung 4.7 zur Verdeutlichung der unterschiedlichen Konfigurationen und dem Verlauf der CNP von den Regionen R1 und R2.

Würde das System aus drei Graphen-Bereichen bestehen, die unabhängig voneinander durch Gates G_x verändert werden können, so würde der CNP für jeden Bereich bei einen bestimmten $V^0_{G_x}$ liegen, unabhängig davon, welche Spannung an den anderen beiden Gates eingestellt ist. Gibt es aber eine Kopplung z.B. dadurch, dass ein Gate in den Bereich eines anderen hineinragt, so ist die Einstellung der Gates nicht mehr unabhängig voneinander. Genau dies ist hier der Fall, da der Bereich unter dem Topgate sowohl von diesem als auch vom Backgate beeinflusst wird. Dadurch verschiebt sich V^0_{TG} auch mit V_{BG} (Abbildung 4.9).

n_2 ist also immer auch von der angelegten Backgate-Spannung ($\sim n_1$) abhängig (Formel (4.4)). Der Wert für C_{TG} lässt sich so aus der relativen Steigung des CNP des Topgates (V^0_{TG}) in Bezug auf den CNP vom Backgate (V^0_{BG}), wie es in Abbildung 4.9 dargestellt ist, abschätzen [74, 104]. Diese Steigung gibt das Verhältnis der beiden Kapazitäten an. Es ergibt sich eine relative Kopplung von $C_{TG}/C_{BG} = 1.9$, woraus eine Kapazität von $C_{TG} = 21.85$ nFcm^{-2} folgt. Der theoretische Wert für ein Gate welches durch eine 60 nm dicke PMMA Schicht ($\varepsilon_{PMMA} = 4.5$) vom Graphen

getrennt ist, liegt bei ca. 66 nFcm^{-2}.

Der theoretische Wert für die Kapazität ist damit dreimal so hoch, wie der aus den Messungen extrahierte. Der Grund dafür ist zum einen eine ungleichmäßige Dicke der PMMA Schicht, die zu Abweichungen von bis zu 10 nFcm^{-2} führen kann. Zum anderen ist diese Rechnung nur eine theoretische Abschätzung. Für eine genaue Bestimmung der Kapazität, muss die Ladungsträgerkonzentration genau bekannt sein.

Weiter zu sehen ist, dass nicht nur der CNP vom Topgate von V_{BG} abhängig ist, sondern auch der Wert V_{BG}^0 etwas verschoben wird. Dies ist auf nichtlokale Effekte des Topgates zurückzuführen. Da das Topgate nur ca. 60 nm über dem Graphen liegt und das Feld nicht nur nach unten, sondern sphärisch in alle Richtungen wirkt, werden auch Teile des Flakes, die sich nicht direkt unter dem Topgate befinden, durch dieses beeinflusst.

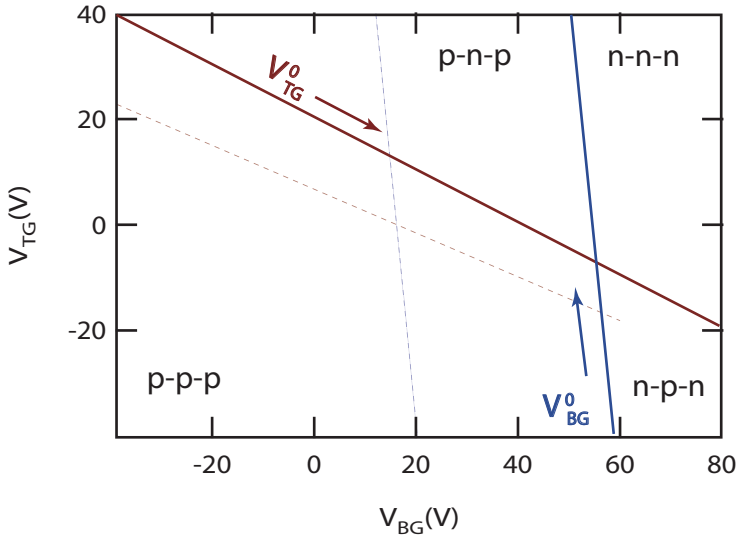

Abbildung 4.10: Schemazeichnung vom zweiten Topgate mit den unterschiedlichen Konfigurationen und dem Verlauf der CNP von den Regionen R1 und R2. Gestrichelt sind zum Vergleich die CNP vom anderen Topgate eingezeichnet. Die Steigungen sind ungefähr gleich, die Ankopplung der Gates ist also vergleichbar.

Bei der untersuchten Probe kam ein weiters Topgate zum Einsatz, welches

an einer anderen Stelle der Probe präpariert wurde (TG_2, s. Abbildung 3.12). Beide Gates haben den gleichen Abstand zum Flake und die gleichen Dimensionen, sollten also die gleiche Ankopplung haben. Das Schema für das zweite Topgate ist in Abbildung 4.10 gezeigt. Die gestrichelten Linien zeigen als Vergleich die CNP aus dem Schema 4.9.

V_{BG}^0 ist in diesen Messung zu höheren Spannungen verschoben, als in der Messung 4.9, was zum einen daran liegen kann, dass ein anderer Teil des Flakes gemessen wird, der durch Dotierungen und Verunreinigungen einen etwas anderen CNP hat. Zum anderen wurde dieses Gate zu einem späteren Zeitpunkt gemessen, und zwar nach dem Aufheizen auf Raumtemperatur und erneutem Abkühlen auf 400 mK. Dadurch kann es ebenfalls zu einer Verschiebung der CNP kommen.

Das Verhältnis der Steigungen beträgt für dieses Gate ca. 1.7, d.h. dieses Topgate hat eine Kapazität von $C_{TG} = 19.55\ \mathrm{nFcm^{-2}}$, vergleichbar zur Kapazität des anderen Topgates. Die Differenz von ca. $2.3\ \mathrm{nFcm^{-2}}$ entspricht einem Unterschied von ca. 8 nm, was durch die ungleichmäßige Dicke der PMMA Schicht verursacht wird.

Nichtlokale Einflüsse der Gates

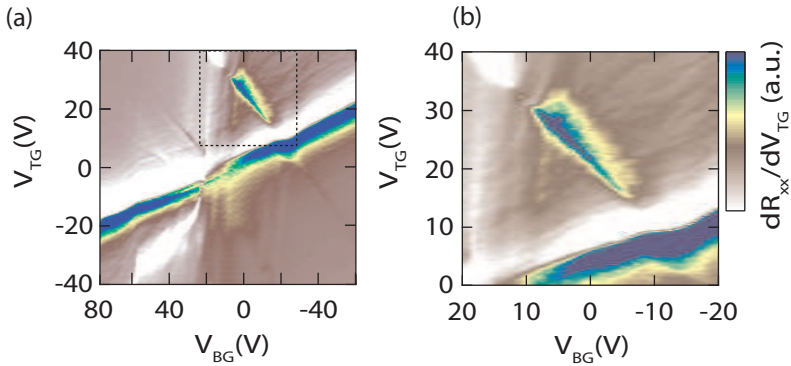

Abbildung 4.11: Weitere Strukturen im Feldeffekt in Abhängigkeit von V_{BG} und V_{TG}. Teil(b) zeigt vergrößert einen Ausschnitt aus (a).

Zusätzlich zu den beiden CNP ist in den Messungen in Abhängigkeit von

der Topgate- und Backgate-Spannung eine weitere Struktur zu sehen. Diese ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Im Teil (a) ist die gesamte Messung und in Teil (b) der betrachtete Ausschnitt vergrößert gezeigt.

Diese Struktur koppelt sowohl an das Topgate als auch an das Backgate an, allerdings mit der entgegengesetzten Steigung als die CNP. Das heißt es ist sehr unwahrscheinlich, dass diese Struktur z.B. den CNP einer dritten Lage kennzeichnet. Um dies genauer zu untersuchen wird die gleiche Messung nur über einen anderen Teil der Probe gemacht.

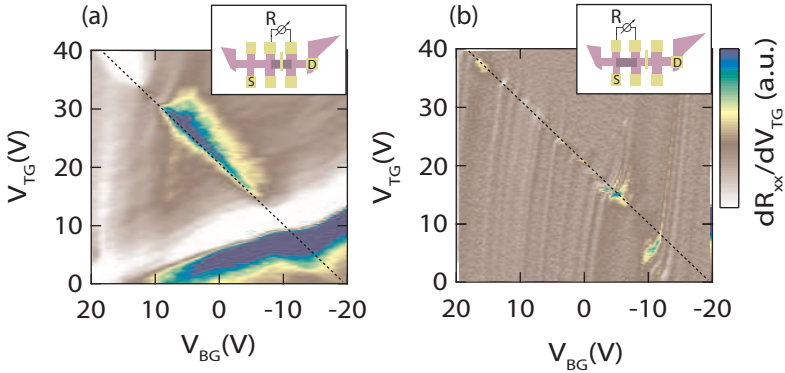

Abbildung 4.12: Erneute Versetzung im Feldeffekt in Abhängigkeit von V_{BG} und V_{TG}, gemessen im Widerstand im Bereich des Topgates (a) und im Bereich neben dem Topgate (b). Im Inset sind die jeweils gemessenen Widerstände gekennzeichnet.

Der Widerstand R_{xx} wird dafür nicht über den Bereich des Topgates gemessen, sondern neben dem Topgate, wie es im Inset der Abbildung 4.12 (b) dargestellt ist. In der Abbildung 4.12 (a) ist zur Verdeutlichung der Ausschnitt aus der Messung über das Topgate zu sehen. Klar zu erkennen ist, dass die Struktur in beiden Messungen exakt an der gleichen Position liegt. Obwohl im Teil (b) der Widerstand nicht über den Bereich des Topgates gemessen wurde, tritt die Struktur in dieser Messung auf und ist abhängig von der angelegten Topgate-Spannung. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass das Topgate in der Probe eine nichtlokale Wirkung auf den Transport der Ladungsträger hat, die auch durch das Backgate beeinflusst wird.

4.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass es in dieser Probe möglich ist sowohl lokal als auch global, die Ladungsträger zu verändern, indem die Spannungen an den Gates unabhängig voneinander variiert werden. Dies konnte durch elektrische Transportmessungen gezeigt werden. Werden die Gates so eingestellt, dass unterschiedliche Arten von Ladungsträgern in der Probe existieren, so ergibt sich ein bipolarer Zustand in der Probe. Der lokale Bereich unter dem Topgate kann dabei als Barriere gesehen werden in der Klein-Tunneln stattfindet. Dies kann durch diffusen und ballistischen Transport beschrieben werden, wobei letzteres zu einer Unterdrückung des Klein-Tunnelns führt, was durch die Messungen bestätigt wurde.

Über das Topgate und Backgate konnten zusätzlich Kapazitäten und Mobilitäten der Ladungsträger bestimmt werden, wobei durch die Art der Präparation der Probe die Mobilitäten gering sind im Vergleich zu GaAs oder anderen Halbleitern. Dennoch konnten an dieser Probe über den elektrischen Transport weitere Erkenntnisse über die Barrieren und den strukturellen Aufbau gelernt werden, nachdem für die Probe charakteristische Eigenschaften analysiert wurden.

5 Transport im Magnetfeld

Wird in einem Kupfer-Draht ein bewegtes Elektron einem senkrechten Magnetfeld ausgesetzt, so erfährt es durch die Lorentzkraft eine Richtungsänderung. Dass dieser Effekt in einem zweidimensionalen System quantenmechanische Phänomene verursacht, wurde im bekanntesten Beispiel dafür, im Quanten Hall Effekt (QHE) gezeigt [48]. Beobachtet wurde dieser Effekt ebenfalls in zweidimensionalen Graphen-Systemen [35, 36, 50–52], wie es theoretisch in Kapitel 2.3 beschrieben wurde.

Aus den Eigenschaften der chiralen Ladungsträger im Magnetfeld folgen wichtige Informationen, die zum Verständnis des hier betrachten Systems beitragen. Bisher wurde die Möglichkeit der Veränderung der Ladungsträger in ihrer Art und Konzentration untersucht, indem die Spannung an unterschiedlichen Gates variiert wurde. Die Ladungsträger in der Probe haben dabei die Möglichkeit sich in zwei entkoppelten Lagen zu bewegen, wie das in Kapitel 3.1.1 analysiert wurde. Außerdem wurde gezeigt, dass es möglich ist, in der Probe die Ladungsträger in verschiedenen Bereichen durch eine Anordnung von Gates zu verändern. Welche Auswirkungen ein senkrechtes Magnetfeld auf solch eine Struktur hat und welche Schlussfolgerungen sich daraus ziehen lassen, wird in diesem Kapitel diskutiert.

5.1 Der Quanten-Hall-Effekt im Graphen

Untersucht wird hier die Probe mit entkoppelten Einzel-Lagen, die im Kapitel 4 charakterisiert wurde. Der Aufbau ist im Inset von Abbildung 5.1 gezeigt. Die Messungen an dieser Probe im Magnetfeld wurden bei Temperaturen von ca. 470 mK durchgeführt. Eine exemplarische Messung ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Betrachtet wird der Längswiderstand R_{xx} (rot), der parallel zur Richtung des induzierten Stroms I_{SD} gemessen wurde und der Querwiderstand R_{xy} (blau), der senkrecht zu I_{SD} gemessen wurde. Durch das Topgate und das Backgate wurde die Ladungsträgerkonzentration in der Probe zunächst so eingestellt, dass sich eine p-p-p Konfiguration ergibt

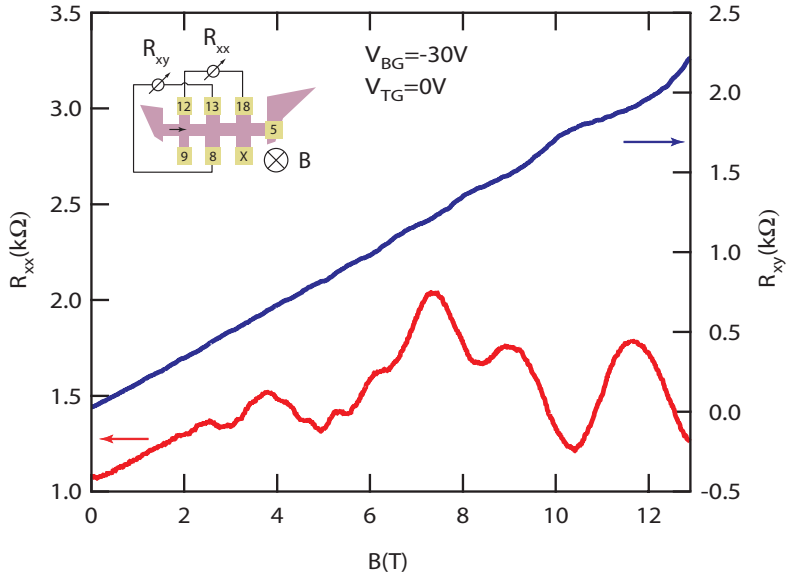

Abbildung 5.1: Längs- und Querwiderstand in Abhängigkeit vom Magnetfeld für eine feste Spannung am Topgate und Backgate. Konfiguration: p-p-p. Im Inset ist die gemessene Probe verdeutlicht.

(s. Kapitel 4.3/Abbildung 4.9). Das Magnetfeld wurde für diese Messung von 0 bis 13 T verändert.

Im Längswiderstand R_{xx} sind beim Erhöhen des Magnetfeldes klare Oszillationen, die Shubnikov-de Haas-Oszillationen (SdH-Oszillationen), zu sehen und im Querwiderstand R_{xy} sind Stufen zu erkennen. Im konventionellen QHE fällt die Position eines Plateaus in R_{xy} zusammen mit der Position eines Minimums in R_{xx}, genau dann wenn die Fermi-Energie zwischen zwei Landau-Leveln liegt (s. Kapitel 2.3). Dies ist hier nur ansatzweise zu beobachten, die Plateaus sind nicht so deutlich ausgeprägt, da bei den gezeigten Magnetfeldern sehr viele Landau-Level besetzt sind. Im Folgenden werden der Längs- und Querwiderstand einzeln näher betrachtet.

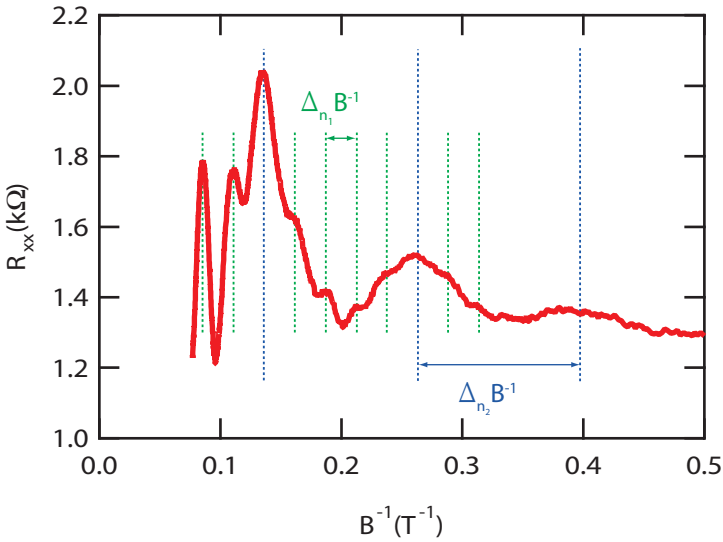

Abbildung 5.2: Längswiderstand in Abhängigkeit vom inversen Magnetfeld für eine feste Spannung am Topgate und Backgate. ΔB^{-1} bezeichnet die verschiedenen Oszillationen, aus denen die Ladungsträgerkonzentration bestimmt werden kann. Die gestrichelten Linien in verschiedenen Farben zeigen die Maxima der beiden Oszillationen.

Shubnikov-de Haas-Oszillationen

Aus den SdH-Oszillationen lässt sich nach Formel (2.17)

$$n_s = \frac{4e}{h} \cdot \left(\Delta \frac{1}{B} \right)^{-1} \tag{5.1}$$

die induzierte Ladungsträgerkonzentration aus der Magnetfeldabhängigkeit berechnen, indem aus der Abhängigkeit $R_{xx}(B^{-1})$ die Periode der Oszillationen im Magnetfeld bestimmt wird. Um diese Periode aus den Messungen ablesen zu können, wird der Widerstand wie in Abbildung 5.2 über das inverse Magnetfeld B^{-1} aufgetragen. In dieser Darstellung sind zwei Oszillationen zu sehen, deren Maxima im Bild blau und grün gekennzeichnet sind. Die Perioden $\Delta_{n_{1,2}} B^{-1}$ sind für beide

Oszillationen in der Abbildung markiert.

Im QHE in Einzel-Lagen ist nur eine Oszillation zu sehen, welcher nach Formel (5.1) eine Ladungsträgerkonzentration n_s für das System zugeordnet werden kann. Die zweite Oszillation ist die Folge der zwei entkoppelten Lagen, wie sie bereits unter dem Lichtmikroskop gesehen wurden (Kapitel 3.1.1 und 3.1.2). Im Magnetotransport ist also eindeutig zu sehen, dass das betrachtete System aus zwei entkoppelten Graphen-Lagen besteht, die auch beide am Transport beteiligt sind, d.h. ein zweites parallel geschaltetes System, dessen Ladungsträger für eine zweite Oszillation sorgen [46, 88].

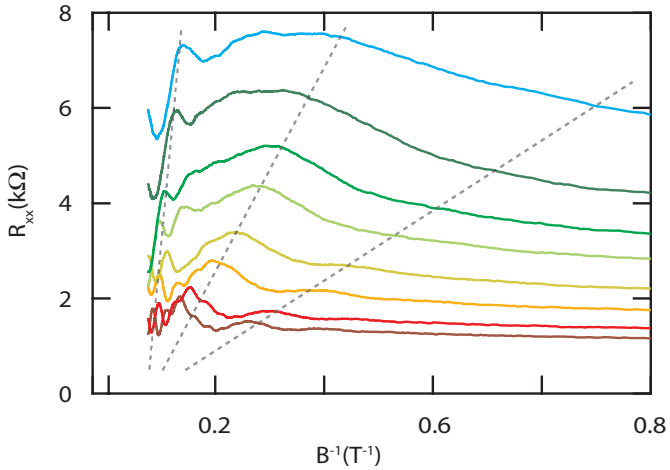

Abbildung 5.3: Einfluss der Backgate-Spannung auf den Längswiderstand R_{xx} im inversen Magnetfeld. Die Backgate-Spannung wurde von der unteren Kurve zur oberen Kurve erhöht. Aus den Oszillationen lassen sich jeweils die induzierten Ladungsträgerkonzentrationen für die verschiedenen Backgate-Spannungen berechnen (s. Abbildung 5.4).

Für die in Abbildung 5.2 gezeigte Messung bei $V_{BG} = -30$ V und $V_{TG} = 0$ V (p-p-p) ergeben sich mit Formel (5.1) Konzentrationen von $n_1 \approx 3.5 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} und $n_2 \approx 0.74 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} aus den entsprechenden Oszillationen für die jeweiligen Lagen.

Wird nun die Spannung am Backgate variiert, so sollte sich die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} und somit auch die Periode der Oszillatio-

nen ändern, denn eine Änderung von V_{BG} impliziert eine Verschiebung der Dispersion relativ zu E_F. In Abbildung 5.3 ist das für verschiedene V_{BG} dargestellt. Zu sehen ist, dass die Periode der Oszillationen in B^{-1} höher wird, wenn die Backgate-Spannung in die Nähe des CNP ($V_{BG} \approx 45$ V) kommt. Dies ist zu erwarten, denn aus einem steigenden ΔB^{-1} folgt, dass die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} abnimmt. In Abbildung 5.4 ist dieser Zusammenhang als $n_{SdH} = n_1 + n_2$ für die gezeigten Messungen dargestellt. Zum Vergleich ist die theoretische Kurve n_{th} für das Substrat[1] mit eingezeichnet, die etwas oberhalb von n_{SdH} liegt. Der Wert für n_{Hall} folgt aus der Messung des Querwiderstands R_{xy}, was im Folgenden beschrieben wird.

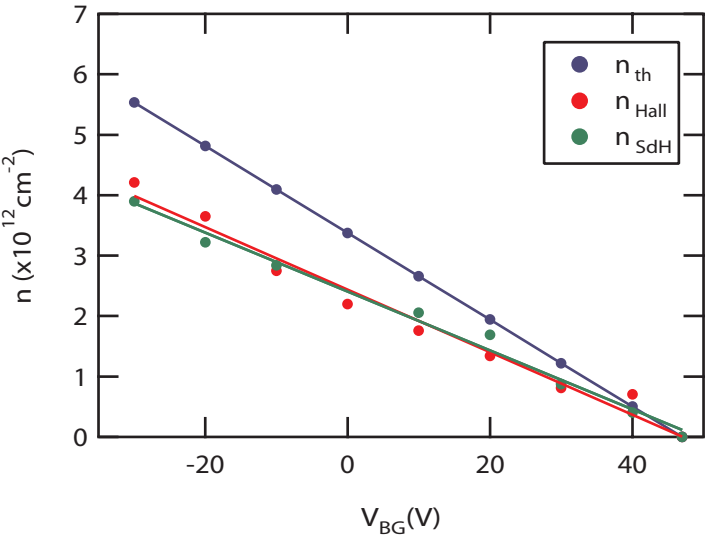

Abbildung 5.4: Ladungsträgerkonzentration in der Probe berechnet aus den SdH-Oszillationen und der Steigung der Hall-Geraden. Die theoretisch induzierte Konzentration für ein 300 nm SiO_2 Substrat ist zum Vergleich in blau mit aufgetragen. Der CNP ($n_s = 0$) liegt bei $V_{BG} \approx 47$ V.

[1] 300 nm SiO_2 mit $\varepsilon = 3.9$ nach Formel (4.2)

Hall-Widerstand

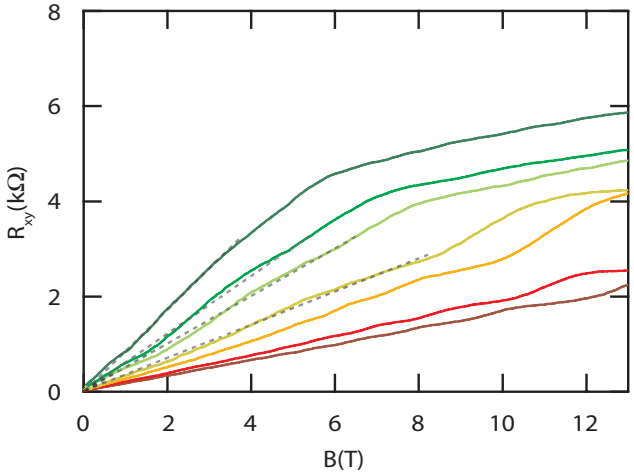

Abbildung 5.5: Einfluss der Backgate-Spannung auf den Querwiderstand im Magnetfeld. Die Backgate-Spannung wurde von der unteren Kurve zur oberen Kurve erhöht. Aus der Steigung der Hallgeraden lassen sich jeweils die induzierten Ladungsträgerkonzentrationen für die verschiedenen Backgate-Spannungen berechnen (s. Abbildung 5.4).

Der Querwiderstand R_{xy} (Abbildung 5.1 (blau)) im QHE ist gegeben durch die Spannungsdifferenz der Randkanäle an den gegenüberliegenden Seiten der Probe. Im Widerstand kommt es zu einem Anstieg, wenn die Fermi-Energie ein Landau-Level schneidet und somit ein weiterer Randkanal zum Transport beiträgt. Mit steigendem Magnetfeld steigt der Querwiderstand außerdem in Abhängigkeit von der Konzentration der Ladungsträger in der Probe. Aus der Steigung kann nach der Formel für den klassischen Hall-Effekt [47] die Ladungsträgerkonzentration mit

$$n_{Hall} = \frac{1}{e} \cdot \left(\frac{\partial R_{xy}}{\partial B} \right)^{-1} \tag{5.2}$$

ermittelt werden. Mit dieser Formel ergibt sich für R_{xy} aus Abbildung 5.1 eine Konzentration von $n_{Hall} \approx 3.9 \cdot 10^{12}$ cm^{-2}, die in der glei-

chen Größenordnung wie die Konzentration n_{SdH} ist, die aus den SdH-Oszillationen bestimmt wurde.

Für verschiedene Backgate-Spannungen ist der Querwiderstand in Abbildung 5.5 aufgetragen. Aus diesem lässt sich für verschiedene V_{BG} nun nach Formel (5.2) die Abhängigkeit $n_{Hall}(V_{BG})$ bestimmen, was in Abbildung 5.4 dargestellt ist. Die Werte aus n_{SdH} und n_{Hall} stimmen in etwa überein.

Aus den Messungen im Magnetfeld lässt sich also ein linearer Zusammenhang zwischen angelegter Gate-Spannung und induzierter Ladungsträgerkonzentration n_{BG} finden, der durch die Fitkurven in Abbildung 5.4 gekennzeichnet und im Graphen so auch zu erwarten ist.

5.2 Globale Veränderung der Ladungsträgerkonzentration durch das Backgate

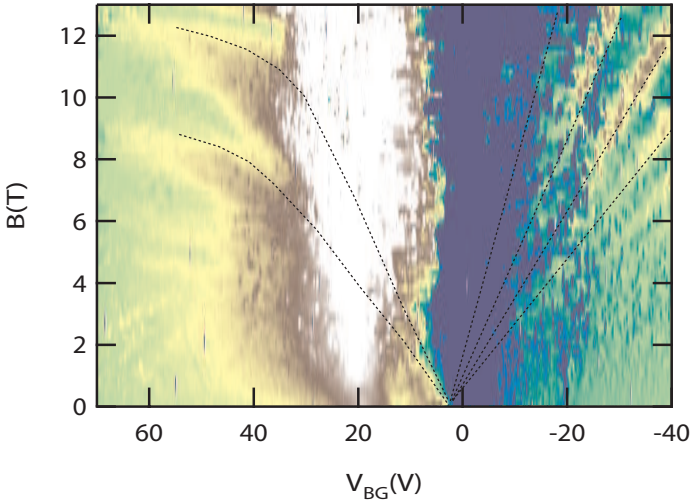

Abbildung 5.6: Ableitung des Längswiderstands in Abhängigkeit vom Magnetfeld für verschiedene Backgate-Spannungen. Angedeutet durch schwarze gestrichelte Linien ist der Landau-Fächer im Längswiderstand, der für Elektronen etwas abgeknickt ist.

Für eine weiterführende Diskussion der Gate-Abhängigkeit wird nun ein größerer und genauerer Spannungsbereich V_{BG} betrachtet. Dieser ist in Abbildung 5.6 (a) in einer Farbdarstellung gezeigt. Dargestellt ist die Ableitung des Längswiderstandes R_{xx} nach der Backgate-Spannung, also $\mathrm{d}R_{xx}/\mathrm{d}V_{BG}$, als Farbskala in Abhängigkeit von der Spannung V_{BG} am Backgate und dem Magnetfeld B. Die Spannung am Topgate wurde bei $V_{TG} = 0$ V festgehalten. Es wird die Ableitung betrachtet, da in dieser Darstellung Änderungen im Widerstand besser zu sehen sind. Ein Schnitt parallel zur Magnetfeldachse ergibt die Ableitung des Widerstands der SdH-Oszillationen, wie sie in Abbildung 5.1 als Widerstand zu sehen sind. Wird ein Schnitt parallel zur V_{BG}-Achse gemacht, ergibt sich der Feldeffekt mit Nebenmaxima, jedes Mal dann wenn E_F ein Landau-Level schneidet (an-

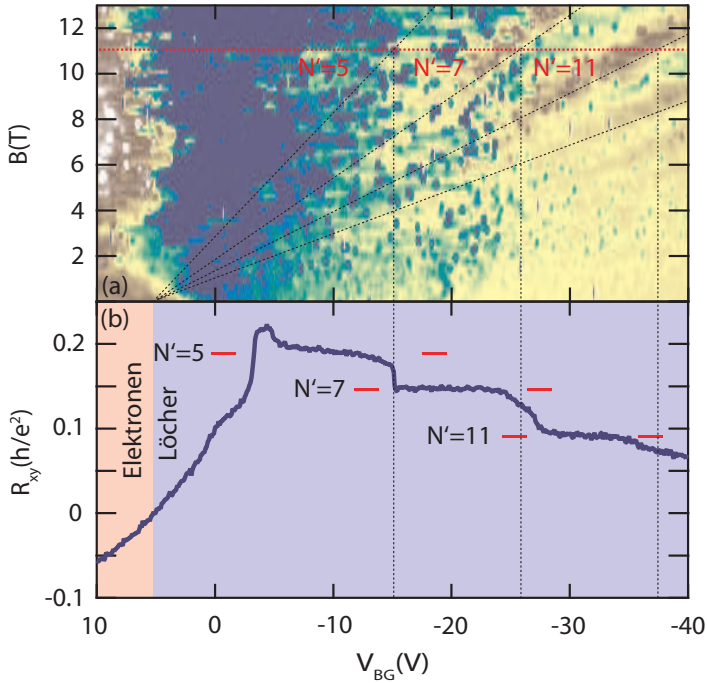

Abbildung 5.7: (a) Löcherseite des Längswiderstands R_{xx} im Magnetfeld. (b) Querwiderstand bei festem Magnetfeld in Abhängigkeit von V_{BG}. N' bezeichnet die „effektiven“ Füllfaktoren, die aufgrund der entkoppelten Lagen bei anderen quantisierten Werten auftreten, was in Abbildung 5.8 schematisch dargestellt ist.

gedeutet durch die schwarz gestrichelten Linien).

Diese Maxima sind nicht symmetrisch um den CNP, sie haben vielmehr eine Biegung auf der Elektronenseite, die durch Aufladungen im Substrat zustande kommt und abhängig von der Sweepgeschwindigkeit und -richtung ist. Im Folgenden wird deshalb nur die Löcherseite betrachtet.

Diese Übergänge zwischen den Landau-Leveln sind ebenfalls im Querwiderstand R_{xy} zu sehen, der in Abbildung 5.7 (b) dargestellt ist. Die Abbildung zeigt im oberen Teil den Längswiderstand der Löcherseite als Ausschnitt von Abbildung 5.6 und zum Vergleich einen Schnitt bei der ro-

ten gestrichelten Linie für den Querwiderstand R_{xy}. An den Stellen der Maxima in R_{xx}, erscheinen im Querwiderstand R_{xy} Plateaus, verursacht durch den Übergang von einem Landau-Level zum Nächsten. Am CNP gibt es für R_{xy} einen Nulldurchgang mit Vorzeichenwechsel, die Ladungsträger in der Probe wechseln an dem Punkt von Elektronen zu Löchern, die Fermi-Energie verschiebt sich vom Leitungsband ins Valenzband [35, 36].

Der Querwiderstand ist in Einheiten von h/e^2 aufgetragen. Nach Kapitel 2.3 werden Plateaus im Widerstand bei einem gebrochenzahligen Vielfachen des Hall-Widerstands $R_H = \frac{h}{Ne^2}$ (Formel (2.15)) erwartet, wobei die Plateaus aufgrund der Entartung für eine Einzel-Lage bei $N = 2, 6, 10, 14, 18, ...$ liegen sollten [53]. In dieser Messung sind die Plateaus jedoch verschoben, die Plateaus liegen bei Füllfaktoren von $N' = 5$, 7 und 11. N' bezeichnet einen „effektiven“ Füllfaktor, der aufgrund der im Folgenden beschriebenen Aspekte verschoben ist.

Die Verschiebung der Füllfaktoren ist eine Ursache des entkoppelten Systems. Der Querwiderstand kann in zwei Komponenten eingeteilt werden, die aus den jeweiligen Querwiderständen der einzelnen Lagen folgen und so ähnlich behandelt werden können wie zwei Widerstände in einer Parallelschaltung ($1/R^{ges} = 1/R^I + 1/R^{II}$). D.h. die gemessenen Werte der Plateaus sind eine Addition der Widerstände R_{xy} der beiden parallel geschalteten Lagen.

Ist die Ladungsträgerkonzentration (n_1/n_2) in beiden Lagen nun unterschiedlich, tritt auch die Quantisierung der Zustandsdichte beider Lagen bei anderen Spannungen auf, wodurch sich nach der inversen Addition, die Widerstände auch zu anderen Spannungen verschieben, was in Abbildung 5.8 schematisch dargestellt ist. Dadurch gibt es eine Mischung der Plateaus aus beiden Quantisierungen bei unterschiedlichen Konzentrationen n_1 und n_2. Zusätzlich kann in den beiden Lagen, der CNP durch eine unterschiedliche Dotierung bei anderen Werten liegen, wodurch sich die Quantisierungen zusätzlich gegeneinander verschieben. Schematisch ist dies in Abbildung 5.8 gezeigt.

Unter der Annahme, dass beide Lagen die gleiche Ladungsträgerkonzentration haben, würde sich nach dem Modell einer Parallelschaltung von Widerständen mit Formel (2.15), für das erste Plateau bei $N = 2$, ein Widerstand von $1/R_H = \frac{2e^2}{h} + \frac{2e^2}{h}$ ergeben, was einem Plateau von $N' = 4$ entspricht. Das erste Plateau ist in der Messung allerdings bei $N' = 5$ zu sehen, d.h. es muss einen Unterschied in den Konzentratio-

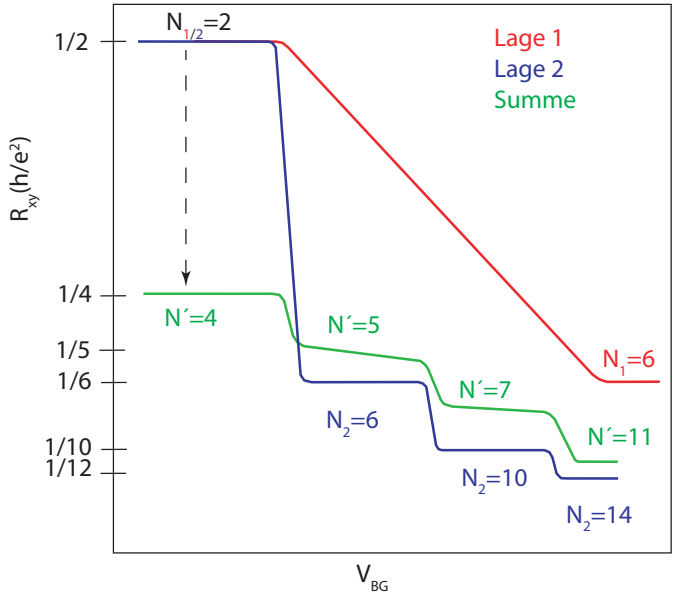

Abbildung 5.8: Kopplung („Addition“) der Halleffekte für zwei Einzel-Lagen (rot und blau) und daraus folgend die Addition (grün), die durch R_{xy} in Abbildung 5.7 gemessen wird.

nen beider Lagen geben, wodurch der Gesamtwiderstand zusätzlich kleiner wird. Für das zweite Plateau bei $N = 6$ würde sich nach gleicher Rechnung ein Plateau bei $N' = 12$ ergeben, nur geringfügig kleiner als der gemessene Wert von $N' = 11$. Diese geringfügige Abweichung und ebenso das zusätzliche Plateau bei $N' = 7$ entsteht ebenfalls durch den Unterschied der beiden Ladungsträgerkonzentrationen, wenn sich R_{xy} der einen Lage gerade zwischen den Plateaus oder bei einem anderen Füllfaktor befindet und der Querwiderstand der anderen Lage ein anderes Plateau aufweist. Der Gesamtwiderstand wird dann in dem Bereich ein Plateau bei einem verschobenen Widerstand zeigen. Genau diese Sachverhalte werden für die Messung in Abbildung 5.7 anhand des Schemas in 5.8 verdeutlicht.

Ein weiterer Effekt, der ebenfalls Einfluss auf die Lage der Plateaus hat, ist das Auftreten einer geringen Kopplung zwischen den Lagen, wodurch die

einfache Formel zur Addition von Widerständen in einer Parallelschaltung angepasst werden müsste. Insgesamt ist die Addition beider Hall-Effekte ein komplexeres Problem, da viele Parameter in den Gesamtwiderstand einfließen und die genaue Art der Wechselwirkungen für diese Probe nicht bekannt sind. Klar ist jedoch, dass die Verschiebung der Hall-Plateaus zu anderen Füllfaktoren aus der Überlagerung von zwei Hall-Effekten kommt, wie ebenfalls im Längswiderstand R_{xx} gezeigt wurde, dass die SdH-Oszillationen aus zwei Oszillationen zusammengesetzt sind.

5.3 Berry-Phase in entkoppelten Graphen-Lagen

Der grundlegende elektronische Unterschied zwischen Einzel-Lagen und Doppel-Lagen (Bilagen) wurde im Kapitel 2.3 bereits ausführlich theoretisch diskutiert. Die Bandstruktur ist eine andere und die Charakteristik im Magnetfeld ändert sich. Wie dies für das hier betrachtete umgeklappte, entkoppelte System aussieht, wird nun anhand von Magnetotransportmessungen weiter untersucht.

Einen genauen Aufschluss über die Anzahl der Lagen gibt zunächst, wie im Kapitel 2.3 bereits gezeigt, die Berry-Phase [46, 51, 53, 96]. Für eine Einzel-Lage ist die Berry-Phase $\Phi = \pi$ [51], für eine gekoppelte Doppel-Lage (Bilagen) $\Phi = 2\pi$ [53]. Sie lässt sich direkt im Magnetotransport aus den SdH-Oszillationen bestimmen, denn die Phasenverschiebung der Wellenfunktion hat direkte Auswirkungen auf den oszillierende Widerstand im Magnetfeld. Die Minima der Oszillationen, die bei bestimmten Füllfaktoren auftreten, sind für eine Einzel-Lage ($\Phi = \pi$) bei $N_{min} = 4(i + 1/2)$ zu finden, wobei sich der Füllfaktor aus $N = n_s h/eB$ ergibt und i eine ganze Zahl ist. Für eine gekoppelte Doppel-Lage würde das Minimum bei $N_{min} = 4i$ liegen.

Zur weiteren Analyse der beiden Oszillationen in dieser Probe, wird die Berry-Phase aus den Messungen in Abbildung 5.2 bestimmt. Dafür werden die Füllfaktoren $N = n_s h/eB$ berechnet, bei denen die SdH-Oszillationen ein Minimum aufweisen, wobei n_s die berechnete Ladungsträgerkonzentration aus der Oszillation ist. In Abbildung 5.9 ist das für beide Oszillationen aus Abbildung 5.1 dargestellt.

Für die kurzen Oszillationen (Abb. 5.9 (b)) ist klar zu erkennen, dass die Minima bei $N_{min} = 4(i + 1/2)$ auftreten. Das Minimum bei $N = 26$ ist nicht sichtbar, da es sich mit dem Maximum der anderen Oszillation

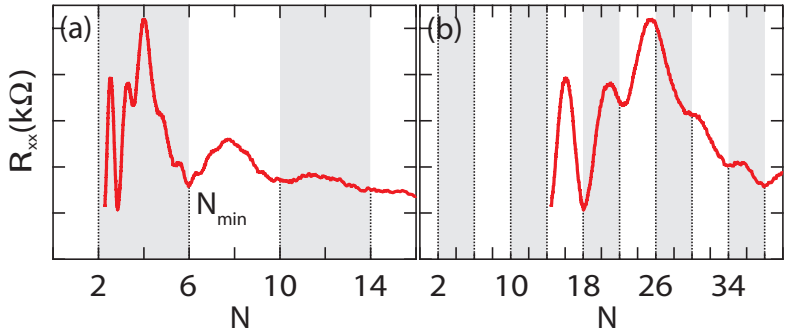

Abbildung 5.9: Längswiderstand und die zugehörigen Füllfaktoren für beide Lagen. Minima bei $\nu_{min} = 4(i + 1/2)$ weisen aufgrund der Berry-Phase von π auf zwei entkoppelte Einzel-Lagen hin.

(Abb. 5.9 (a)), die zu Füllfaktor $N = 4$ gehört, überlagert. Die Lage der Minima weist also auf eine Berry-Phase von $\Phi = \pi$ hin. Gleiches ergibt sich für die längere Oszillation in Abbildung 5.9 (a). Auch für weitere Ladungsträgerkonzentrationen, die in dieser Probe gemessen wurden, ergibt sich diese Berry-Phase.

Aus der Berry-Phase von π für beide Oszillationen ist erneut zu sehen, dass auch in diesem Bereich der Probe das System aus zwei unabhängig voneinander kontaktierten Einzel-Lagen besteht, denn beide SdH-Oszillationen zeigen bei verschiedenen Backgate-Spannungen eine Phase, wie sie für eine Einzel-Lage zu erwarten ist. Eine Kopplung der beiden Lagen ist nicht zu erkennen. Der Grund dafür ist, dass der Flake an einer der Kristall-Kanten umklappt. Im Gegensatz zu einem gekoppelten Doppel-Lagen-System (Bilagen), in welchem die π-Bindung der p_z-Orbitale gleichmäßig über die gesamte Probe, für eine elektrische Kopplung sorgt, liegen im hier betrachteten System die Kohlenstoffatome (A/B) der unteren und der umgeklappten Lage nicht zwangsläufig aufeinander und können somit keine direkte Bindung eingehen (s. auch Abbildung 3.8). Desweiteren liegen beide Lagen durch Schmutz und Luftfeuchtigkeit weiter auseinander, wodurch eine Kopplung ebenfalls unterdrückt wird.

5.4 Lokale Veränderung der Ladungsträgerkonzentration durch das Topgate

Bei Variation der Spannung am Backgate wurde im Magnetotransport eine zweite Oszillation beobachtet. Dies wird auch bei Veränderung der Spannung am Topgate zu erwarten sein und eröffnet die Möglichkeit lokal Ladungsträger in parallel geschalteten Lagen unabhängig voneinander kontrolliert zu verändern, indem beide Gates variiert werden. Um dies zu untersuchen, wird der folgende Teil der Probe, wie im Bild 5.10 zu sehen ist, analysiert.

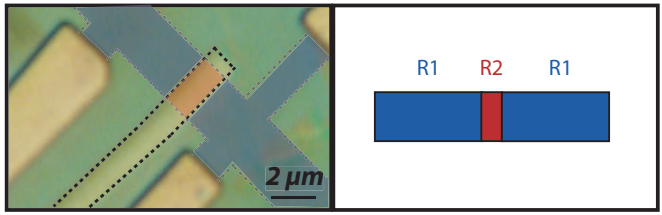

Abbildung 5.10: Gemessener Teil der Probe mit einem Gate über der Hall-Bar-Struktur, welches für den Großteil der Messung benutzt wurde. Schematisch sind im rechten Teil die drei Regionen farbig gezeigt: R1 der Bereich neben dem Topgate und R2 unter dem Topgate.

Die Backgate-Spannung wird für die folgenden Messungen jeweils auf einem festen Wert gehalten, so dass in den Regionen R1[2] die Ladungsträgerkonzentration fest eingestellt ist. In der Umgebung des Topgates — in Region R2 — wird die Ladungsträgerkonzentration über die Spannung V_{TG} variiert. Der Magnetotransport mit diesen Probenparametern ist für eine Spannung $V_{BG} = -40$ V in Abhängigkeit von V_{TG} in Abbildung 5.11 dargestellt.

Aufgetragen ist das Magnetfeld gegen die Spannung am Topgate, wobei die Farben im Teil (a) den Widerstand bzw. die Graustufen deren Ableitung $\mathrm{d}R_{xx}/\mathrm{d}V_{TG}$ im Teil (b) verdeutlichen. Blaue Farben bedeuten einen hohen und braune Farben einen niedrigen Widerstand. Maxima und Minima im Widerstand sind in dieser Darstellung nur andeutungsweise zu sehen. Damit diese besser sichtbar werden, ist im Teil (b) zusätzlich die Ableitung

[2] Die Bezeichnung der Regionen ist in Abbildung 5.10 definiert.

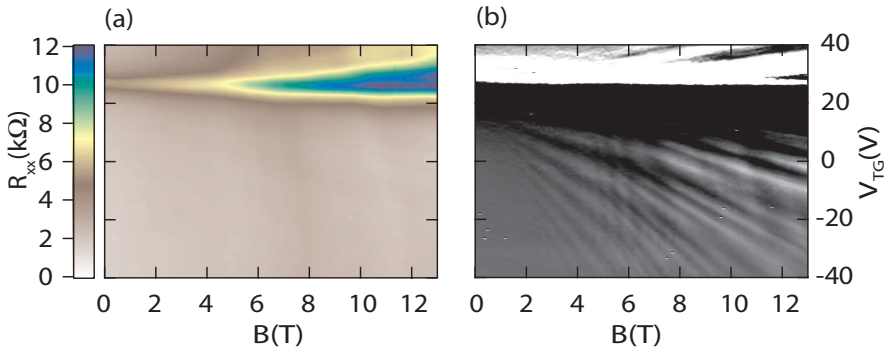

Abbildung 5.11: Längswiderstand R_{xx} (a) und die zugehörige Ableitung $\mathrm{d}R_{xx}/\mathrm{d}V_{TG}$ (b) für eine feste Spannung $V_{BG} = -40$ V am Backgate bei gleichzeitiger Variation des Magnetfeldes B und der Spannung V_{TG} am Topgate. Die Ableitung zeigt deutliche Landau-Fächer mit unterschiedlichen Steigungen. Dies deutet auf mehrere Ladungsträgerkonzentrationen in den entkoppelten Einzel-Lagen des Systems hin.

gezeigt. Weiß kennzeichnet ist ein abfallender und schwarz ein steigender Widerstand. Übergänge von weiß zu schwarz entsprechen einem Maximum im Widerstand. Diese geben in der Abbildung den Verlauf der Landau-Level im Magnetfeld wieder und werden im Folgenden als Landau-Fächer bezeichnet.

Klar zu erkennen ist, dass es zwei Arten von Landau-Fächern mit unterschiedlichem Verlauf im Magnetfeld gibt. Diese starten bei $B = 0$ T bei $V_{TG} \approx 25$ V, beim CNP der Region R2, und verschieben sich für steigende Magnetfelder linear zu höherem V_{TG}. Für einen kleinen Bereich aus der Messung ist dies in Abbildung 5.12 (a) gezeigt und durch farbige gestrichelte Linien verdeutlicht. Diese Linien zeigen die Landau-Level, deren Abstand zueinander mit steigendem Magnetfeld größer wird.

Für die Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration wird die Ableitung des Widerstands zunächst wieder über B^{-1} aufgetragen, wie in Abbildung 5.12 (b) dargestellt. Auch darin ist deutlich die Entwicklung der unterschiedlichen Landau-Level zu sehen, deren Position sich beim Verändern der Spannung am Topgate verschiebt. Zwei exemplarische Schnitte durch diese Darstellung sind in Abbildung 5.13 dargestellt, wobei hier der Wider-

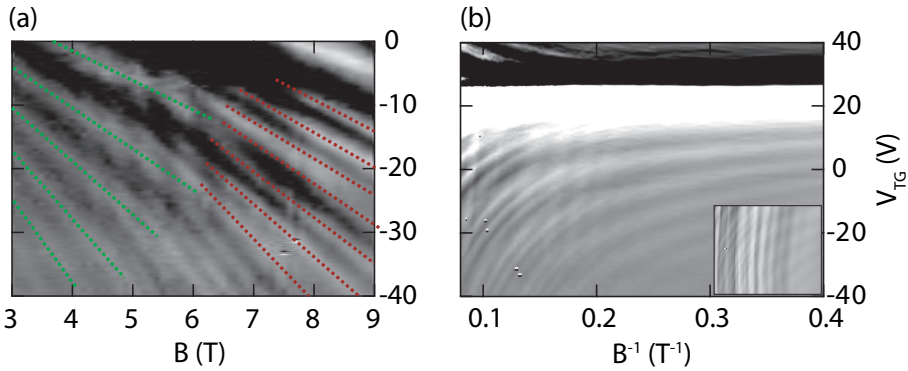

Abbildung 5.12: (a): Für einen Ausschnitt aus Abbildung 5.11 sind zwei Landau-Fächer durch gestrichelte Linien farblich gekennzeichnet. (b): Ableitung des Widerstands $\mathrm{d}R_{xx}/\mathrm{d}V_{TG}$ für ein festes $V_{BG} = -40$ V bei verändertem inversen Magnetfeld B^{-1} und V_{TG}. Die Ableitung zeigt die Oszillationen, die die Besetzung der Landau-Level angeben. Im Inset ist ein Ausschnitt der Messung zu sehen, der die Oszillationen für die Region R1 verdeutlicht.

stand betrachtet wird. Oszillationen treten bei Füllfaktoren auf, die erneut auf eine Berry-Phase von $\Phi = \pi$ hinweisen, verdeutlicht durch die grauen und weißen Bereiche. Durch das Topgate ist es also ebenfalls möglich die Ladungsträgerkonzentration n_{TG} in beiden entkoppelten Lagen einzustellen, was hier im Magnetotransport deutlich nachgewiesen werden kann [46, 88].

Da mehrere Oszillationen in einem Schnitt vorkommen, ist es z.T. schwierig anhand eines Schnittes die genaue Lage der Minima für eine bestimmte Oszillation zu bestimmen. Deshalb wurde die Messung in Abbildung 5.12 zum Vergleich hinzugenommen. Dort ist der genaue Verlauf der einzelnen Oszillationen deutlicher zu erkennen und einzelne Maxima können besser zugeordnet werden. Die Ladungsträgerkonzentrationen für beide Lagen aus den Perioden der Oszillationen in Abbildung 5.13 ergeben für die jeweiligen Schnitte: $n_1 = 9.67 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} und $n_2 = 2.15 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} für $V_{TG} = -38$ V und $n_1 = 6.9 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} und $n_2 = 1.4 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} für $V_{TG} = -20$ V.

Zusätzlich sind in dieser Messung weitere Strukturen zu erkennen, die nahezu parallel zur V_{TG} Achse verlaufen (Inset in Abbildung 5.12 (b)).

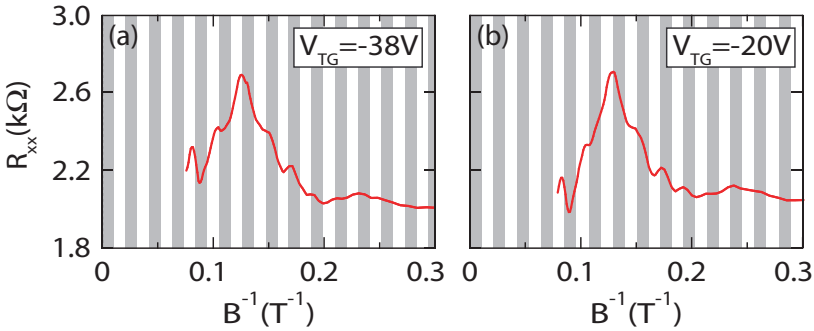

Abbildung 5.13: Exemplarische Schnitte durch den Widerstand in Abhängigkeit des inversen Magnetfeldes für verschiedene V_{TG} aus dem rechten Teil der Abbildung 5.12. Für beide Schnitte wird der Verlauf durch eine Berry-Phase von π verursacht, zu sehen am Maximum bei Füllfaktor $N = 0$. (a): $V_{TG} = -38$ V (b): $V_{TG} = -20$ V.

Aus einem Schnitt bei einer bestimmten Spannung am Topgate können daraus ebenfalls Oszillationen extrahiert und die zugehörigen Konzentrationen berechnet werden. Diese sind nur geringfügig von der angelegten Topgate-Spannung abhängig und werden folglich durch die Konzentration der Ladungsträger in den Bereichen R1 neben dem Topgate bestimmt. Auch diese Oszillationen weisen wie erwartet auf eine Berry-Phase von $\Phi = \pi$ hin. Die geringe Abhängigkeit der Oszillationen von V_{TG} ist eine Folge von nichtlokalen Effekten in der Probe. Da das Topgate sehr nah (60 nm) über dem Graphen liegt, hat dieses auch Auswirkungen auf den Bereich neben dem Topgate und verändert somit auch dort die Konzentration der Ladungsträger geringfügig.

Dotierung in den verdrehten Lagen

In Kapitel 2.2.3 wurde gezeigt, dass aufgrund der Verdrehung zweier Graphen-Lagen die Zustandsdichte etwas verändert wird. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 5.14 (a) dargestellt. Durch das Verdrehen der Lagen ändert sich die Zustandsdichte und durch unterschiedliche Dotierung der beiden Lagen verschieben sich die CNP zueinander [30, 33]. Der Unterschied in den beiden CNP ist auch in der Messung in Abbildung 5.14 (b)

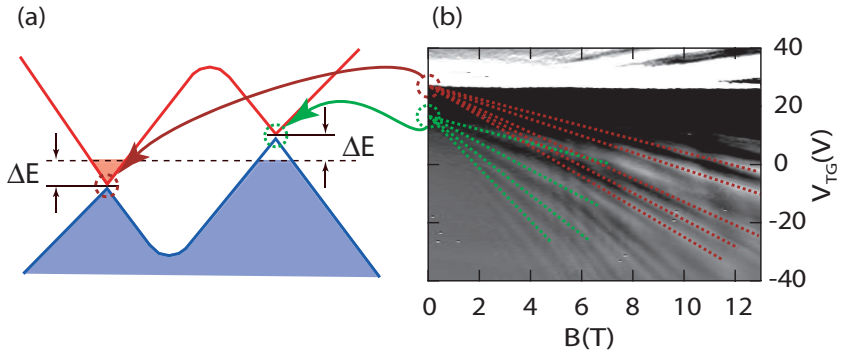

Abbildung 5.14: Bandstruktur für die obere und untere Lage mit unterschiedlichen CNP in den beiden Lagen.

zu sehen. Werden die beiden Landau-Fächer (rote und grüne Linien) zu $B = 0$ T verlängert, so ergeben sich zwei leicht unterschiedliche CNP. Für die obere Lage (rot) ist der CNP sehr deutlich zu erkennen, während der CNP der unteren Lage (grün) nur durch Verlängerung des Landau-Fächers extrahiert werden kann. Er hat eine Abweichung von $\Delta V_{TG} \approx 10$ V, was in der Abbildung 5.14 (a) dem Abstand $2{\cdot}\Delta E$ entspricht, d.h. $2{\cdot}\Delta E \sim e{\cdot}10$ V.

5.5 Unabhängige Variation der Ladungsträger mit Topgate und Backgate

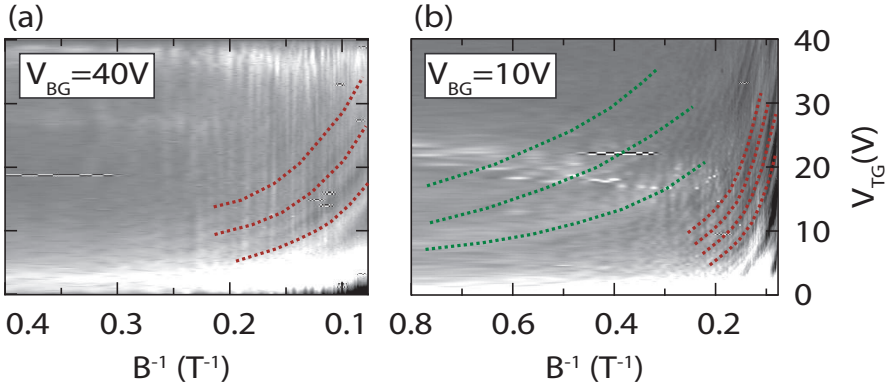

Abbildung 5.15: Messungen des Magnetotransportes in B^{-1} abhängig von der Topgate-Spannung für verschiedene Backgate-Spannungen nahe dem CNP. (a) $V_{BG} = 40$ V (b) $V_{BG} = 10$ V. Für $V_{BG} = 40$ V ist nur eine Art von Oszillationen zu sehen, eine zweite Oszillation fehlt aufgrund von Abschirmung. Wird das Gate auf 10 V gestellt, ist die Fermi-Energie in der unteren Lage weit genug vom CNP entfernt, d.h. es können Elektronen durch das Topgate in die untere Lage induziert werden, Oszillationen mit sehr langer Periode (gestrichelte Linie) bilden sich aus.

Wird die gleiche Messung nun für eine andere Spannung am Backgate nahe des CNP durchgeführt, ergibt sich der Verlauf, wie er in Abbildung 5.15 (a) dargestellt ist. Auffällig ist, dass bei dieser Einstellung nur noch eine Oszillation zu sehen ist, angedeutet durch die roten Linien in der Abbildung. Der Grund dafür ist, dass nicht nur das Topgate, sondern auch das Backgate einen Einfluss auf den Bereich R2 hat. Verdeutlicht wird dies in Abbildung 5.16. Das Topgate hat durch die Abschirmung der oberen Lage einen geringeren Einfluss auf die untere Lage (n_{22}) und umgekehrt hat das Backgate eine geringere Auswirkung auf die obere Lage (n_{21}).

Wird die Backgate-Spannung nun so eingestellt, dass sich die Fermi-Energie nahe des CNP in R1 befindet, so hat dies auch Auswirkungen auf den Flake in R2, da das Backgate global auf den gesamten Flake wirkt (Abbildung 5.16). Bei Veränderung der Topgate-Spannung wird dann vor

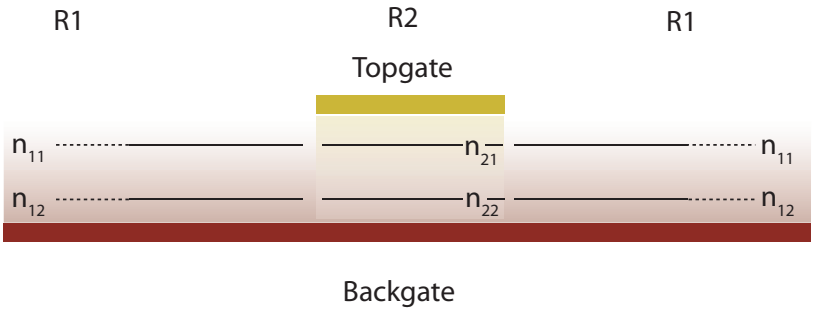

Abbildung 5.16: Einfluss der Gates auf die Regionen und Lagen im Graphen.

allem die Konzentration n_{21} in der oberen Lage in der Region R2 verändert. Diese Veränderung ist in den Oszillationen in Abbildung 5.15 (a) zu sehen. Die untere Lage n_{22} in Region R2 wird, aufgrund der Abschirmung durch die obere Lage, weniger vom Topgate, dafür aber maßgeblich von der Einstellung am Backgate beeinflusst. Da dieses so eingestellt ist, dass sich die Fermi-Energie nahe des CNP befindet, ist die Konzentration sehr gering. Dadurch haben die SdH-Oszillationen eine sehr lange Periode, die größer ist, als der Magnetfeldbereich B in dem gemessen wurde.

Für die Messung in Abbildung 5.15 (b) wurde die Backgate-Spannung etwas weiter weg vom CNP eingestellt ($V_{BG} = 10$ V) und somit die Fermi-Energie ins Valenzband verschoben. Bei dieser Spannung erscheint wieder eine zweite Oszillation. Die untere Lage (n_{22}) wurde durch Erhöhen von V_{BG} also wieder mit Ladungsträgern gefüllt, die geringe Veränderung von n_{22} durch das Topgate ist wieder in den Messungen zu sehen (grüne Oszillationen in Abbildung 5.15 (b)).

Es ist also möglich durch diese Anordnung der Gates die Konzentration in den beiden Lagen unabhängig voneinander einzustellen, was interessant ist, um Transport in einem Elektron-Loch Plasma [109] für den Fall zu studieren, dass in der oberen Lage Elektronen und in der unteren Löcher eingestellt sind. Dafür sind allerdings im Graphen Temperaturen nötig, die bisher schwer zu erreichen sind, was in Referenz [110, 111] diskutiert wird. Weiterhin eröffnet das die Möglichkeit senkrechten Transport durch die Lagen zu messen, indem die Lagen zum einen unabhängig voneinander kontaktiert werden und zum anderen durch die Gates einen Spannungsun-

terschied in oberer und unterer Lage eingestellt wird. Dadurch können z.B. Nanopartikel oder anderen Materialien, die vorher kontrolliert zwischen die Lagen gebracht wurden, charakterisiert werden.

5.6 Abschirmung und Kompressibilität

Im Verlauf des Kapitels wurden in Abhängigkeit von der Spannung am Backgate (Kapitel 5.1) und am Topgate (Kapitel 5.4) die induzierten Ladungsträgerkonzentrationen bestimmt. Werden die Werte $n_{ges} = n_1 + n_2$ aus den Messungen im Magnetotransport mit den theoretisch zu erwartenden Werten n_{th} nach Formel (4.2) verglichen, wie es in Abbildung 5.4 gezeigt wurde, so weichen diese voneinander ab. Eine Erklärung für diese Abweichung wird im Folgenden gegeben und dabei auf die Unterschiede in den Konzentrationen eingegangen.

In Kapitel 5.1 (Abbildung 5.2) wurden Konzentrationen von $n_1 \approx 3.5 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} und $n_2 \approx 0.74 \cdot 10^{12}$ cm^{-2} für die jeweiligen Lagen berechnet. Die Konzentrationen unterscheiden sich um einen Faktor von $n_1/n_2 \approx 4.7$. Dieser Unterschied kommt durch die Abschirmung des elektrischen Feldes vom jeweiligen Gate. Das heißt, wird ein elektrisches Feld durch eine Spannung am Backgate in der Probe erzeugt, so „sieht“ die untere Lage ein größeres Feld, als die obere umgeklappte Lage [112–115]. Das kommt daher, dass die obere Lage etwas separiert von der unteren ist und so ein Großteil der Ladungen in der unteren Lage induziert wird, während in der obere Lage weniger Ladungen „ankommen“. „Obere“ und „untere“ Lage bezieht sich auf die relative Position vom jeweilig betrachteten Gate. Dies ist vergleichbar mit dem Prinzip eines Faraday'schen Käfigs, wobei im entkoppelten System die untere Lage die obere nicht komplett abschirmt.

Neben der Abschirmung ergibt sich im hier betrachteten System eine weitere Abweichung in den Werten der Gesamtkonzentration. Zu erwarten ist, dass der theoretische Wert n_{th} für das 300 nm SiO_2-Substrat gleich der Summe $n_{ges} = n_1 + n_2$ aus der Messung der beiden einzelnen Lagen ist. Für das Beispiel oben, sieht das folgendermaßen aus

$$n_{ges} = n_1 + n_2 = 4.24 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$$
$$n_{th} = 5.53 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}.$$

Tatsächlich ist n_{th} also offensichtlich ca. 1.3 Mal so hoch wie der gemessene Wert, was hier durch die Kompressibilität bzw. die damit verknüpfte Quantenkapazität begründet werden kann, die im Kapitel 2.2.4 bereits theoretisch beschrieben wurde. Mit den aus dem Magnetotransport bestimmten Ladungsträgerkonzentrationen lässt sich diese Quantenkapazität C_Q wie folgt bestimmen:

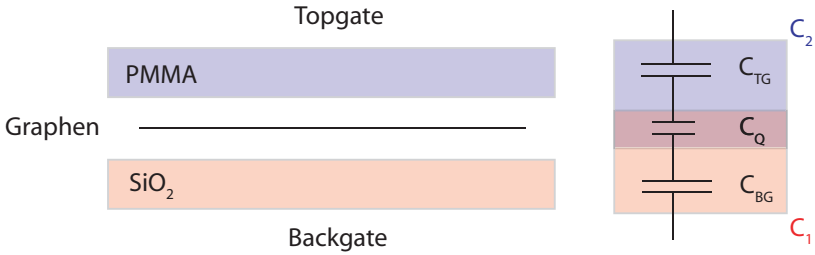

Abbildung 5.17: Beteiligte Kapazitäten in der Probe, die sich durch die Kompressibilität des 2D Graphen-Systems ergeben.

Die Kompressibilität sorgt in der Probe für einen zusätzlichen Beitrag zur Kapazität, wie es in Abbildung 5.17 schematisch dargestellt ist und durch die Formel (2.13) beschrieben werden kann [39–41, 43, 45, 116]. Ist n_{ges} aus den Messungen bekannt, können zunächst mit Formel (2.12) die Gesamt-Kapazitäten $C_{1,2}$ für das jeweilige Gate berechnet werden. Für die oben genannten Werte ergibt sich eine Kapazität von $C_1 = 8.8$ nF/cm^2. Aus den Messungen mit dem Topgate konnten ebenfalls Ladungsträgerkonzentrationen n_1 und n_2 bestimmt werden, aus denen eine Kapazität von $C_2 = 28.8$ nF/cm^2 (s. Abbildung 5.17) resultiert.

Aus Formel (2.13) kann nun mit diesen Kapazitäten die Quantenkapazität C_Q berechnet werden. Aus C_1 ergibt sich eine Kapazität von $C_Q = 37.5$ nF/cm^2 während aus C_2 eine Kapazität von $C_Q = 51$ nF/cm^2 folgt. Die Werte müssten nach dem Schema 5.17 eigentlich gleich sein, denn beide Gate-Kapazitäten werden durch das gleiche C_Q beeinflusst. Der Unterschied kann wie folgt begründet werden.

Zum einen wird in der Berechnung von C_Q die geometrische Kapazität benutzt, die einen gewissen Fehler dadurch hat, dass sich zwischen Dielektrikum und Graphen Ablagerungen von Wasser befinden können. Zum

anderen kann die Dicke der dielektrischen Schicht bis zu 10 % variieren, wodurch zusätzliche Abweichungen auftreten.

Weiterhin ist die Quantenkapazität aber auch von der Zustandsdichte $D(E_F)$ abhängig und die Fermi-Energie E_F ist abhängig von der Spannung an den Gates. Das heißt, durch eine unterschiedliche Einstellung der Gates ergibt sich bei einer Zustandsdichte, die nicht konstant ist, auch zwangsläufig eine andere Quantenkapazität [43, 116]. Da die Werte für C_1 und C_2 bei leicht unterschiedlichen Fermi-Energien und zusätzlich an zwei verschiedenen Gates gemessen wurden, ergeben sich dadurch geringfügige Unterschiede in den Werten für C_Q. Dies wird in den folgenden Absätzen detaillierter untersucht.

Um die Abhängigkeit von der Ladungsträgerkonzentration bzw. der Lage der Fermi-Energie in der Zustandsdichte näher zu analysieren, wird im Folgenden die Quantenkapazität nach Formel (2.13) in Abhängigkeit von der Spannung V_{TG} am Topgate ermittelt. Dazu wird zunächst die Ladungsträgerkonzentration n_{SdH} aus den SdH-Oszillationen aus Abbildung 5.12 für unterschiedliche Spannungen am Topgate bestimmt. Dies ist in Abbildung 5.18 gezeigt. Die berechneten Werte sind im Inset als grüne Gerade dargestellt. Die blaue Gerade ist die theoretische Kurve, die aus der geometrischen Kapazität für das Topgate folgt. Es ist zu sehen, dass beide Geraden eine unterschiedliche Steigung aufweisen, was aufgrund der Kompressibilität des Systems folgt und auch schon in der Abhängigkeit vom Backgate gezeigt wurde (s. Abbildung 5.4).

Mithilfe der berechneten Werte kann nun aus Formel (2.13) die Quantenkapazität C_Q für jeden einzelnen Punkt des Insets 5.18 bestimmt werden. Dies ist im Hauptteil der Darstellung durch die roten Quadrate verdeutlicht. Für niedrige V_{TG}, also für eine hohe Löcherkonzentration liegt C_Q im Bereich zwischen 50 nF/cm^2 und 60 nF/cm^2 unterhalb der geometrischen Kapazität C_{TG}. Im weiteren Verlauf ist klar zu sehen, dass die Quantenkapazität zunächst geringfügig ansteigt um dann in der Nähe des CNP auf etwa die Hälfte abzufallen.

Für den CNP kann dabei aus den SdH-Oszillationen keine Ladungsträgerkonzentration und damit auch kein C_Q bestimmt werden. Der eingezeichnete Wert am CNP kann allerdings wie folgt abgeschätzt werden. In Kapitel 4.3 wurde in Abbildung 4.9 die Kopplung der beiden Gates aufgezeigt und daraus ein Faktor $C_{TG}/C_{BG} = 1.9$ bestimmt. Damit kann die Quantenkapazität C_Q mit Formel (4.4) und (2.13) für den CNP her-

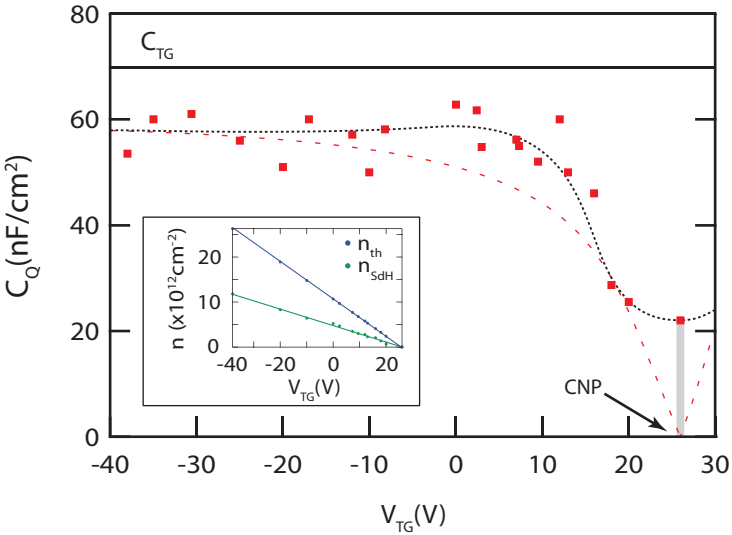

Abbildung 5.18: Die Abbildung zeigt als rote Quadrate die Quantenkapazität C_Q in Abhängigkeit von der Spannung am Topgate. Der grobe Verlauf ist durch die schwarze gestrichelte Linie verdeutlicht, die in der Nähe des CNP abfällt, was aufgrund der sich veränderten Zustandsdichte auch zu erwarten ist. Die rote gestrichelte Linie stellt den theoretischen Fit dar, der aufgrund der linearen Zustandsdichte erwartet wird. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt die geometrische Kapazität C_{TG} des Topgates. Im Inset ist die Ladungsträgerkonzentration aus den SdH-Oszillationen n_{SdH} und aus der geometrischen Kapazität n_{th}, in Abhängigkeit von der angelegten Spannung am Topgate dargestellt.

geleitet werden. Aus Formel (2.13) folgt zunächst für die geometrischen Gate-Kapazitäten $C_{BG,TG}$

$$C_{BG/TG} = \frac{C_{1/2} \cdot C_Q}{C_Q - C_{1/2}}, \tag{5.3}$$

wobei $C_{1/2}$ die gemessenen Kapazitäten des jeweiligen Gates sind (s. Abbildung 5.17). Wird dieser Zusammenhang in Formel (4.4) eingesetzt, so folgt für die induzierte Ladungsträgerdichte der entsprechenden Gates

$$\begin{aligned} n_2 \cdot e &= C_{BG} \cdot (V_{BG} - V_{BG}^0) + C_{TG} \cdot (V_{TG} - V_{TG}^0) \\ &= \tfrac{C_1 \cdot C_Q}{C_Q - C_1} \cdot (V_{BG} - V_{BG}^0) + \tfrac{C_2 \cdot C_Q}{C_Q - C_2} \cdot (V_{TG} - V_{TG}^0). \end{aligned} \tag{5.4}$$

Aus dieser Formel folgt für $n_2 = 0$, also aus der relativen Steigung zwischen V_{TG}^0 und V_{BG}^0, die dem oben bestimmten Faktor 1.9 entspricht, eine Kopplung der beiden Gates von

$$\frac{V_{BG} - V_{BG}^0}{V_{TG} - V_{TG}^0} = -\frac{C_2(C_Q - C_1)}{C_1(C_Q - C_2)} = 1.9. \tag{5.5}$$

Sind also die resultierenden Kapazitäten C_1 und C_2 bekannt, so kann mit diesem Zusammenhang die Quantenkapazität des Systems aus der Steigung der CNP aus Abbildung 4.9 abgeschätzt werden, die Formel gibt daher die Eigenschaften des Systems am CNP wieder. Damit kann nun der Wert für den CNP bestimmt werden. Für die oben berechneten Kapazitäten $C_1 = 8.8$ nF/cm^2 und $C_2 = 28.8$ nF/cm^2 ergibt sich $C_Q = 27.1$ nF/cm^2.

Der grobe Verlauf des gesamten Bereichs ist in der Abbildung 5.18 durch die schwarze gestrichelte Linie verdeutlicht. Die rote gestrichelte Linie zeigt den erwarteten Verlauf, der sich aus der Abhängigkeit der Zustandsdichte $D(E_F)$ von der Ladungsträgerkonzentration bzw. der Spannung am Topgate ergeben würde. Der schwarze Verlauf lässt sich wie folgt erklären.

Für hohe Ladungsträgerkonzentrationen (hohe negative Spannungen V_{TG}) stehen an der Fermi-Energie viele Zustände zur Verfügung und aufgrund der Proportionalität $D(E_F) \sim C_Q$ nimmt auch die Quantenkapazität einen hohen Wert an, der im betrachteten Bereich zwischen 50 nF/cm^2 und 60 nF/cm^2 liegt. Im weiteren Verlauf steigt C_Q zunächst etwas an und fällt dann am CNP auf etwa die Hälfte ab. Für ein Graphen-System wäre theoretisch zu erwarten, dass C_Q am CNP einen Wert von Null annimmt, da dort auch die Zustandsdichte verschwindet. Im hier betrachteten System ist allerdings durch die Entstehung von Elektron-Loch-Puddles am CNP und durch die Verdrehung der Lagen die Zustandsdichte nicht Null. Aus dem Grund kommt es lediglich zu einer Unterdrückung der Quantenkapazität. Im Vergleich zu den hier errechneten Werten liegt in Doppel-Lagen-Systemen der Wert von C_Q am CNP in etwa eine Größenordnung niedriger, als bei hohen Ladungsträgerkonzentrationen wie in Referenz [43] beschrie-

ben. Der Unterschied zu gekoppelten Doppel- oder Einzel-Lagen-Systemen ist der, dass die Zustandsdichte hier durch die Verdrehung der Lagen nicht so stark unterdrückt ist (s. Kapitel 2.2.3). Aufgrund dessen fällt C_Q nur auf die Hälfte ab. Allgemein liegen die absoluten Werte der Kompressibilität für $n_s \gg 0$ aus der Literatur [37, 43, 44] in etwa eine Größenordnung höher, als die hier gemessenen. Dieser Unterschied wird ebenfalls durch die Entkopplung der Lagen und der damit verbundenen Änderung der Zustandsdichte verursacht.

Im Bereich zwischen CNP und hohen negativen Spannungen zeigt der Verlauf einen kleinen Anstieg in C_Q, der ein Hinweis auf die Veränderung der Zustandsdichte durch die Verdrehung der Lagen sein könnte, verursacht durch die Verschiebung der CNP beider Lagen durch eine unterschiedliche Dotierung.

Aus den Kapazitäten C_1 und C_2 kann nun auch der Wert für die Mobilität der Graphen-Probe genauer bestimmt werden. Als Grundlage zur Berechnung der Mobilitäten dienten in den Kapiteln 4.1 (Seite 65) und 4.3 (Seite 68) die geometrischen Kapazitäten C_{BG} bzw. C_{TG}, wobei sich Werte von $\mu = 900\ \mathrm{cm^2/V \cdot s}$ aus dem Feldeffekt des Backgates und $\mu = 250\ \mathrm{cm^2/V \cdot s}$ aus dem Topgate ergeben haben. Wird nun die Kompressibilität berücksichtigt und so der Wert der Kapazität um die Quantenkapazität erweitert, so ergeben sich Mobilitäten von $\mu = 1100\ \mathrm{cm^2/V \cdot s}$ für das Backgate und $\mu = 950\ \mathrm{cm^2/V \cdot s}$ für das Topgate. Damit liegen beide Werte in der gleichen Größenordnung.

5.7 Transport im nullten Landau-Level

Neben den zwei Oszillationen zeigt die Magnetfeldabhängigkeit noch eine weitere interessante Eigenschaft. Wird das Maximum im Widerstand am CNP — R^0_{xx} — in Abhängigkeit vom Magnetfeld betrachtet so ergeben sich die in Abbildung 5.19 gezeigten Schnitte. Zu sehen ist, dass der Widerstand am CNP mit dem Magnetfeld steigt. Dies ist in zwei Messungen bei unterschiedlicher angelegter Backgate-Spannung V_{BG} gezeigt. Bei der schwarzen Kurve ist die Backgate-Spannung so eingestellt, dass sich im gesamten System sehr wenige Ladungsträger befinden, wodurch der Widerstand am CNP höhere Werte annimmt, als für den roten Graphen, bei dem das Backgate für hohe Konzentrationen in den Regionen neben dem Topgate sorgt. In beiden Kurven ist aber der steigende Widerstand am

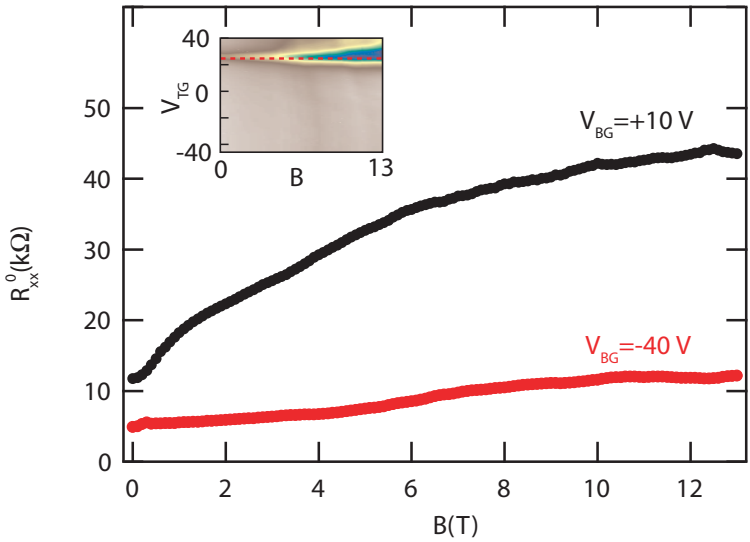

Abbildung 5.19: Widerstand R_{xx}^0 im nullten Landau-Level in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

CNP mit dem Magnetfeld zu sehen, wobei R_{xx}^0 in beiden Fällen auf mehr als das Dreifache ansteigt.

Ursachen für diesen Anstieg gibt es mehrere. Eine ist das Auftreten eines entarteten nullten Landau-Levels, eine einzigartige Eigenschaft des Graphen [50, 57, 117]. Die Landau-Level für $N \geq 1$ im Graphen sind wie in der Theorie erläutert vierfach entartet und können mit Elektronen oder Löchern gefüllt werden, je nach Lage der Fermi-Energie E_F, wohingegen das nullte Landau-Level zweifach entartet und halb mit Elektronen und halb mit Löchern der entgegengesetzten Chiralität gefüllt ist.

Durch Anlegen eines Magnetfeldes ist es nun möglich die Entartung aufzuheben. Das führt zu einem erhöhten Widerstand am CNP, da an diesem Punkt die Zustandsdichte durch die Aufspaltung sinkt. Für ausreichend hohe Magnetfelder ist ein isolierender Zustand zu erwarten, wie es in Referenz [50, 117] bei Magnetfeldern oberhalb von 15 T gesehen wurde. Die Widerstände steigen dabei bei Magnetfeldern von bis zu 30 T in den Bereich einiger Megaohm. Da an dieser Probe nur bis 13 T gemessen werden

konnte, bleibt am CNP ein endlicher Widerstand im Bereich einiger Kiloohm, da bei 13 T noch immer viele Zustände zum Besetzen vorhanden sind.

Ein anderer Effekt ist in Referenz [57] beschrieben. In dieser wird der Anstieg des Widerstands mit einem Phasen-Übergang zu einem geordneten Zustand im hohen Magnetfeld begründet, wodurch sich der Widerstand verändert. Insgesamt ist das Verhalten der Ladungsträger im Bereich des nullten Landau-Levels allerdings noch Teil der aktuellen Forschung, weshalb über die genaue Ursache dieses Anstiegs im hier betrachteten System keine klare Aussage gemacht werden kann.

5.8 Zusammenfassung

In Transport-Messungen im Magnetfeld konnte in der Probe mit entkoppelten Graphen-Einzel-Lagen gezeigt werden, dass sich durch Topgate und Backgate die Ladungsträgerkonzentrationen in beiden Lagen einstellen lassen. Zu sehen ist das im Längswiderstand durch zwei Shubnikov-de Haas-Oszillationen mit unterschiedlicher Periode und im Querwiderstand durch die Quantisierung, die bei verschobenen Füllfaktoren auftritt.

Aus der Phasenverschiebung der SdH-Oszillationen konnte die Berry-Phase des Systems bestimmt werden. Diese zeigt eindeutig, dass es sich im hier untersuchten System um zwei entkoppelte Einzel-Lagen handelt. Durch die Entkopplung ist es möglich mittels der Spannung an den Gates die Ladungsträgerkonzentration in den Lagen unabhängig voneinander einzustellen, wobei durch die Abschirmung der Einfluss der beiden Gates auf die jeweils näher liegende Graphen-Lage größer ist. Dies konnte in den Messungen ebenso gezeigt werden wie eine Verschiebung der CNP der beiden Lagen, aufgrund unterschiedlicher Dotierung.

Weiterhin konnte aus den berechneten Ladungsträgerkonzentrationen der SdH-Oszillationen der Einfluss der Kompressibilität gezeigt werden. Daraus lies sich eine Quantenkapazität bestimmen, die abhängig von der Zustandsdichte bei der Fermi-Energie ist. Erklärt werden konnte das in Abhängigkeit von der Spannung am Topgate, durch das die Ladungsträgerkonzentration bzw. die Fermi-Energie in der Zustandsdichte verschoben werden konnte. Es wurde eine klare Unterdrückung der Quantenkapazität und damit der Zustandsdichte im Bereich des CNP festgestellt. Die dabei berechneten Quantenkapazitäten, waren in etwa eine Größenordnung kleiner, als die aus der

Literatur für Einzel-Lagen- bzw. gekoppelte Doppel-Lagen-Systeme, was dadurch begründet werden konnte, dass sich durch die Entkopplung und Verdrehung der beiden Lagen die Zustandsdichte verändert.

Die Entkopplung der beiden Lagen eröffnet die Möglichkeiten der Untersuchung von unter anderem Isospinstreuung [118] oder eines Elektron-Loch-Plasmas [110, 119, 120], wie es in Halbleiterheterostrukturen [109, 121–124]) schon untersucht wurde. Dieses entsteht, wenn z.B. in der oberen Lage Elektronen und in der unteren Lage Löcher eingestellt werden.

6 Universelle Leitwertsfluktuationen in Graphen

Wird in einem diffusen, ungeordneten System die Leitfähigkeit oder der Widerstand in Abhängigkeit eines Parameters, wie dem Magnetfeld oder der Fermi-Energie gemessen, so treten zufällige aber reproduzierbare Veränderungen (Fluktuationen) im Signal auf. Diese sogenannten universellen Leitfähigkeitsfluktuationen (**U**niversal **C**onductance **F**luctuations = UCF) werden neben der schwachen Lokalisierung durch **Quanteninterferenzen** von phasenkohärenten Elektronen verursacht. Charakteristische Größen der Fluktuationen sind dabei die Phasenkohärenzlänge L_φ oder die Abmessung L des betrachteten System, je nachdem welche der beiden Längen kleiner ist.

Fluktuationen wurden in ungeordneten mesoskopischen Systemen theoretisch ausführlich beschrieben [125–129] und auch in Experimenten nachgewiesen [130–135]. Die Schwache Lokalisierung [135] wird dabei durch die Überlagerung von hin- und rücklaufenden Elektronen auf einem bestimmten Pfad verursacht, vergleichbar mit der Ursache der Oszillationen in einem Quantenring [129]. UCF werden allerdings durch eine andere Art von Wechselwirkung hervorgerufen.

Werden Ladungsträger im 2D-System in einem Feld zwischen Punkt A und B beschleunigt, so können sie eine Anzahl von N_P verschiedenen Pfaden zwischen diesen beiden Punkten zurücklegen, so wie es in Abbildung 6.1 (a) gezeigt ist. Die Leitfähigkeit des Systems ist dann nach Landau-Büttiker [136] gegeben durch die Summe aller Pfade, die als eindimensionale (1D) Kanäle betrachtet werden können, wovon jeder Kanal genau ein Leitfähigkeits-Quantum e^2/h mit sich bringt. Die Leitfähigkeit G ist dann gegeben durch

$$G = N_P \cdot \frac{e^2}{h}. \tag{6.1}$$

Die Anzahl der zum Transport beitragenden Pfade N_P, ist durch die geometrische Ausdehnung gegeben, kann aber durch Parameter wie der

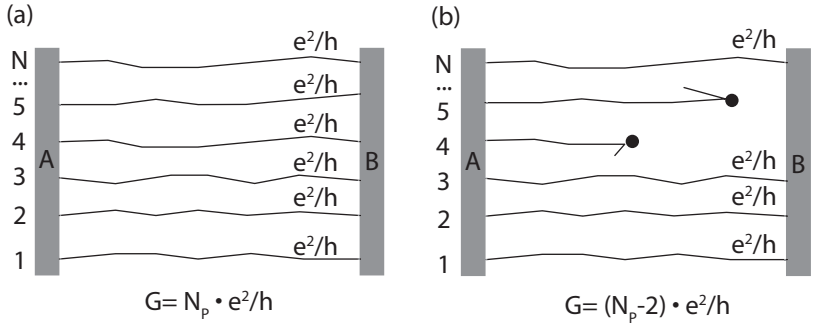

Abbildung 6.1: (a) N_P Kanäle, die alle zur Leitfähigkeit G im elektrischen Feld zwischen Punkt A und B beitragen. Jeder Pfad liefert ein Leitfähigkeits-Quantum $\frac{e^2}{h}$. (b) Die Leitfähigkeit ist durch zwei elastische Streuzentren zwischen A und B um $(N_P - 2) \cdot \frac{e^2}{h}$ unterdrückt, da nur noch N_P-2 Kanäle zum Transport beitragen.

Fermi-Energie oder dem Magnetfeld verändert werden. Treten bei einer festen Fermi-Energie keine Störungen auf, so können alle Pfade N_P zum Transport beitragen. Kommt es aber z.B. durch ein lokales Streuzentrum in irgendeinem der N_P Kanäle zu einem elastischen Prozess, so trägt dieser Kanal nicht mehr zur Leitfähigkeit bei und G ist um e^2/h reduziert, wie in Abbildung 6.1 (b) zu sehen.

Wird dann durch Veränderung von E_F eine andere Anzahl von Pfaden „eingestellt“, so wird auch die Zahl der elastischen Streuprozesse verändert, was sich in der Messung durch eine Fluktuation in der Leitfähigkeit zeigt. Da die Streu-Zentren für eine spezifische Probe immer für die selben Kanäle auftreten, sind die Fluktuationen reproduzierbar. Die Streu-Zentren selber sind allerdings statistisch über die Probe verteilt, wodurch die Fluktuationen in zufälligen Kanälen also bei zufälligen Fermi-Energien von Probe zu Probe auftreten.

Weiterhin sind bei $T = 0$ K die Fluktuationen unabhängig von der Größe der Probe und dem Grad der Unordnung und werden deshalb als „universell“ bezeichnet [130, 131]. Für hohe Temperaturen werden die UCF unterdrückt und auch andere Rauschsignale, wie thermisches Rauschen können sich den UCF überlagern. Für metallische zweidimensionale Systeme ist die Amplitude der Fluktuationen für $T = 0$ K in der Größenordnung

von e^2/h [125, 126, 133]. Im Graphen hingegen wird eine etwas niedrigere Amplitude erwartet. Die Ursache dafür ist, dass im Gegensatz zu einem metallischen System, im Graphen aufgrund der Chiralität der Ladungsträger zusätzliche elastische Streuprozesse wie „inter-valley-“ oder „intra-valley-“Streuung auftreten können, die an den Pseudospin gebunden sind, wodurch zusätzliche Quanteninterferenzen auftreten, die das Signal unterdrücken [127, 133, 137, 138].

6.1 Charakterisierung der UCF

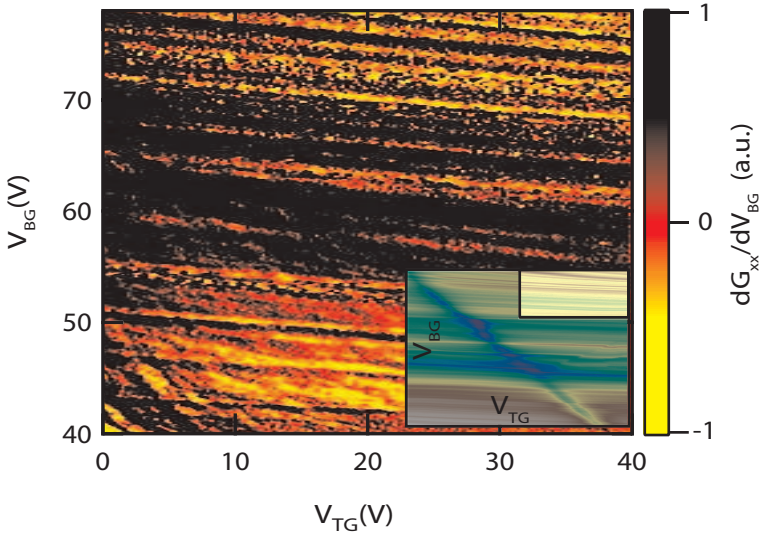

Abbildung 6.2: Ausschnitt für einen Bereich der Messung, die im Inset dargestellt ist. Der Leitwert zeigt in Abhängigkeit von der Spannung am Topgate V_{TG} und Backgate V_{BG} Fluktuationen, die nahezu parallel zu V_{TG} verlaufen.

Im Folgenden werden an der Probe, die in den letzten Kapiteln im Magnetfeld und bei unterschiedlichen Konfigurationen charakterisiert wurde, die Fluktuationen im Leitwert näher untersucht. In der Probe ist es möglich durch ein Topgate lokal die Ladungsträgerkonzentration zu ändern und so

einen Übergang von Ladungsträgern unterschiedlicher Konzentration zu erzeugen, wie es im Kapitel 2.4 beschrieben wurde. Für die Untersuchung der UCF wurde diese Probe bei unterschiedlichen Spannungen V_{TG}/V_{BG} an den Gates — also bei Variation der Fermi-Energie — charakterisiert. Die gesamte Messung ist in Abbildung 6.2 im Inset dargestellt. Als Ausschnitt ist ein Teil der Messung zu sehen, der sehr auffällige Strukturen parallel zur V_{TG}-Achse zeigt [1]. Diese Strukturen stellen die Fluktuationen in der Leitfähigkeit dar.

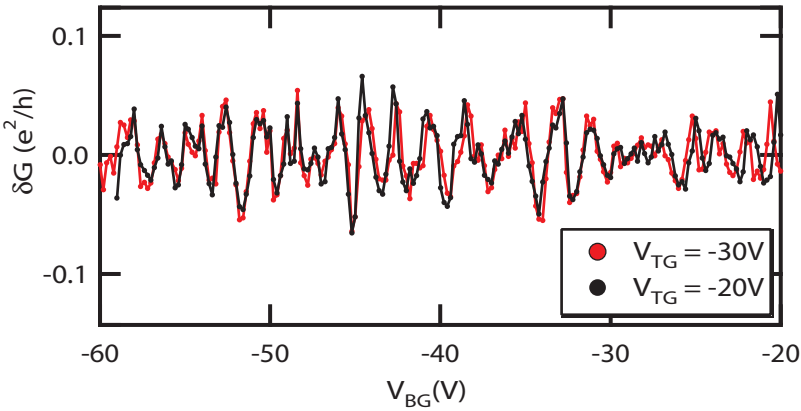

Abbildung 6.3: Leitfähigkeitsfluktuationen für zwei unabhängig voneinander durchgeführte Messungen bei unterschiedlichen Parametern, $V_{TG} = -30$ V und $V_{TG} = 0$ V.

Diese Fluktuationen sind für zwei feste Topgate-Spannungen von $V_{TG} = -30$ V und $V_{TG} = -20$ V aus zwei unterschiedlichen Messungen in Abbildung 6.3 genauer dargestellt. Zu sehen ist die Spannung am Backgate gegen die Leitfähigkeit der Fluktuationen δG. Die Leitfähigkeit ist in Einheiten von e^2/h aufgetragen. Wie erwartet liegt die Amplitude etwas unter der von metallischen Systemen [133, 137]. In diesem Fall ist die Amplitude in der Größenordnung von ca. 0.07 e^2/h. Für beide Messungen liegen die Fluktuationen fast reproduzierbar aufeinander, obwohl sie zu unterschiedlichen Zeitpunkten bei unterschiedlichen Spannungen am Topgate durchgeführt

[1] Zur Verdeutlichung der Fluktuationen ist die Ableitung der Leitfähigkeit nach der Spannung am Backgate, also $\mathrm{d}G/\mathrm{d}V_{BG}$ gezeigt.

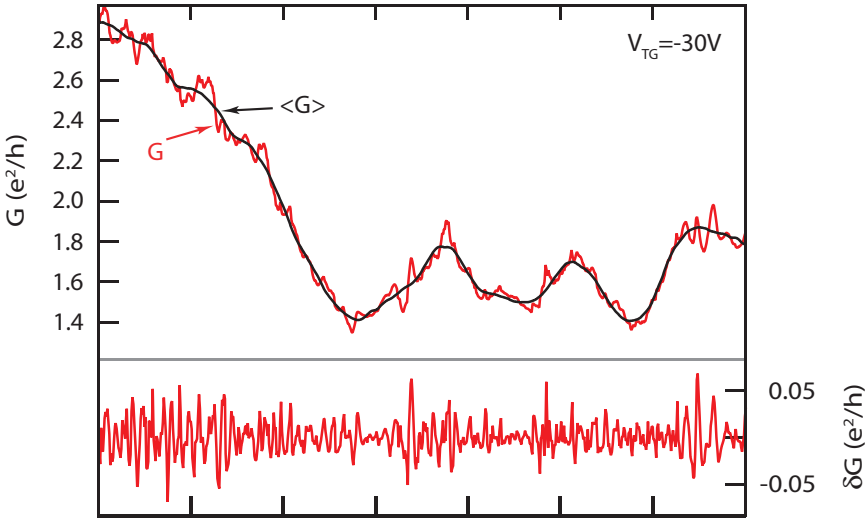

Abbildung 6.4: Leitfähigkeit G und gemittelte Leitfähigkeit $< G >$ für einen Schnitt bei $V_{TG} = -30$ V

wurden. Eine kleine Verschiebung ($\Delta V \approx 1$ V) beider Verläufe kommt dadurch zustande, dass auch V_{TG} die Fermi-Energie E_F geringfügig verschiebt.

Im Folgenden werden die Fluktuationen im Signal bei Veränderung der Fermi-Energie, bzw. der angelegten Spannung am Backgate, genauer analysiert. Dazu werden die Abweichungen δG der gemessenen Leitfähigkeit G vom Mittelwert $< G >$ betrachtet, also

$$\delta G = G - < G > . \tag{6.2}$$

Um $< G >$ zu bestimmen werden die Messkurven über ein bestimmtes Intervall gemittelt und anschließend von den gemessenen Daten abgezogen.

Für ein Beispiel ist G und $< G >$ für eine feste Spannung am Topgate von $V_{TG} = -30$ V in Abbildung 6.4 gezeigt. Das daraus resultierende δG ist im unteren Teil der Abbildung dargestellt, es liegt im Bereich von 0.07 bis -0.07 e^2/h. Die Amplitude der Fluktuationen liegt also erneut eine Größenordnung niedriger, als für metallische Systeme zu erwarten ist. Eine

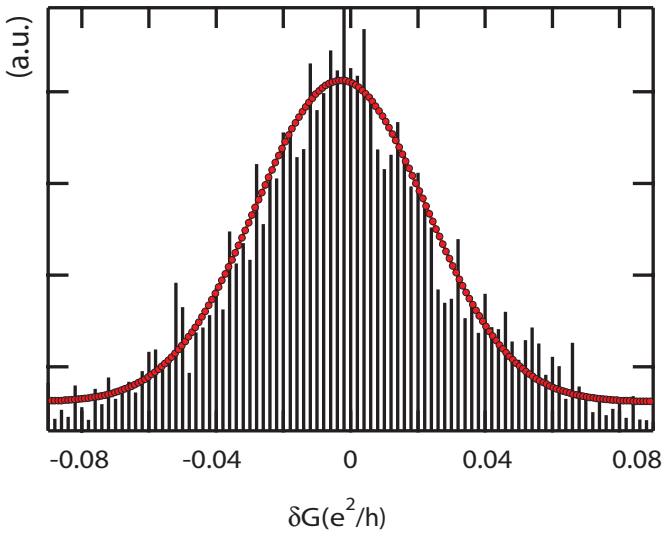

Abbildung 6.5: Histogramm und Gauß-fit für die Fluktuationen aus Abbildung 6.2

ähnliche Unterdrückung wurde auch in anderen Messungen an Graphen-Systemen beobachtet, wie in Referenz [74] (δG von 0.2 e^2/h) nachzulesen ist.

Eine weitere Eigenschaft der UCF ist die Zufälligkeit der auftretenden Fluktuationen, da die Streuzentren in der Probe ebenfalls zufällig verteilt sind [133]. Ob das gegeben ist, kann mithilfe eines Histogramms geklärt werden. Dazu wird die Abweichung der Fluktuationen vom Ursprung für eine Messung analysiert und geschaut wie oft eine bestimmte Abweichung in dieser Messung vorkommt. Werden die Fluktuationen durch eine zufällige Verteilung der Streuzentren verursacht, so ist diese Verteilung durch eine Gauß-Funktion gegeben [133]. Dies wird in einem Histogramm dargestellt.

Um die Anzahl der „Messpunkte“ bzw. der Ereignisse und somit die statistische Genauigkeit zu erhöhen werden die Fluktuationen über alle V_{TG} und V_{BG} aus der Messung in Abbildung 6.2 betrachtet. Dazu werden die gesamten Abweichungen für alle V_{TG} und V_{BG} in einem Histogramme dargestellt, was in Abbildung 6.5 zu sehen ist. An die Verteilung der Fluk-

tuationen kann eine Gauß-Verteilung gefittet werden, was auf ein typisches UCF-Verhalten hinweist [126, 133]. In der Messung konnte also gezeigt werden, dass in der Probe, UCF als Funktion der Fermi-Energie auftreten. Diese sollen im Folgenden etwas detaillierter untersucht werden.

6.2 Unterdrückung der Fluktuationen am CNP

Die Fluktuationen in Abbildung 6.4 sind auf den ersten Blick zwar zufällig verteilt und liegen im Bereich der für ein solches System erwartet wird, aber bei genauer Betrachtung ist zu sehen, dass die Amplituden in einigen Bereichen zusätzlich unterdrückt sind. Da das Verändern der Fermi-Energie auch die Ladungsträger im System verändert und diese im Graphen am CNP ein spezielles Verhalten haben, u.a. durch die Ausbildung von Elektron-Loch-Puddles, soll im Folgenden der Einfluss der Ladungsträgerkonzentration n_{BG}, also die Konzentration neben dem Backgate, auf die UCF untersucht werden.

Dies wird anhand der Messung gezeigt, die in Abbildung 6.6 zu sehen ist. Die Messung zeigt die Abhängigkeit der Fluktuationen δG von der angelegten Spannung am Backgate $V_{BG}\,(\sim n_{BG})$ für eine feste Spannung am Topgate $V_{TG} = 35$ V. Zum Vergleich ist die Leitfähigkeit G und $< G >$ mit eingezeichnet. Die Kurve ist ein Schnitt aus der Messung im Inset der Abbildung 6.2.

Die Leitfähigkeit hat ein Minimum bei $V_{BG} \approx -10$ V. Dies ist der CNP des Backgates, der Punkt an dem in der Probe sehr wenige Ladungsträger zum Transport beitragen. Betrachtet wird die Amplitude der Fluktuationen. Diese verändert sich ungefähr um eine Größenordnung von $\delta G \approx 0.025\ e^2/h$ für hohe Ladungsträgerkonzentrationen auf $\approx 0.004\ e^2/h$ bei niedrigen Ladungsträgerkonzentrationen um den CNP. Beide Bereiche sind durch die grauen Kästen in der Abbildung gekennzeichnet.

Die Ursache für die Unterdrückung im Bereich weniger Ladungsträger ist die Folgende. Die Streuung in einem System ist unter anderem durch die Phasenkohärenzlänge L_φ der Ladungsträger gegeben. Dabei ist die Phasenkohärenzlänge ein Maß dafür nach welcher Zeit oder nach welcher Distanz sich die Phase der Wellenfunktion verändert, d.h. ein Ladungsträger einen inelastischen Prozess erfahren hat. Die Abhängigkeit der Amplitude der UCF von der Anzahl der Ladungsträger in der Probe, weist nun darauf hin, dass es durch zusätzliche Wechselwirkungen (WW) zwischen

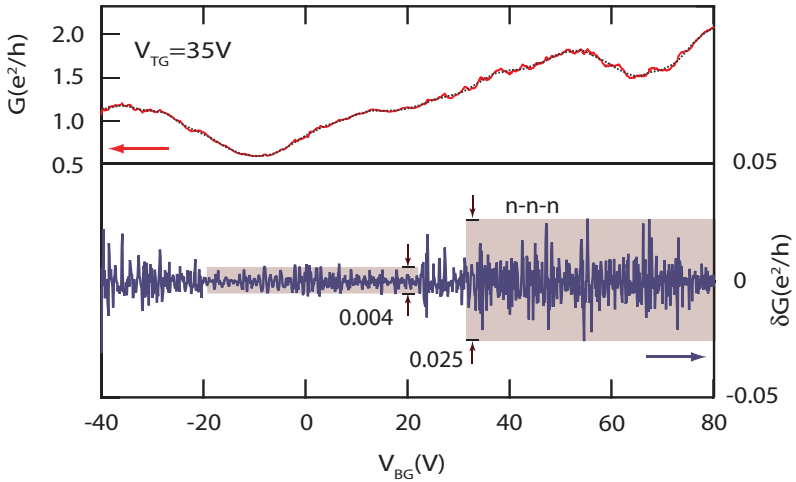

Abbildung 6.6: Leitfähigkeit G (rot), gemittelte Leitfähigkeit (schwarz) und δG (blau) als Vergleich aufgetragen bei $V_{TG} = 35$ V. Die Amplitude der Fluktuationen ist im Bereich des CNP um ca. eine Größenordnung unterdrückt im Gegensatz zu hohen Ladungsträgerkonzentrationen, was zur Verdeutlichung durch die Konturflächen gezeigt ist.

Ladungsträgern bei niedriger Konzentration zu einer Unterdrückung der Phasenkohärenzlänge L_φ kommt [137, 139, 140].

Mögliche Wechselwirkungseffekte sind dabei Elektron-Elektron-WW oder auch Phasenverluste durch Übergänge zwischen Elektronen- und Lochzuständen (Elektron-Loch-Puddles) [137, 140, 141]. Bei hohen Ladungsträgerkonzentrationen sind die Elektron-Elektron-WW zunächst gering und es existieren keine Elektron-Loch-Puddles, somit gibt es dadurch keine Phasenverluste, L_φ wird also rein durch die zufälligen Streuzentren in der Probe bestimmt. Am CNP hingegen wird die Elektron-Elektron-WW stärker [32]. Diese kann zum einen als WW zwischen zwei benachbarten Elektronen, durch Coulomb-Abstoßung auftreten, zum anderen aber auch durch WW zwischen einem Elektron und dem elektromagnetischen Feld, welches durch die Bewegung der umgebenen Elektronen verursacht wird, was auch unter Nyquist-Streuung bekannt ist und auch in anderen 2-DEG beobachtet werden kann [142]. Besonders stark ist dieser Effekt bei wenigen

Ladungsträgern, L_φ wird dadurch stark unterdrückt, die Amplitude der UCF wird geringer. Verstärkt wird das weiterhin durch Elektron-Loch-Puddles, die den Transport am CNP bei niedriger Konzentration dominieren. Innerhalb der Probe gibt es dann Übergänge von elektronenleitenden zu löcherleitenden Bereichen, die Phaseninterferenzeffekte verursachen, die L_φ zusätzlich unterdrücken [74].

Der Unterschied in den Amplituden in der Messung (Abbildung 6.6) ist also eine Ursache von Wechselwirkungseffekten zwischen Ladungsträgern und Übergängen von Elektronenleitung zu Löcherleitung. Beides sind Effekte, die nur bei niedrigen Ladungsträgerkonzentrationen dominieren und somit nur am CNP einen Einfluss haben. Dieser Effekt wurde in unterschiedlichen Referenzen ebenfalls für ein Einzel-Lagen-System [20, 143] näher beschrieben. Für Doppel- und Dreifach-Lagen wurde in Messungen der schwachen Lokalisierung im Magnetfeld in Referenz [137] eine Veränderung der Amplitude gezeigt und mit den gleichen Ursachen begründet. Ebenfalls gesehen wurde allerdings eine Erhöhung der UCF am CNP allerdings im höheren Magnetfeld, in dem es bei bestimmen Landau-Leveln zu Aufladungs-Effekte an lokalisierten Quanten-Hall-Zuständen kommt [139, 144].

Es wurde also im letzten Abschnitt gezeigt, dass die Elektron-Loch-Puddles bei niedrigen Konzentrationen eine große Auswirkung auf die UCF haben. Um diese Auswirkung systematischer zu untersuchen, kann mithilfe der Gates die Konfiguration der Ladungsträger in der Probe eingestellt (Kapitel 4.3) und somit ein solcher Übergang „künstlich“ erzeugt werden.

In Abbildung 6.7 ist im Zusammenhang damit die gleiche Messung wie die in Abbildung 6.6 nur für eine andere Konfiguration bei $V_{TG} = -35$ V gezeigt. Erneut ist dort die Unterdrückung der Amplitude im Bereich des CNP zu sehen. Im Bereich neben dem CNP sind die Gates so eingestellt, dass sich eine „n-p-n“-Konfiguration ergibt. Im Unterschied zur „n-n-n“-Konfiguration (Abbildung 6.6) hat sich die Amplitude in diesem Bereich fast verdoppelt. Die Ursache und weitere Unterschiede, die in dieser Darstellung nicht offensichtlich zu sehen sind, werden im Folgenden detaillierter untersucht.

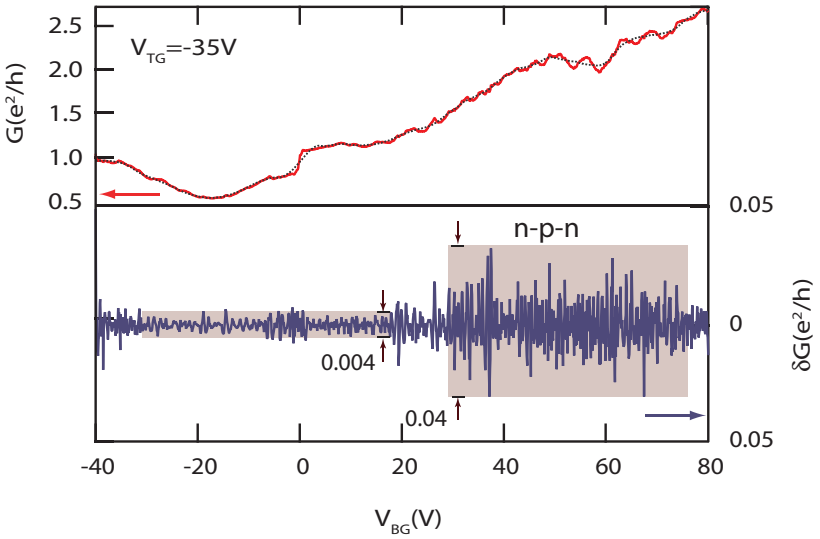

Abbildung 6.7: Leitfähigkeit G (rot), gemittelte Leitfähigkeit (schwarz) und δG (blau) als Vergleich aufgetragen bei V_{TG}=-35V. Die Amplitude der Fluktuationen ist im Bereich des CNP um ca. eine Größenordnung unterdrückt im Gegensatz zu hohen Ladungsträgerkonzentrationen. Konturflächen zeigen zur Verdeutlichung die Höhe der Fluktuationen.

6.3 Quanteninterferenzen an Übergängen im Graphen

Grundlage der folgenden Untersuchungen ist die Messung in Abbildung 6.8 in der die verschiedenen Konfigurationen eingezeichnet sind. Verwendet wurden wieder beide Gates, um „künstlich“ die gezeigten Konfigurationen in der Probe einzustellen. Um nun die Fluktuationen etwas qualitativer zu analysieren, wird im Folgenden die Autokorrelation herangezogen.

6.3.1 Autokorrelation

Die Beobachtungen aus dem letzten Abschnitt können besser verstanden werden, wenn zusätzlich die Autokorrelation der Messungen betrachtet wird. Die Autokorrelation ist ein Maß für die Breite der Fluktuationen,

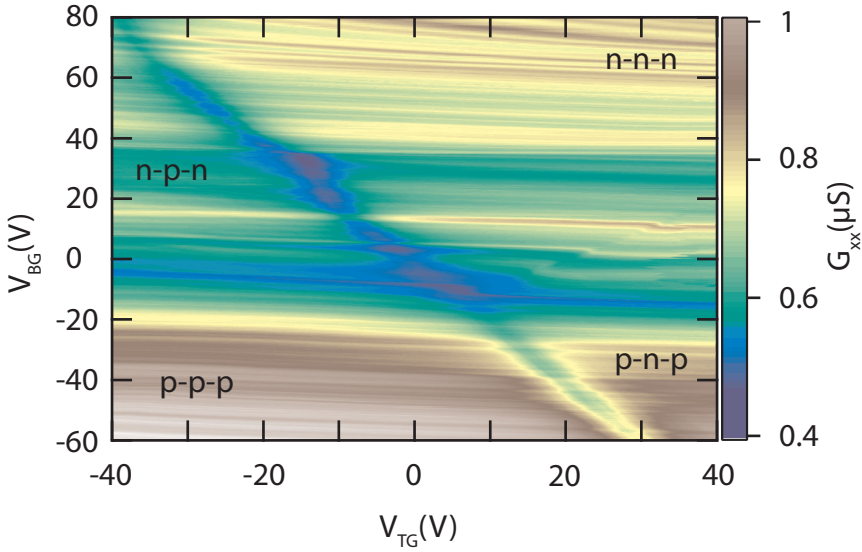

Abbildung 6.8: Widerstand in Abhängigkeit der Spannungen am Topgate und Backgate gemessen über das TG_1. Blaue Flächen kennzeichnen Bereiche niedriger Leitfähigkeit.

d.h. sie gibt an wie sich dieses statistische System verhält, wenn ein bestimmter Parameter verändert wird.

Für die Korrelation werden normalerweise zwei Datensätze übereinander gelegt und miteinander verglichen, um die „Beziehung“ (Korrelation) zwischen den beiden Signalen zu analysieren. Wird ein Datensatz mit sich selber, mit einer Verschiebung Δ, korreliert, so ergibt das die **Autokorrelation**. Der höchste Wert einer Autokorrelation ist bei einer Verschiebung von Null zu erwarten, da dort beide Kurven aufeinander liegen und die Daten für alle Punkte korreliert sind. Wird die Verschiebung vergrößert, so sollte für eine zufällige nicht-periodische Folge von Messdaten die Autokorrelation irgendwann auf Null abfallen, d.h. die eine Kurve hat mit der Anderen nach einer bestimmten Verschiebung „nichts mehr zu tun“.

Aus der Autokorrelation lassen sich so Informationen über die Verbreiterung der Fluktuationen ableiten. Diese ist zum einen bestimmt durch

die Ausschmierung der Fermi-Kante und somit durch die Temperatur des Systems und zum anderen beeinflussen Streuung und WW, wie im letzten Absatz beschrieben, die Breite des Signals.

Im Fall der UCF ergibt sich die Autokorrelation $F(\Delta)$ aus den Fluktuationen $\delta\mathrm{G}(V_{BG})$ und $\delta\mathrm{G}(V_{BG}+\Delta)$ wie folgt

$$F(\Delta) = \langle \delta G(V_{BG}) \cdot \delta G(V_{BG}+\Delta) \rangle, \tag{6.3}$$

wobei V_{BG} die Spannung am Backgate ist und Δ die Verschiebung des Datensatzes angibt. Im Folgenden wird die Funktion

$$F_n(\Delta) = \frac{F(\Delta)}{F(0)} \tag{6.4}$$

benutzt, wobei $F_n(\Delta)$ die normierte Korrelationsfunktion ist, die sich aus der Korrelationsfunktion $F(\Delta)$ und $F(0)$, der Korrelation ohne Verschiebung ergibt [130].

Betrachtet wird die Autokorrelation der Messung in Abbildung 6.8, deren Amplituden eine für UCF charakteristische Gauß-Verteilung zeigt (Abbildung 6.5). Für eine beliebige Topgate-Spannung V_{TG} wird zunächst die normierte Korrelationsfunktion $F_n(\Delta)$ mit Formel (6.4) bestimmt. Dafür wird $\delta G(V_{BG}) \cdot \delta G(V_{BG}+\Delta)$ über ein bestimmtes Interval $[V_{BG}+\delta]$ gebildet und aufsummiert. Das Intervall δ in dem die Fluktuationen δG in Abhängigkeit von V_{BG} korreliert werden, sollte dabei hinreichend viele Fluktuationen beinhalten, da sonst die Zufälligkeit der Daten nicht gegeben ist und die Autokorrelation zu ungenau wird [128, 133].

Ein berechnete Autokorrelation ist in Abbildung 6.9 für das Intervall $V_{BG} = -20$ V bis $V_{BG} = +40$ V dargestellt. Die x-Achse zeigt die Verschiebung Δ. Im Inset ist das für F_n betrachtete Intervall der Messung zu sehen. Die Autokorrelation startet aufgrund der Normierung bei $F_n(\Delta) = 1$, d.h. volle „Übereinstimmung“. Danach fällt sie mit wachsendem Δ in Richtung Null ab, die Fluktuationen werden also wie zu Erwarten unkorrelierter.

Aus der gezeigten Autokorrelation (Abb. 6.9) lässt sich nun die Halbwertsbreite Δ_c, aus dem Abfall der Autokorrelation auf die Hälfte $F_n(\Delta_c) = 0.5$ bestimmen. Diese ist neben der Phasenkohärenzlänge L_φ ein weiterer charakteristischer Parameter der UCF, der angibt, wie sich durch Veränderung der Backgate-Spannung, die Korrelation verändert, also wie breit die Fluktuationen im Mittel sind. Abhängig ist dies ebenfalls von der

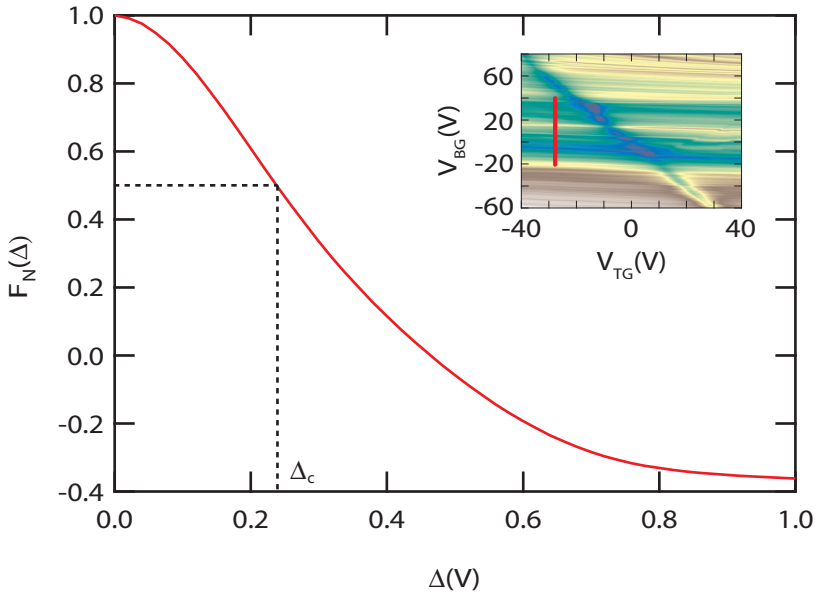

Abbildung 6.9: Autokorrelation für das Intervall von V_{BG} = -20V bis 40V. Im Inset ist in Rot das Intervall mit den Fluktuationen gezeigt, für das die Autokorrelation bestimmt wurde.

Stärke der WW und der Streuung von Ladungsträgern in der Probe.

6.3.2 Elektron-Loch-Übergänge

Im Folgenden wird der Einfluss der Konfiguration der Ladungsträger in der Probe analysiert, indem die Autokorrelationen für Bereiche mit einem bipolaren Übergang von Löcherleitung (p) zu Elektronenleitung (n) betrachtet und die aus der Autokorrelation bestimmten Halbwertsbreiten Δ_c, mit denen von einem unipolaren (p-p) Übergang verglichen werden.

Betrachtet werden dafür die Intervalle $V_{BG} = 40$ V bis 70 V und $V_{BG} = -20$ V bis -30 V. Für diese Intervalle ist Δ_c in Abhängigkeit von V_{TG} in den Abbildungen 6.10 und 6.11 gezeigt. Die Einstellung der Spannung V_{TG} am Topgate bewirkt in der Probe eine Änderung der Konfiguration, wie das in

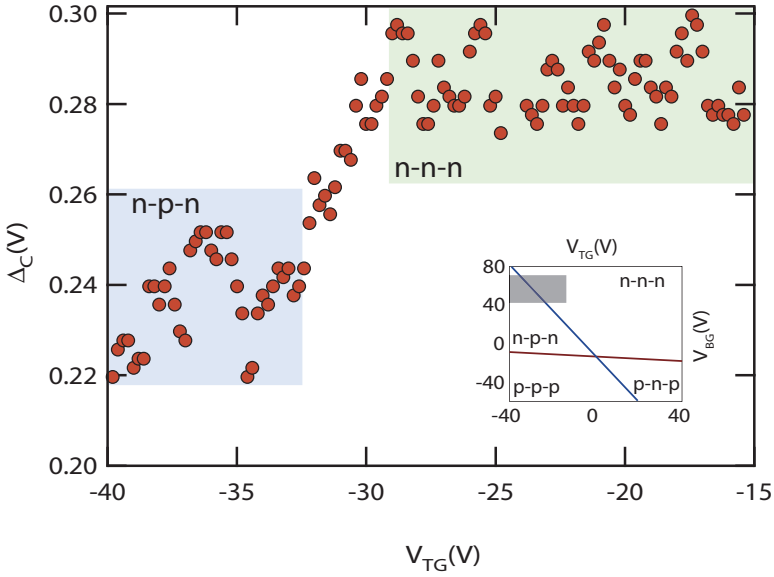

Abbildung 6.10: HWB aus Autokorrelation über den Bereich von $V_{BG} = 40$ V bis 70 V. Eingezeichnet die Ladungsträgerarten für die entsprechenden Topgate-Spannungen

der jeweiligen Abbildung zu sehen ist. Im Inset jeder Abbildung sind die dazugehörigen Intervalle in der Messung gezeigt, für die die Autokorrelation bestimmt wurde. Dabei ist jede Konfiguration mindestens einmal vertreten, um die Unterschiede in den jeweiligen Verläufen aufzeigen zu können.

In jedem der zwei Graphen ist im Bereich des CNP ein Anstieg oder ein Abfall von Δ_c zu erkennen, wobei Δ_c für Bereiche unterschiedlicher Ladungsträgerkonfiguration immer einen niedrigeren Wert annimmt, als für gleichartige Ladungsträger. In Abbildung 6.10 ist bei einer n-n-n Konfiguration eine Halbwertsbreite Δ_c von durchschnittlich 0.29 V abzulesen. Diese beginnt im Bereich von $V_{TG} \approx -33$ V bis -28 V langsam abzufallen. Wie im Inset zu sehen, ist das der Bereich in dem das Intervall der Autokorrelation den CNP schneidet. Für Werte kleiner als $V_{TG} \approx -33$ V liegt Δ_c im Durchschnitt bei ca. 0.23 V und ab diesem V_{TG} hat die Probe eine p-n-p Konfiguration, d.h. in den drei Bereichen der Probe tragen unterschiedliche

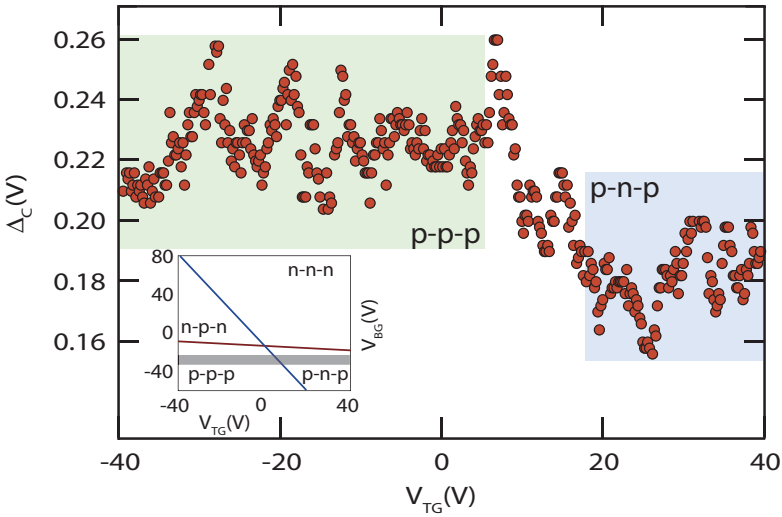

Abbildung 6.11: HWB aus Autokorrelation über den Bereich von $V_{BG} = -20$ V bis -30 V. Eingezeichnet die Ladungsträgerarten für die entsprechenden Topgate-Spannungen

Arten von Ladungsträgern zum Transport bei. Auch im anderen gezeigten Graphen ist diese Abhängigkeit zu sehen. Bei Ladungsträgern gleicher Art (p-p-p/n-n-n) ist die Halbwertsbreite höher, als wenn sich unterschiedliche Arten (n-p-n/p-n-p) von Ladungsträgern in der Probe befinden.

Um die Diskussionen aus dem letzten Abschnitt weiterzuführen, kann das Ergebnis aus der Betrachtung der Autokorrelationen für unterschiedliche Konfigurationen mit denen aus dem letzten Kapitel in Verbindung gebracht werden. Ausgangspunkt war, dass die vielen Elektron-Loch-Puddles, die in der Probe nahe am CNP existieren zu einer Unterdrückung der Phasenkohärenzlänge L_φ führen, wie es im Zusammenhang mit der Verringerung der Amplitude am CNP argumentiert wurde. Bei Übergängen von Elektronenleitung zu Löcherleitung kommt es dabei zu einem Phasenverlust in der Wellenfunktion [70, 74, 139].

Dieser Phasenverlust sollte nun auch in einem „künstlich“ durch die Gates erzeugten Übergang (n-p-n/p-n-p ⇒ Elektron-Loch-Puddles) zu sehen

sein. In diesen Konfigurationen wurde eine Verringerung von Δ_c in der Autokorrelation festgestellt, was heißt, dass die Fluktuationen früher unkorrelierter werden, die Breite der Fluktuationen ist also geringer, als bei gleicher Konfiguration (n-n-n/p-p-p). Eine geringere Breite der Fluktuationen bedeutet nun, dass durch zusätzliche Störungen, vorzugsweise Übergänge von Löchern zu Elektronen oder umgedreht, die Leitfähigkeit zusätzlich beeinflusst wird. Das heißt, Streu-Prozesse finden schon nach kürzeren Zeiten, bzw. kürzeren Längen statt und die Phasenkohärenzlänge L_φ sinkt. Dies wurde bereits in der Unterdrückung der Amplitude am CNP festgestellt und konnte hier durch die Veränderung der Breite der Autokorrelation bestätigt werden.

Dies bestätigt außerdem, die Vermutung aus Kapitel 4.3 (Seite 70), dass die Barrieren nicht ideal durchlässig sind, also kein perfektes Klein-Tunneln stattfinden kann. Die ballistischen Eigenschaften der Barrieren sind also auch hier in den UCF zu sehen. Mit der Autokorrelation ist es also möglich die „Güte“ der Übergänge zu analysieren und das Klein-Tunneln zu charakterisieren, indem die Autokorrelation bei unterschiedlichen Konfigurationen verglichen wird.

6.4 Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass in der Probe in Abhängigkeit der Fermi-Energie reproduzierbare Fluktuationen im Signal auftreten, die auch als universelle Leitfähigkeits-Fluktuationen bezeichnet und durch elastische Streuprozesse verursacht werden. Die Amplitude dieser UCF ist bei niedrigen Ladungsträgerkonzentrationen unterdrückt, was durch die Wechselwirkung zwischen Ladungsträgern und durch Elektron-Loch-Puddles — Übergänge von Elektronen- zu Löcher-Leitung — verursacht wird. Beide inelastische Streuprozesse treten besonders am CNP in Erscheinung.

Im Graphen sorgen Elektron-Loch-Übergänge dafür, dass die Wellenfunktion durch inelastische Streuung ihre Phase verliert und somit die Phasenkohärenzlänge L_φ kleiner wird. Zum einen konnte dies in der Veränderung der Amplitude der UCF und zum anderen in der Autokorrelation gesehen werden. Dafür wurde durch die Gates in der Probe „künstlich“ ein Übergang zwischen Löcher- und Elektronen-Leitung eingestellt und bei unterschiedlichen Konfigurationen die Breite der Fluktuationen analysiert. Diese zeigte übereinstimmend mit der Veränderung der Amplitude, dass

für Übergänge unterschiedlicher Ladungsträger (n-p-n/p-n-p) die Streuung in der Probe zunimmt, was auch so in Kapitel 4.3 (Seite 70) im Zusammenhang mit ballistischen Effekten in den Barrieren diskutiert wurde.

7 Nichtlinearer Transport in entkoppelten Graphen-Lagen

Wird eine Spannung (V_{SD}) an die Source-Drain-Kontakte eines Metalls gelegt, werden die Ladungsträger in diesem durch das elektrische Feld zwischen den beiden Kontakten beschleunigt und abhängig vom Widerstand kann ein Strom gemessen werden, der dem ohmschen Gesetz genügt ($U = R \cdot I$), d.h. linear abhängig vom elektrischen Feld ist. Das elektrische Feld, also die Spannung V_{SD}, bewirkt dabei eine Verschiebung der Kontakt-Potentiale um $e \cdot V_{SD}$.

Für einen endlichen Widerstand R ist es notwendig, dass freie Ladungsträger zur Verfügung stehen, die durch das elektrische Feld überhaupt beschleunigt werden können. In einem Isolator z.B., gibt es keine freien Ladungsträger zum Beschleunigen, da die Fermi-Energie zwischen Leitungs- und Valenzband liegt, lediglich bei sehr hohen Energien ist es möglich durch eine sehr hohe angelegte Spannung Ladungsträger ins Leitungsband zu heben, so dass ein Strom fließen kann. In einem Metall hingegen ist die Fermi-Energie weit ins Leitungsband verschoben, sodass immer genügend Zustände vorhanden sind, der Widerstand ist deshalb unabhängig von der angelegten Spannung V_{SD} und maßgeblich durch die Anzahl der Störstellen bestimmt.

Das Verhalten der Ladungsträger im Graphen kann mit dem von einem Metall verglichen werden. Im Fall einer Einzel-Lage hat die angelegte Spannung theoretisch ebenfalls keine Auswirkungen auf den Widerstand des Graphen, der Verlauf ist ebenfalls **linear** [104], denn er ist durch die Lage von E_F in der Dispersion gegeben, welche durch die Spannung am Gate eingestellt wird und durch V_{SD} nicht verändert werden sollte. Es kann lediglich zu Abweichungen am CNP kommen, aufgrund der einzigartigen Eigenschaften des Graphen am Dirac-Punkt. Dort sind nur wenig Ladungsträger vorhanden und der Transport ist gegeben durch die Elektron-Loch-Puddles, die für ein besonderes Transport-Verhalten durch die Existenz von unterschiedlichen Ladungsträgerarten sorgen, wie im Kapitel 6.3 diskutiert.

Im Gegensatz dazu ist in Graphen-Doppel-Lagen ein **nichtlinearer** Verlauf zu beobachten [116, 145]. Dieser kommt durch die Möglichkeit in einer Doppel-Lage eine Bandlücke im Bereich des CNP zu öffnen, die Ladungsträger in diesem Bereich also vollkommen zu verdrängen. Die Zustandsdichte ist in diesem Bereich sehr niedrig und der Transport stark unterdrückt. Wird die Fermi-Energie durch eine angelegte Gate-Spannung in diesen Bereich verschoben, so ergibt sich ein nichtlineares Verhalten im Strom.

Wie das für diese Probe aussieht, soll im folgenden Kapitel diskutiert werden. Untersucht wird erneut ein System aus zwei entkoppelten Einzel-Lagen. Für jede Lage ist also ein linearer Transport zu erwarten. Abhängig von der Spannung an den Gates und vom angelegten Magnetfeld soll genauer beleuchtet werden, wie das System bestehend aus zwei entkoppelten Einzel-Lagen auf eine veränderliche Source-Drain-Spannung reagiert. Dabei wird ein Modell entwickelt, welches die beobachteten Transport-Eigenschaften beschreibt.

7.1 Strom-Spannungs-Kennlinien

Dazu wird der verwendete Messaufbau dahingehend verändert, dass eine AC-Spannung auf eine DC-Spannung addiert und somit über einen Vorwiderstand ($R_V = 10$ MΩ) einen Strom durch die Probe getrieben wird. Gemessen wird dann zum einen die Spannung V_{xx} in Längsrichtung und die Spannung V_{SD} über die Source-Drain-Kontakte, um den tatsächlich an der Probe auftretenden Spannungsabfall zu kontrollieren. Eine Veränderung der DC-Spannung (V_{KE}) bewirkt damit über den Vorwiderstand auch eine Veränderung des Stroms in der Probe. Die „Reaktion“ der Probe auf diesen Strom, wird sich im DC- als auch im AC-Signal der Längsspannung V_{xx} zeigen. In allen Messungen wurde die DC-Spannung V_{KE} verändert und die AC-Spannung V_{LI} auf einem festen Wert gehalten. Der genaue Messaufbau ist in Abbildung 7.1 (a) gezeigt.

Eine Messung mit diesem Aufbau ist für $V_{TG} = -12.5$ V und $V_{BG} = 40$ V in Abbildung 7.1 (b) zu sehen. Die DC Spannung (V_{KE}) wurde dafür von -13.5 V bis +13.5 V variiert, die Spannung am Lock-In-Verstärker (V_{LI}) wurde konstant auf 1 V gehalten. Die addierte Spannung aus $V_{LI} + V_{KE}$ erzeugt durch den Vorwiderstand von $R_V = 10$ MΩ einen entsprechenden Strom $I_{SD} = R_V \cdot (V_{KE} + V_{LI})$, der in der Probe induziert wird. Dieser Strom führt abhängig von den Spannungen an den Gates, bzw. dem Wi-

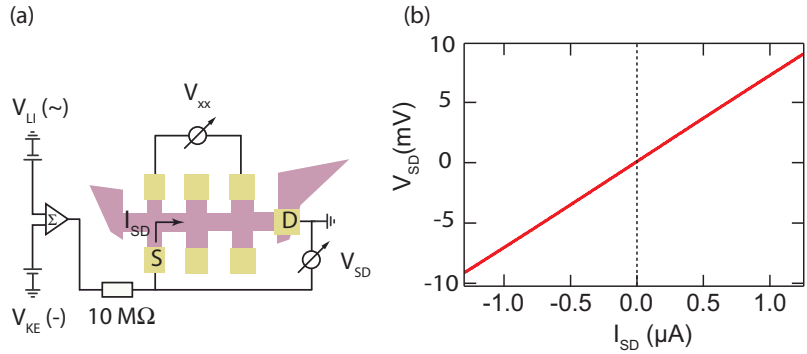

Abbildung 7.1: (a) Aufbau für die Messung einer IV-Kennlinie mit einem Addierer (Σ) zur Überlagerung des Signals des Lock-In-Verstärkers (LI) (V_{LI}) mit einer Gleichspannung (DC) aus einem Keithley 2400 (V_{KE}). Der Wechselspannungsanteil V_{xx} wird mit dem Lock-In-Verstärker ausgelesen. Die abfallende Gleichspannung über der Probe V_{SD} wird ebenfalls mitgemessen. (b) zeigt eine mit diesem Aufbau aufgenommene IV-Kennlinie, die auf den ersten Blick einen linearen Verlauf aufweist. Die Ableitung ist in Abbildung 7.2 dargestellt.

derstand der Graphen-Probe dann zu einem Potentialunterschied V_{SD}, der in der Abbildung aufgetragen ist. Dieser ist auf den ersten Blick linear.

Wird allerdings der Widerstands-Verlauf betrachtet, der sich zum einen aus der Ableitung der $V_{SD}(I_{SD})$-Abhängigkeit ergibt, zum anderen aber auch direkt am Lock-In-Verstärker gemessen werden kann, so ist, wie in Abbildung 7.2 dargestellt, zu sehen, dass der Verlauf nichtlinear ist. In der Abbildung ist I_{SD} gegen den gemessenen AC-Anteil des Widerstands R_{xx} in blau aufgetragen, der sich aus V_{xx} und dem AC-Anteil von $I_{SD} \approx 100$ nA ergibt. Die Abweichungen im Widerstand sind sehr gering, wodurch die Nichtlinearität zunächst nicht in der Messung in Abbildung 7.1 (b) wahrgenommen werden kann. Der sonstige Verlauf der Kurve ist in etwa symmetrisch und das Signal stark verrauscht, der tendenzielle Verlauf ist dennoch recht gut zu erkennen.

Zu sehen ist also, dass trotz der entkoppelten Einzel-Lagen der Verlauf nicht linear ist, sondern für höhere Spannungen V_{SD} zu niedrigeren Widerständen verschiebt. Eine Abweichung durch das Aufheizen der Probe durch zu hohe Energien der Ladungsträger bei sehr hohen Strömen kann

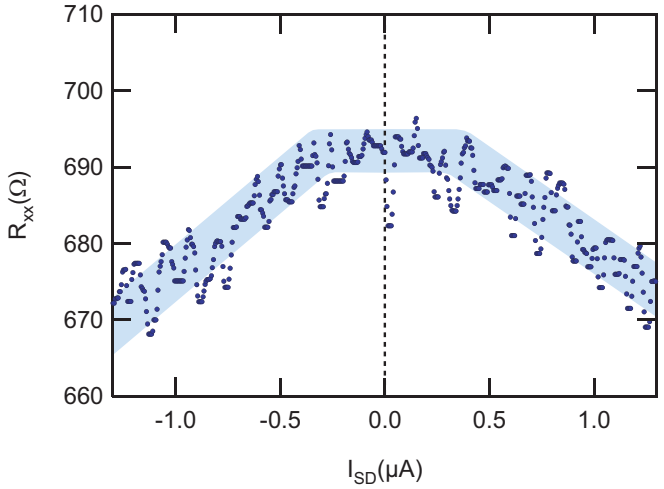

Abbildung 7.2: Source-Drain abhängige Messung bei B=0T. Die Spannungen $V_{TG} = -12.5$ V und $V_{BG} = 40$ V wurden so eingestellt, dass sich die Fermi-Energie etwas oberhalb des CNP befindet. Der nichtlineare Verlauf wird durch die blauen Flächen verdeutlicht.

ausgeschlossen werden, da in diesem Fall der Widerstand ansteigen müsste. Tendenziell wird der Widerstand aber geringer für hohe Ströme. Es muss also ein anderer Prozess dafür verantwortlich sein. Um dies genauer zu studieren, wird als nächstes der Einfluss der Ladungsträgerkonzentration in der Nähe des CNP und das Verhalten im Magnetfeld näher betrachtet.

7.2 Einfluss der Ladungsträgerkonzentration

In der Messung aus Abbildung 7.2 ist zu sehen, dass zu hohen Energien der Widerstand sinkt. Ursachen für einen abnehmenden Widerstand ist entweder eine Unterdrückung der Streuung in der Probe oder eine Erhöhung der Ladungsträgerkonzentration n_s, also eine steigende Fermi-Energie E_F. Diese wird im Graphen normalerweise durch die Veränderung der Gate-Spannung verschoben, die aber in den folgenden Messungen festgehalten wird. Welcher Prozess einen Anstieg von E_F bei fester Gate-Spannung ver-

ursachen könnte, soll im Folgenden diskutiert werden.

Ein kapazitiv angekoppeltes Gate auf der Probe hat über die angelegte Spannung V_G einen Einfluss auf die Lage der Fermi-Energie in der Dispersion und somit auf die Konzentration n_s der Ladungsträger im System. Eine angelegte Spannung V_{SD} zwischen Source- und Drain-Kontakten gibt den induzierten Ladungsträgern dann eine Energie, die sie auf eine bestimmte (Drift-)Geschwindigkeit beschleunigt und so zu einem definierten Strom I_{SD} führt. Ein Maximum für die Energie ist gegeben durch $e \cdot V_{SD}$, wobei Energieverluste oder nichtlineare Spannungsabfälle innerhalb der Probe zu einer Abweichung von diesem Maximalwert führen. Die y-Achse in Abbildung 7.1 kann also auch als Energieachse gesehen werden, die die Maximalenergie $E = e \cdot V_{SD}$ der Ladungsträger angibt.

Weiterhin können durch die angelegte Spannung an Source-Drain auch Ladungsträger durch den Spannungsabfall V_{SD} über die Probe aus den Kontakten induziert werden. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn die Gates so eingestellt sind, dass die Fermi-Energie nahe am CNP liegt, also wenn die durch das Gate induzierte Ladungsträgerkonzentration im Graphen gering ist.

Die Zahl der zum Transport beitragenden Ladungsträger und somit der Widerstand der Probe, kann also durch mehrere Parameter (V_{BG}, V_{TG}, V_{SD}) beeinflusst werden. Dieser Aspekt ist entscheidend, um den Verlauf der gemessenen Kurven zu verstehen. Im Folgenden werden daher die Auswirkungen dieser drei Parameter auf den Transport diskutiert. Zunächst werden dazu die Messungen bei Variation dieser Parameter gezeigt.

Variation des Backgates

Wird die Messung der Abbildung 7.2 für unterschiedliche Backgate-Spannungen V_{BG} ($\Rightarrow n_{BG}$) durchgeführt, so ergeben sich die in Abbildung 7.3 gezeigten Kurven, die erneut die bereits diskutierte Art der Nichtlinearität aufweisen. Zu sehen ist zum einen, dass der absolute Widerstand aufgrund des Feldeffektes bei Veränderung von V_{BG} geringer wird, was im rechten Teil der Abbildung verdeutlicht ist. Des weiteren verändert sich die Nichtlinearität in den gemessenen Daten, die Krümmung ist für den untersten grünen Graphen bei $V_{BG} = 60$ V — also bei hoher Ladungsträgerkonzentration — geringer, als für die rote Kurve, bei niedriger La-

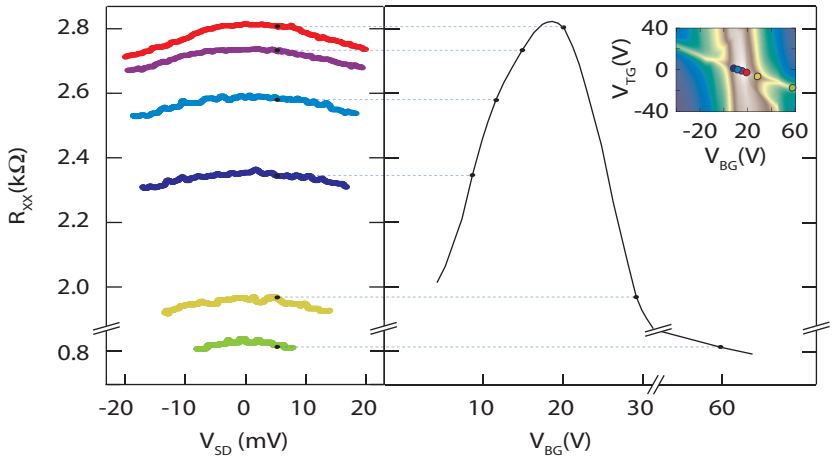

Abbildung 7.3: Nichtlinearität im Widerstand bei veränderter Source-Drain-Spannung V_{SD} bei verschiedenen Spannungen V_{BG}, bzw. Ladungsträgerkonzentration n_{BG} bei minimalem n_{TG}. Für hohe n_{BG} wird die Nichtlinearität unterdrückt. Der absolute Widerstand fällt aufgrund des Feldeffektes, der im rechten Teil zur Verdeutlichung gezeigt ist. Der Inset zeigt die Punkte bei denen die Messung analysiert wurde.

dungsträgerkonzentration, in der die Krümmung sehr deutlich ausgeprägt ist.

Variation des Topgates

Nach dem gleichen System wird nun der Einfluss der Spannung V_{TG} ($\Rightarrow n_{TG}$) am Topgate untersucht. Der daraus resultierende Verlauf des Widerstands $R_{xx}(V_{SD})$ bei Veränderung der Spannung V_{TG} ist in Abbildung 7.4 für eine V_{SD}-abhängige Messung bei $V_{BG} = 20$ V (CNP) dargestellt. Wie zu erwarten verschieben sich auch hier mit wachsender Ladungsträgerkonzentration n_{TG}, die Kurven zu niedrigeren Widerständen, begründet durch den Feldeffekt, der im rechten Teil dargestellt ist. Die Nichtlinearität ist in den gezeigten Messungen allerdings nicht so stark unterdrückt, wie es in Abbildung 7.3 für die Veränderung der Spannung am Backgate der Fall war.

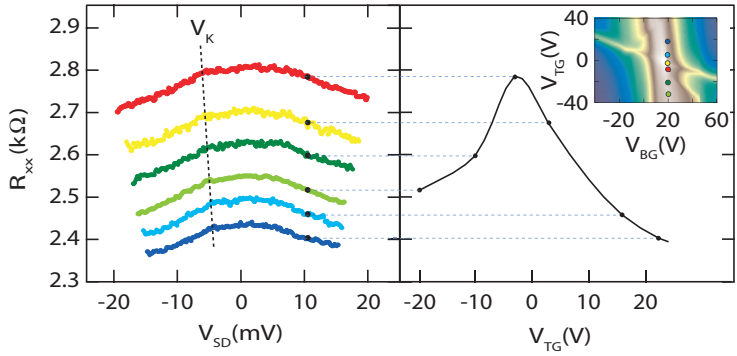

Abbildung 7.4: Nichtlinearität im Widerstand bei veränderter Source-Drain-Spannung V_{SD} für verschiedene V_{TG}, bzw. Ladungsträgerkonzentration n_{TG}. Schwarze gestrichelte Linien kennzeichnen den Verlauf von V_K. Im rechten Teil ist schematisch zur Verdeutlichung der Feldeffekt gezeigt, der sich bei 10 mV Source Drain Spannung bei Veränderung der Topgate-Spannung ergibt. Der Inset zeigt die Punkte bei denen die Messung analysiert wurde.

Für die beiden bis hier gezeigten Fälle wurden die Gates so eingestellt, wie es in den jeweiligen Insets durch die farbigen Punkte gezeigt ist. Die Spannungen wurden dabei so gewählt, dass in den Bereichen, die nicht durch die Gates verändert wurden, die Ladungsträgerkonzentrationen minimal sind, die Fermi-Energie also am CNP liegt.

Verhalten bei hohen Ladungsträgerkonzentrationen

Werden nun zusätzlich die Gates so eingestellt, dass sich in beiden Regionen viele Ladungsträger befinden, so werden die Verläufe linear, wie es in Abbildung 7.5 für vier unterschiedliche Fälle zu sehen ist. Im Teil (b) sind erneut die Einstellungen an den Gates dargestellt.

Zusammenfassend lässt sich also zunächst sagen, dass für niedrige Ladungsträgerkonzentrationen n_s — egal in welchen Bereichen — eine Nichtlinearität im Widerstand bei Veränderung der Source-Drain-Spannung zu sehen ist (Abbildung 7.3 und 7.4). Diese verschwindet, sobald in der gesamten Probe die Konzentration der Ladungsträger hoch ist, unabhängig davon, ob sich Löcher oder Elektronen in der Probe befinden (Abbildung

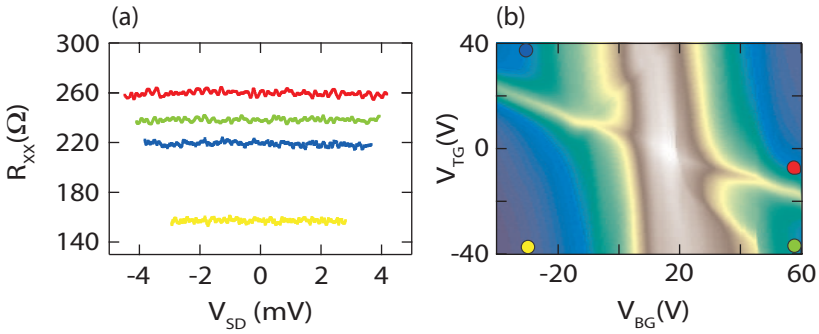

Abbildung 7.5: (a) Linearer Widerstand bei veränderter Source Drain Spannung V_{SD} für hohe Ladungsträgerkonzentrationen. Die Gates wurden so eingestellt, wie es in Abbildung (b) zu sehen ist.

7.5).

Zusätzlich ist zu sehen, dass das Backgate eine größere Auswirkung auf die Nichtlinearität hat, als das Topgate, denn eine Veränderung der Spannung am Topgate hat nur einen sehr geringen Einfluss auf den qualitativen Verlauf (s. Abbildung 7.4), der einen deutlichen Abfall, eine Art Knick in den Kurven — im Folgenden mit V_K bezeichnet — zeigt. Dieser Knick verschiebt sich bei niedriger Ladungsträgerkonzentration n_{TG} zu höheren Spannungen, was durch die schwarze gestrichelte Linie in der Abbildung 7.4 verdeutlicht ist. Dieser Knick ist auch in Abbildung 7.3 in der roten Kurve zu sehen, er verschwindet aber für die anderen Kurven dieser Messung sobald E_F im Bereich neben dem Topgate nicht mehr am CNP liegt. Das Backgate hat also einen größeren Einfluss auf diesen Knick, der in diesem Fall nur bei niedriger Gesamt-Konzentration zu sehen ist.

Wird die Spannung V_K des Knicks aus Abbildung 7.4 gegen die angelegte Topgate-Spannung V_{TG} für die Löcherseite aufgetragen, so ergibt sich der Verlauf in Abbildung 7.6. Zu sehen ist, dass für eine hohe Löcher-Konzentration, also für niedrige Spannungen V_{TG} am Topgate, die Spannung V_K zu kleineren Werten verschiebt, wobei als Fit ein exponentieller Verlauf gewählt wurde, so dass sich V_K an einen bestimmten Wert annähert.

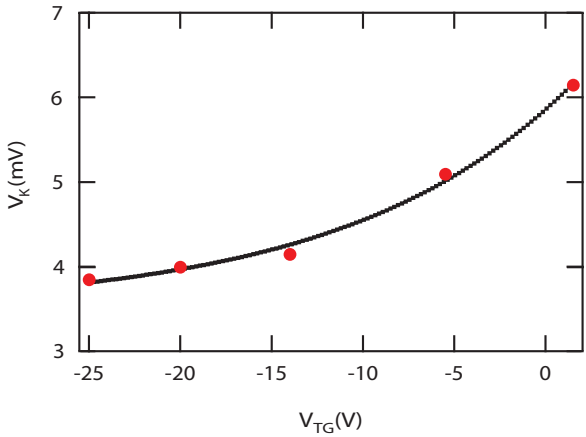

Abbildung 7.6: V_K in Abhängigkeit von der Topgate-Spannung gefittet durch eine Exponentialfunktion. Der CNP befindet sich bei $V_{TG} \approx 1.5$ V. An dem Punkt ist V_K am höchsten. Für die Elektronenseite ($V_{TG} > 1.5$ V) ist der Verlauf vergleichbar.

7.3 Ursache der Nichtlinearität

Um nun genau zu verstehen, wodurch diese Nichtlinearität in Abhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration bzw. der Spannung V_{TG} und V_{BG} an den Gates und der angelegten Source-Drain-Spannung V_{SD} zustande kommt, wird im Folgenden die Ursache für die Nichtlinearität diskutiert. Wie bereits zu Beginn erwähnt, können durch eine Spannung V_{SD} zwischen dem Source- und Drain-Kontakt Ladungsträger ins System induziert werden, was in den hier betrachteten Messungen die Nichtlinearität auslöst. Um die Systematik dahinter zu verstehen wird im Folgenden ein Modell entwickelt, welches diese Nichtlinearität beschreiben kann. Begonnen wird mit dem Fall, dass am Backgate eine Spannung anliegt, die die Fermi-Energie auf den CNP der Dispersion verschiebt, was der Messung in Abbildung 7.4 entspricht.

Für $V_{SD} = 0$ V ergibt sich zunächst ein Zustand, wie er in Teil (a) der Abbildung 7.7 gezeigt ist. Zu sehen sind die Gates (V_{TG}/V_{BG}) durch die, in den jeweiligen Teilen der Probe, die Ladungsträgerkonzentrationen n_{TG}

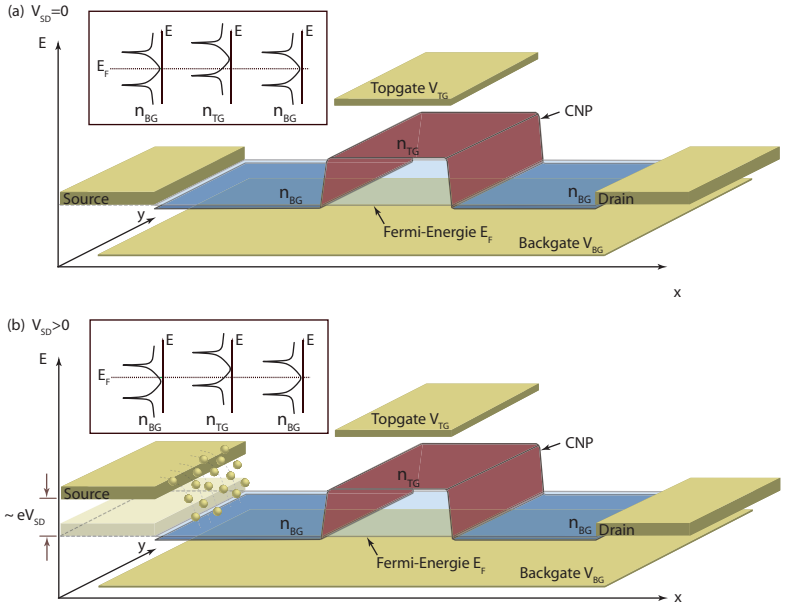

Abbildung 7.7: Schematische Darstellung der CNP und der Fermi-Energie in der Probe mit Topgate und Backgate bei $V_{SD} = 0$ V (a) und $V_{SD} > 0$ V (c). Die Insets zeigen die entsprechenden Zustandsdichten der Graphen-Bereiche.

bzw. n_{BG} verändert werden können. Die blauen bzw. roten Bereiche zeigen die Lage der CNP relativ zur Fermi-Energie. Im Inset sind die entsprechenden Zustandsdichten (DOS) für die einzelnen Teile der Probe und die entsprechenden Spannungen an den Gates dargestellt.

Für die gezeigten Einstellungen bei $V_{SD} = 0$ V (a) ist in den Graphen-Bereichen an den Source- und Drain-Kontakten die Zustandsdichte bei der Fermi-Energie E_F minimal, es stehen daher nur wenig Zustände für den Transport zur Verfügung — die Anzahl der Ladungsträger ist minimal — der daraus folgende Widerstand ist hoch.

Wird für diesen Zustand nun eine Spannung $V_{SD} > 0$ V zwischen Source und Drain angelegt, wird den wenigen Ladungsträgern im System eine Energie gegeben, und ein Strom I_{SD} kann fließen. Aufgrund des Feldeffektes ist ein Widerstand ($R = V_{SD}/I_{SD}$) entsprechend der Ladungs-

trägerkonzentration n_{BG} und n_{TG} zu erwarten, der von V_{SD} unabhängig ist, falls n_{BG} und n_{TG} gleich bleiben.

Aufgrund der wenigen Ladungsträger im System am Source-Kontakt tritt jedoch der in Abbildung 7.7 (b) gezeigte Fall ein. Durch eine Spannung V_{SD}, die in der Abbildung schematisch durch eine Verschiebung $e \cdot V_{SD}$ des Source-Kontakts dargestellt ist, können Ladungsträger aus den Zuleitungen ins Graphen induziert werden. Somit ändert sich n_{BG} und der Widerstand sinkt, effektiv kommt es zu einer Verschiebung der Fermi-Energie, die dieser Zunahme der Ladungsträgerkonzentration entspricht. Die Verschiebung der Fermi-Energie ist dabei proportional zu $e \cdot V_{SD}$.

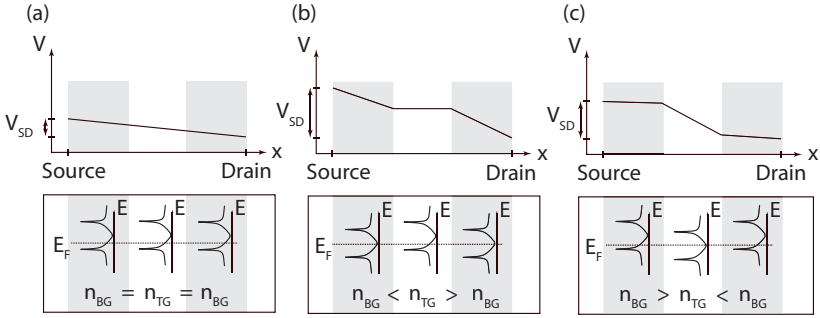

Abbildung 7.8: Spannungsabfall in der Probe für die Spannung V_{SD} zwischen den Source-Drain-Kontakten, bei hoher Ladungsträgerkonzentration in der gesamten Probe (a) und bei niedriger Ladungsträgerkonzentration n_{BG} (b) bzw. n_{TG} (c).

Genau gesehen wird die Induzierung der Ladungsträger also durch die über die gesamte Probe abfallenden Spannung V_{SD} verursacht. Ist die Konzentration $(n_{TG}+n_{BG})$ im gesamten System hoch, so ist dieser Spannungsabfall V_{SD} vergleichsweise sehr gering, aufgrund des niedrigen Widerstands im System, wie in Abbildung 7.8 (a) gezeigt. Liegt jedoch in einem der Bereiche der Probe die Fermi-Energie im CNP ($n_{BG} = 0$ oder $n_{TG} = 0$), so ist der Widerstand dort sehr hoch und die abfallende Spannung V_{SD} in diesem Bereich kann so hoch sein, dass sich, je nach Strom I_{SD}, die relative Lage von E_F in der Zustandsdichte messbar verschiebt. Gezeigt ist das in Abbildung 7.8 für niedriges $n_{BG} = 0$ (b) und $n_{TG} = 0$ (c). Dieses Bild verdeutlicht auch, dass die Nichtlinearität in Abhängigkeit von V_{BG}, die in Abbildung 7.3 gezeigt wurde, dieselbe Ursache hat und zwar, dass E_F in

diesem Teil ebenfalls am CNP liegt. So ist dieser Effekt in beiden Fällen auch nur bei Gate-Spannungen zu sehen, für die E_F in der Nähe des CNP liegt.

Es wurde also geklärt, dass die Nichtlinearität — die Veränderung des Widerstands in Abhängigkeit von V_{SD} — aufgrund der Induzierung von Ladungsträgern durch den Spannungsabfall V_{SD} zwischen Source-Drain verursacht wird. Ist dieser Spannungsabfall in den entsprechenden Bereichen so hoch, dass eine Verschiebung der Fermi-Energie möglich wird, so ändert sich der Widerstand bei Veränderung von V_{SD}. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn die Gates so eingestellt sind, dass der Transport nahe dem CNP stattfindet. Werden die Gates so verändert, dass bei hohen Ladungsträgerkonzentrationen gemessen wird (Abbildung 7.5), so ist der Widerstand innerhalb der Probe so gering, dass V_{SD} keinen messbaren Einfluss auf den Widerstand hat, die Kurve wird linear, wie es für eine Einzel-Lage zu erwarten ist.

7.4 Verlauf der Nichtlinearität

Nachdem die Ursache der Nichtlinearität geklärt wurde, soll nun im Rahmen des besprochenen Modells der Verlauf der Kennlinien erklärt werden. Im letzten Abschnitt ist bereits die Zustandsdichte erwähnt worden, die durch die angelegte Spannung V_{SD} zwischen Source- und Drain-Kontakt relativ zur Fermi-Energie E_F verschoben wird. In verdrehten Lagen hat die Zustandsdichte die Form, wie sie in Abbildung 7.9 gezeigt und auch in der Theorie (Kapitel 2.2.3) näher beschrieben wurde. Bei hohen Energien sind Singularitäten (Van Hove Singularitäten [30]) zu sehen, die dadurch entstehen, dass in der Energiedispersion ein Maximum oder Minimum auftritt. Diese Singularitäten verschieben sich durch die Verdrehung der Lagen zu niedrigeren Energien (abhängig vom Winkel der Verdrehung) und die Zustandsdichte bei $E_F = 0$ fällt nicht auf Null ab, falls beide Lagen unterschiedlich dotiert sind.

Da eine Veränderung von V_{SD} zu einer Verschiebung der Fermi-Energie E_F im Bereich des CNP führt, wird dadurch quasi die Zustandsdichte um den CNP spektroskopiert, d.h. der Verlauf des Widerstands $R_{xx}(V_{SD})$ wird dadurch bestimmt. Dies ist in Abbildung 7.9 schematisch dargestellt. Für kleine V_{SD} (a) liegt die Fermi-Energie zunächst in einem Bereich in dem die Zustandsdichte sehr gering ist und nur sehr langsam zunimmt, der Wi-

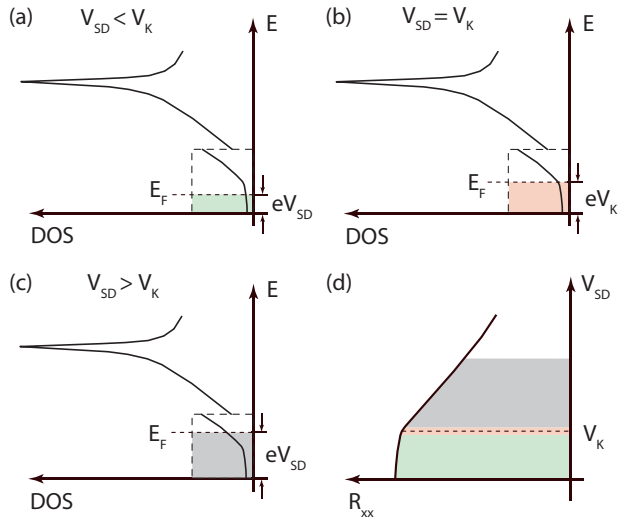

Abbildung 7.9: Ausschnitt der Zustandsdichten für unterschiedliche Spannungen V_{SD} zwischen Source- und Drain-Kontakt. Die Fermi-Energie ist um einen Betrag proportional zu $e \cdot V_{SD}$ verschoben, woraus der in Teil (d) gezeigte Verlauf des Widerstands R_{xx} folgt.

derstand fällt nur langsam, was durch den grünen Bereich in Teil (d) verdeutlicht wird und so auch in den Messungen (Abbildungen 7.3 und 7.4) zu sehen war.

Wird E_F in der Zustandsdichte durch Erhöhung von V_{SD} zu höheren Energien verschoben, so nimmt die Anzahl der Zustände, ab einer bestimmten Energie E_K stärker zu, wodurch der Widerstand ab dieser Energie $E = E_K$ bzw. dieser Spannung $V_{SD} = V_K$ schneller abfällt, was im Teil (b) und für den roten Bereich in Teil (d) gezeigt ist. Wird E_F wie im Teil (c) zu sehen, weiter erhöht, steigt auch die Zustandsdichte und der Widerstand fällt weiter. Der Abfall ist dabei stärker, da auch die Zustandsdichte stärker ansteigt für Energien $E < E_K$. Dies beschreibt also die Nichtlinearität qualitativ sehr gut.

Bleibt die Erklärung der Verschiebung von V_K bei Veränderung der Spannungen der Gates, wie es in Abbildung 7.6 gezeigt ist. Dies wird

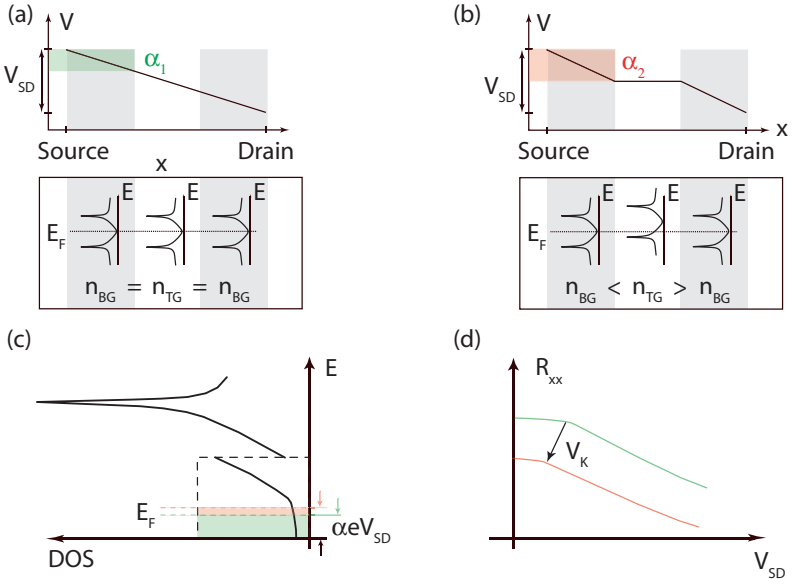

Abbildung 7.10: (a) und (b): Spannungsabfälle über die Probe bei Veränderung der Spannung V_{TG} am Topgate. Daraus resultierend die Zustandsdichten an den Fermi-Energien (c) und die Verschiebung von V_K (d).

hauptsächlich dadurch verursacht, dass sich die Spannungsverteilung innerhalb der Probe verändert, je nachdem wie die Spannung an den Gates im Vergleich eingestellt ist. Sprich, wenn sowohl im Bereich unter dem Topgate als auch im Bereich daneben der Widerstand sehr hoch ist, so ist der Spannungsabfall V_{SD} über die gesamte Probe hoch, wie es in Abbildung 7.10 (a) für ein festes V_{SD} dargestellt ist.

Wird dann in einem der Bereiche z.B. unter dem Topgate durch die Einstellung der Gate-Spannung V_{TG} der Widerstand verringert, so fällt bei konstantem V_{SD} der Hauptteil der Spannung nicht mehr über dem Topgate (n_{TG}), sondern über den anderen beiden Bereichen (n_{BG}) ab, wodurch sich gleichzeitig die abfallende Spannung, über diesen Bereichen erhöht, was durch die Faktoren α_1 und α_2 angedeutet ist. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 7.10 (b) gezeigt. Durch den erhöhten Spannungsabfall verändert

sich wiederum auch E_F bei festem V_{SD} und somit der Widerstand, was in den Abbildungen (c) und (d) durch die entsprechenden Farben angedeutet ist.

Die Spannungen V_{TG} und V_{BG} sorgen also in der Nähe des CNP durch eine „Umverteilung“ der Spannungen für eine Veränderung der Spannungsabfälle von $\alpha_1 \cdot V_{SD}$ zu $\alpha_2 \cdot V_{SD}$, die abhängig von V_{TG} zu einer Verschiebung von V_K führen, wie es in Abbildung 7.6 gemessen wurde. V_K nähert sich dabei an einen bestimmten Wert an, denn die Spannung V_{TG} hat immer weniger Einfluss auf das α, bzw. auf die Spannungsverteilung in der Probe, wenn V_{TG} immer größer wird. Das Verhalten spiegelt sich ebenfalls im exponentiellen Fit der Kurve in Abbildung 7.6 wieder.

Eine Spektroskopie der Zustandsdichte durch den Spannungsabfall zwischen Source- und Drain-Kontakten kann also die Nichtlinearitäten sehr gut erklären. Weiterführend kann dies dazu genutzt werden zum Beispiel den Einfluss eines Magnetfeldes auf die Zustandsdichte zu studieren, was im folgenden Abschnitt gezeigt wird.

7.5 Nichtlinearität im Magnetfeld

Nichtlineare Messungen wurden an dieser Probe auch im Magnetfeld durchgeführt. Das grundsätzliche Verhalten wurde im letzten Kapitel für $B = 0$ T beschrieben und auf die Induzierung von Ladungsträgern aus den Source-Drain-Kontakten begründet. Dabei spielt der Verlauf der Zustandsdichte eine entscheidende Rolle. Wird ein endliches Magnetfeld angelegt, verändert sich die Zustandsdichte dahingehend, dass die kontinuierliche Zustandsdichte in sogenannte Landau-Level aufspaltet, deren Abstand in Abhängigkeit vom Magnetfeld mit $\sim \sqrt{B \cdot N}$ wächst (Kapitel 2.3). Diese Landau-Level sind ausgedehnte Zustände, die besetzt werden können, wenn sie unterhalb der Fermi-Energie liegen. Immer dann wenn durch Erhöhen des Magnetfeldes ein Landau-Level über die Fermi-Energie geschoben wird, steigt die Hallspannung und im Längswiderstand ist ein Maximum in den SdH-Oszillationen zu beobachten. Dies wurde bereits ausführlich in der Theorie in Kapitel 2.3 und im Magnetotransport in Kapitel 5 diskutiert und beobachtet. Die Änderung der Zustandsdichte mit dem Magnetfeld müsste nun auch Auswirkungen auf den Transport abhängig von der angelegten Source-Drain-Spannung V_{SD} haben.

Einfluss des Backgates

Dazu wird wie auch im letzten Kapitel die Abhängigkeit der Ladungsträgerkonzentrationen n_{BG} und n_{TG} für unterschiedliche Magnetfelder betrachtet. Begonnen wird dabei mit der Abhängigkeit von n_{BG}, die in Abbildung 7.11 dargestellt ist. Die gezeigten Messungen wurden bei niedrigem n_{TG} für unterschiedliche n_{BG} — entsprechend den Backgate-Spannungen $V_{BG} = 20$ V (a) und 60 V (c) wie im Teil (b) zu sehen — und bei Magnetfeldern bis zu 13 T durchgeführt. In den Messungen ist zu sehen, dass sich zum einen der absolute Widerstand mit dem Magnetfeld verändert und zum anderen erneut eine Nichtlinearität auftritt. Genauer wird diese Nichtlinearität weiter unten dargestellt und diskutiert.

Die Veränderung des absoluten Widerstands mit dem Magnetfeld kommt dadurch, dass der Längswiderstand R_{xx} gemessen wird. Dieser zeigt im Magnetfeld abhängig von der Ladungsträgerkonzentration im System die SdH-Oszillationen, was für $V_{BG} = 60$ V im Teil (d) schematisch dargestellt ist. In der im Teil (a) gezeigten Messung steigt der Widerstand kontinuierlich, da

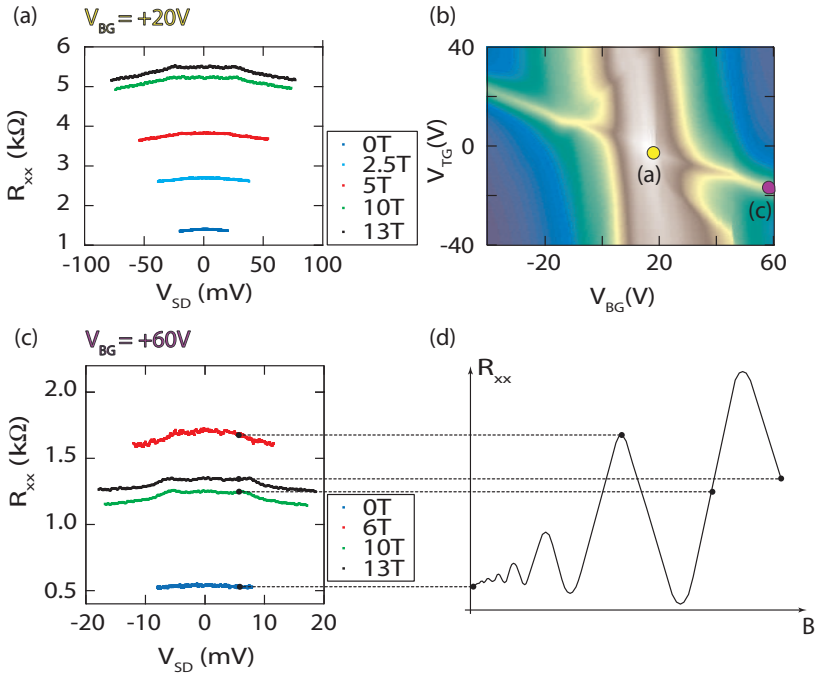

Abbildung 7.11: Magnetfeldabhängigkeit bei unterschiedlichen Backgate-Spannungen (a) $V_{BG} = 20$ V und (c) $V_{BG} = 60$ V. (b) zeigt die Stellen an denen gemessen wurde und (d) die SdH-Oszillationen wodurch sich der absolute Widerstand für $V_{BG} = 60$ V verschiebt.

durch die Gates wie im Teil (b) zu sehen in der gesamten Probe eine niedrige Ladungsträgerkonzentration eingestellt ist. Dadurch sind die Perioden der SdH-Oszillationen so hoch, dass lediglich ein Anstieg im Messbereich zu sehen ist. Ein zusätzlicher Anstieg wird verursacht durch die Aufhebung der Entartung des nullten Landau-Levels bzw. durch Vielteilchen-Effekte [50, 117, 146], die am CNP die größte Auswirkung auf den Widerstand haben. Dies wurde bereits im Kapitel 5.7 an dieser Probe untersucht.

Der Verlauf der Nichtlinearität in den Messungen ist auf den ersten Blick ähnlich zu denen bei $B = 0$ T. Der Knick ist für hohe Magnetfelder ausge-

prägter und die abfallende Spannung V_{SD} ist, besonders für die Messung im Teil (a) für $V_{BG} = 20$ V, sehr viel höher als bisher gemessen, was aufgrund des viel höheren Widerstands R_{xx} auch zu erwarten ist. Bevor die Nichtlinearität im hohen Magnetfeld genauer diskutiert wird, wird zusätzlich für die beiden Messungen aus Abbildung 7.11 die Abhängigkeit von der Topgate-Spannung bei $B = 13$ T gezeigt. Diese sind in Abbildung 7.12 dargestellt.

Einfluss des Topgates

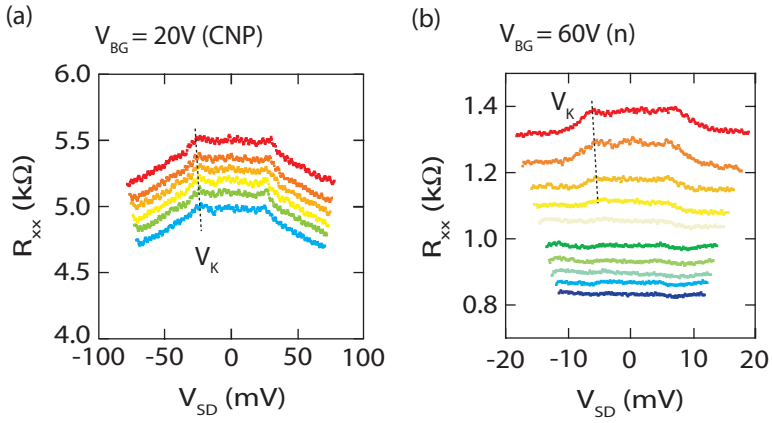

Abbildung 7.12: Verlauf des Widerstands bei einem Magnetfeld von $B = 13$ T bei Variation der Spannung am Topgate. (a) zeigt den Verlauf für eine feste Spannung am Backgate $V_{BG} = 20$ V also nahe dem CNP und (b) für $V_{BG} = 60$ V, also für eine hohe Ladungsträgerkonzentration neben dem Topgate.

In den beiden Messungen in Abbildung 7.12 ist die Nichtlinearität bei hohem Magnetfeld etwas genauer zu sehen. Die absolute Veränderung des Widerstands ist erneut auf den Feldeffekt zurückzuführen, durch den die Ladungsträgerkonzentration in der Probe verändert wird (s. Abbildung 7.3 und 7.4).

In der Abbildung 7.12 (a) ist in den Bereichen neben dem Topgate die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} niedrig, E_F liegt dort nahe dem CNP. Eine Veränderung der Spannung V_{TG} am Topgate verändert lediglich die

Spannungsverteilung innerhalb der Probe, wie es in Abbildung 7.10 gezeigt wurde. Im Teil (b) der Abbildung ist für alle Kurven die Backgate-Spannung so eingestellt, dass in den Bereichen neben dem Topgate die Ladungsträgerkonzentration n_{BG} hoch ist. Für die rote Kurve in (b) ist die Topgate-Spannung so eingestellt, dass sich E_F in dem Bereich (n_{TG}) am CNP befindet, d.h. der Spannungsabfall V_{SD} über die Probe sorgt aus den bereits erläuterten Gründen für eine zusätzliche Induzierung von Ladungsträgern. Wird die Spannung am Topgate verringert, E_F also ins Leitungs- oder Valenzband verschoben, so füllt sich auch der Bereich unter dem Topgate mit Ladungsträgern, der Spannungsabfall wird geringer, die Kurve wird linear.

Die Entwicklung der Nichtlinearität mit steigender/fallender Ladungsträgerkonzentration n_{BG} und n_{TG} in der Probe geschieht also auch im Magnetfeld durch die gleiche Systematik (s. Abbildung 7.8). Für eine hohe Ladungsträgerkonzentration in der gesamten Probe ist der Verlauf linear und für niedrige Konzentrationen, also bei hohen Widerständen, egal ob im Bereich des Topgates oder in den Bereichen daneben, tritt die Nichtlinearität auf. Grund dafür ist der Unterschied in den Spannungsabfällen in der Probe, durch den es bei ausreichend hohem V_{SD} zur Induzierung von Ladungsträgern aus den Source- und Drain-Kontakten kommt, wie es bereits ausführlich für $B = 0$ T in Kapitel 7.3 erläutert wurde.

Verlauf der Nichtlinearität im Magnetfeld

In den Messungen im Magnetfeld, die in Abbildung 7.12 gezeigt sind, sind einige kleine Unterschiede zu den Messungen z.B. in Abbildung 7.4 bei $B = 0$ T zu sehen. Zum einen sind die Spannungen V_{SD} höher zum anderen treten zusätzliche „Dips“ an den Knicken in der Nichtlinearität auf. Des weiteren ist im Magnetfeld für niedrige V_{SD} der Anstieg zunächst annähernd linear. Dies sind Effekte die durch die Aufspaltung der Zustandsdichte im Magnetfeld wie folgt verursacht werden.

Die Zustandsdichte bei B=0T und im Vergleich bei einem endlichen Magnetfeld ist in Abbildung 7.13 (a) für eine endliche Spannung am Gate dargestellt. Aus dem kontinuierlichen Spektrum bei $B = 0$ T werden im Magnetfeld (Abbildung 7.13 (b)) ausgedehnte Zustände — die Landau-Level — deren Abstände wurzelförmig vom Magnetfeld abhängen. Zwischen den Zuständen befinden sich Streuzustände, wodurch die Zustandsdichte nicht

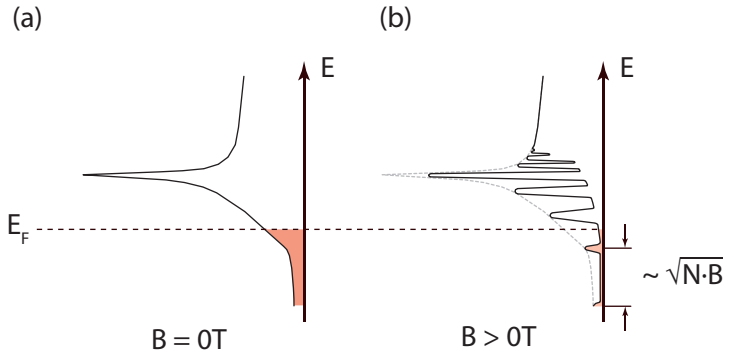

Abbildung 7.13: Zustandsdichte bei $B = 0$ T und für hohes Magnetfeld. Für $B > 0$ T bilden sich ausgedehnte Zustände in der Zustandsdichte mit einem Abstand proportional zu $\sqrt{NB}$, wobei N die gefüllten Landau-Level bezeichnet.

ganz auf Null geht [147].

Die Aufspaltung in ausgedehnte Zustände hat nun die folgenden Auswirkung auf den nichtlinearen Transport im System. Dazu wird eine Vergrößerung der Zustandsdichte um den CNP betrachtet, die in Abbildung 7.14 gezeigt ist. Die gestrichelte Linie in Teil (a)-(c) stellt den Verlauf der Zustandsdichte bei $B = 0$ T dar.

Für Energien um den CNP bis zum ersten Landau-Level stehen zunächst nur Streuzustände in der Probe zur Verfügung, die in Abbildung 7.14 (a) durch den grünen Bereich gekennzeichnet ist. Liegt E_F in diesem Bereich der Zustandsdichte, ändert sich der Widerstand nur sehr wenig, da nur sehr wenige Zustände beteiligt sind. Das ist in den Messungen im hohen Magnetfeld auch zu beobachten, für niedrige Spannungen V_{SD} fällt der Widerstand nur sehr langsam, er ist fast konstant (s. Abbildung 7.12).

Wird E_F durch Veränderung von V_{SD} durch ein Landau-Level geschoben, wie es im Teil (b) im roten Bereich zu sehen ist, so ist zu erwarten, dass der Widerstand ab diesem Punkt fällt, da plötzlich mehr Zustände zur Verfügung stehen. In den Messungen ist am Punkt V_K (Abbildung 7.12) genau dieses Verhalten zu beobachten. Bei weiterer Veränderung von E_F über das erste Landau-Level hinaus sinkt nun die Zustandsdichte wieder, der Transport bei E_F wird erneut durch die Streuzustände bestimmt, was

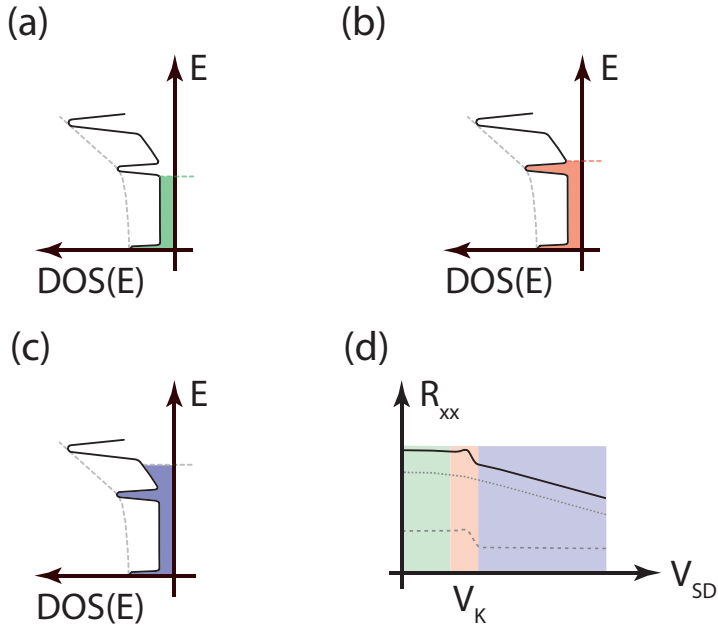

Abbildung 7.14: Verlauf der Nichtlinearität im Magnetfeld abhängig von der angelegten Source Drain Spannung V_{SD}, unterteilt in zwei Anteile (gestrichelte Linien), deren Summe die durchgezogene Linie in (d) ergeben. Die farbigen (rot/grün/blau) Bereiche kennzeichnen die besetzen Zustände (a) unterhalb (b) im Bereich und (c) oberhalb des 1. Landau-Levels.

durch den blauen Bereich im Teil (c) der Abbildung angedeutet ist.

Kommt es für höhere Energien zu einem zusätzlichen Anstieg der Streuzustände so führt dies zu einem kontinuierlichen Abfall des Widerstands wie es im Teil (d) durch die gestichelte Linie gekennzeichnet ist. Der Verlauf des Widerstands ist also bestimmt durch zwei Komponenten, dem kontinuierlichen Anstieg der Streuzustände und dem stufenförmigen Anstieg durch die ausgedehnten Landau-Level, die beide im Teil (d) dargestellt sind.

Ein unterschiedlicher Einfluss dieser beiden Komponenten ist in der Messung in Abbildung 7.12 zu sehen. Für den Teil (a) bei $V_{BG} = 20$ V haben die Streuzustände einen großen Einfluss, denn nach dem Auftreten des Abfalls

durch die Besetzung des ersten Landau-Levels, fällt der Widerstand durch die Streuzustände weiter kontinuierlich ab. Im Teil (b) bei $V_{BG} = 60$ V allerdings bleibt der Widerstand nahezu konstant nach dem Knick, die Streuzustände haben keinen großen Einfluss auf den Transport für diese Messung.

Woher diese Unterschiede kommen ist unklar, denn die Streuzustände sollten für beide Einstellungen an den Gates in gleichem Maße den Transport beeinflussen. In einer systematischen Untersuchung bei mehreren Gate-Spannungen, könnte dieser Effekt etwas genauer untersucht werden. Eine weitere Unklarheit ist im abgebildeten Schema in Abbildung 7.14 (d) zu sehen. Dort ist ein kleiner Anstieg im Bereich um den Knickpunkt angedeutet, der in den Messungen z.B. in Abbildung 7.12 ebenfalls zu sehen ist und offensichtlich nur im hohen Magnetfeld auftaucht. Woher genau dieser zusätzliche Anstieg im Magnetfeld kommt, ist ebenfalls unklar und kann durch weitere Messungen an solch einem System näher studiert werden.

7.6 Zusammenfassung

Es konnte in diesem Kapitel gezeigt werden, dass der Transport in der Probe bei niedrigen Ladungsträgerkonzentrationen eine Nichtlinearität bei der Veränderung der Spannung zwischen dem Source- und Drain-Kontakt aufweist.

Für diese Nichtlinearität wurde ein Modell vorgestellt, was darauf aufbaut, dass durch eine angelegte Spannung V_{SD} zwischen Source- und Drain-Kontakt, zusätzlich Ladungsträger induziert werden, die für eine Veränderung des Widerstands sorgen. Der Spannungsabfall in den unterschiedlichen Bereichen der Probe wird dabei durch die Einstellungen an den Gates bestimmt. Für alle Messungen konnten lokal und global durch ein Top- bzw. Backgate die Einstellungen in der Probe verändert werden. Dadurch war es möglich die Ladungsträgerkonzentration genau einzustellen und somit den Effekt der Induzierung von zusätzlichen Ladungsträgern bei unterschiedlichen Konzentrationen genau zu untersuchen.

Gezeigt werden konnte dass eine Veränderung der Source-Drain-Spannung V_{SD} bei festen Gate-Spannungen bewirkt, dass sich die Fermi-Energie E_F innerhalb der Zustandsdichte verschiebt und somit die Zustandsdichte im Bereich des CNP spektrosopiert werden kann. Dadurch ergibt sich ein bestimmter Verlauf des Widerstands in Abhängigkeit von

der zur Verfügung stehenden Zustände an der Fermi-Energie.

Wird zusätzlich ein Magnetfeld eingeschaltet, so verändert sich der kontinuierliche Verlauf der Zustandsdichte, es entstehen Landau-Level deren Abstand abhängig vom Magnetfeld ist. Zwischen diesen Landau-Leveln wird der Transport durch Streuzustände bestimmt. Sowohl die Streuzustände, als auch die Landau-Level haben dabei Auswirkungen auf den Verlauf des Widerstands und können in den Messungen beobachtet werden.

Das hier betrachtete Modell für die Nichtlinearität beschreibt die beobachteten Messdaten zwar sehr gut, es ist allerdings möglich, dass weitere V_{SD}-abhängige Effekte den Verlauf der Kurve beeinflussen können, was Aufgabe weiterer Untersuchungen in dieser Richtung ist.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde an einem Graphen-System aus verdrehten und entkoppelten Einzel-Lagen gezeigt, wie sich die elektronischen Eigenschaften verändern, wenn durch ein Topgate eine Barriere bzw. ein bipolarer Zustand erzeugt wird. Dabei wurden im Speziellen die Transport-Eigenschaften von Ladungsträgern im Magnetfeld und bei einer veränderten Spannung an den Kontakten untersucht und der Einfluss von Quanteninterferenzen und Streuungen diskutiert.

Die verwendeten Graphen-Lagen wurden von einem Graphit-Stück mithilfe eines Klebebandes abgespalten und auf ein Substrat gebracht. Auf diesem befindet sich eine ~ 300 nm dicke Oxidschicht, die es ermöglicht aufgrund der definierten Dicke die Graphen-Lagen unter dem Lichtmikroskop zu finden und brauchbare Graphen-Flakes auszusuchen. Für die elektrische Charakterisierung wurden dabei Graphen-Flakes ausgewählt, die beim Prozessieren oder beim Abspalten umgeklappt sind. Diese umgeklappten Lagen zeichnen sich dadurch aus, dass zwei entkoppelte zweidimensionale Systeme übereinander liegen, wodurch neue interessante Eigenschaften im Transport durch diese Lagen zu beobachten sind.

Aufgrund des Aufbaus des Substrats mit der Oxidschicht war es weiterhin möglich dieses als Gate zu benutzen und durch den Feldeffekt die Ladungsträgerkonzentration und -art im Graphen zu verändern, indem das Potential am Gate variiert wurde. Für weiterführende Untersuchung wurde auf die Probe ein zusätzliches Gate prozessiert, mit dem lokal, ebenfalls aufgrund des Feldeffektes, die Konzentration der Ladungsträger im Graphen verändert werden konnte. Damit war es möglich durch Variation der Spannung am Topgate eine veränderliche Potential-Barriere im Graphen zu erzeugen. Dadurch kann ein bipolarer Zustand, in dem der Transport im einen Teil der Probe durch Elektronen und im anderen Teil durch Löcher gegeben ist, eingestellt werden. Im Gegensatz zum Tunneleffekt in einem quantenmechanischen System wird ein solcher Zustand im Graphen mit dem sogenannten Klein-Tunneln erklärt. Es konnte in dem Zusammenhang

gezeigt werden, dass das Klein-Tunneln in dieser Probe nicht perfekt ist, da an den Übergängen im bipolaren Fall zusätzliche Streueffekte den Transport unterdrücken.

Der Transport im Magnetfeld an dieser entkoppelten Probe hat gezeigt, dass beide aufeinander liegenden Graphen-Lagen zum Transport beitragen. Festgestellt wurde das in den Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Diese entstehen durch die Quantisierung der Zustandsdichte im Magnetfeld und sind abhängig von der Konzentration der Ladungsträger in der jeweiligen Lage. Da der Transport durch beide Lagen stattfindet, gibt es im betrachteten System also für jede Lage andere Quantisierungen, die sich im Signal vermischen. In den Shubnikov-de Haas-Oszillationen hat sich dieser Sachverhalt in einer Überlagerung von zwei Oszillationen mit unterschiedlicher Periode ausgedrückt. Aus beiden Oszillationen konnten Ladungsträgerkonzentrationen in Abhängigkeit von der Spannung am Gate berechnet werden.

Aus den beiden Oszillationen wurde zusätzlich die Berry-Phase Φ des Systems abgelesen, die mit der Chiralität der Ladungsträger verknüpft ist und durch die Anzahl der gekoppelten Lagen im System beeinflusst wird. Da es sich hierbei um ein System aus entkoppelten Einzel-Lagen handelt, ergibt sich wie zu erwarten eine Berry-Phase von $\Phi = \pi$ aus beiden Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Im Magnetotransport konnte die Beobachtung unter dem Lichtmikroskop bestätigt werden, dass es sich bei dem gemessenen System um zwei Graphen-Einzel-Lagen handelt, die durch ein Umklappen während der Prozessierung aufeinander liegen.

Durch die Entkopplung der beiden Graphen-Lagen und der zusätzlichen Möglichkeit lokal durch das Topgate und global durch das Backgate die Transport-Eigenschaften zu ändern, war es möglich, durch die Einstellungen am Topgate und Backgate in beiden Lagen die Konzentrationen der Ladungsträger unabhängig voneinander einzustellen, was in Messungen im Magnetfeld nachgewiesen werden konnte. Dies ermöglicht es z.B. ein Potentialunterschied zwischen unterer und oberer Lage einzustellen und, wenn beide Lagen unabhängig voneinander kontaktiert sind, den Transport senkrecht zu den Lagen zu messen. Eine weitere Möglichkeit ist die Untersuchung von exzitonischen Eigenschaften, indem in der einen Lage Löcher und in der anderen Lage Elektronen eingestellt und die Wechselwirkungen im Transport gemessen werden.

Weiterhin wurde der Einfluss der Kompressibilität im Graphen disku-

tiert. Die durch den Feldeffekt induzierten Ladungsträger konnten theoretisch durch ein simples elektrostatisches Modell mit zwei Kondensatorplatten (Graphen - Substrat; Graphen - Topgate) berechnet werden. Dieses Modell muss allerdings angepasst werden, wenn, wie im hier betrachteten Fall, eine der Kondensatorplatten auf zwei Dimensionen eingeschränkt ist. Dann spielt der Verlauf der Zustandsdichte eine entscheidende Rolle, denn die Zustandsdichte bestimmt, wieviele Ladungsträger das Graphen überhaupt aufnehmen „darf“. Um die Abweichung abzuschätzen, wurde mithilfe der aus den Shubnikov-de Haas-Oszillationen berechneten Ladungsträgerkonzentration die Kompressibilität bestimmt, die sich durch die zusätzliche in Reihe geschaltete Quantenkapazität C_Q ausdrücken lässt.

Diese Quantenkapazität wurde für unterschiedliche Spannungen am Backgate und Topgate bestimmt. Dabei wurde festgestellt, dass nahe dem CNP die Quantenkapazität unterdrückt ist im Vergleich zu hohen Ladungsträgerkonzentrationen. Dies konnte damit begründet werden, dass die Kompressibilität von der Anzahl der Zustände bei der Fermi-Energie abhängig ist und diese durch die Spannung an den Gates variiert wird. Dadurch wird die Fermi-Energie durch die nicht konstante Zustandsdichte verschoben, wodurch sich auch C_Q verändert.

Die erhaltenen Werte für die Quantenkapazität weichen in etwa um eine Größenordnung nach unten ab im Vergleich zu Werten aus der Literatur für Doppel- und Einzel-Lagen-Systeme. Der Unterschied kommt dadurch zustande, dass der Verlauf der Zustandsdichte von verdrehten Lagen etwas verändert ist und somit auch die von der Zustandsdichte abhängige Quantenkapazität C_Q eine Andere ist. Andere Werte für das hier betrachtete System sind also durchaus zu erwarten.

Für weiterführende Untersuchungen könnte die Kapazität mit einem EFM[1] oder SCM[2] ortsaufgelöst gemessen werden und somit die Abweichung in der Zuständsdichte in entkoppelten Systemen ohne die Prozessierung von einem zusätzlichen Topgate bestimmt werden. Die Einstellung der Ladungsträgerkonzentration kann dabei durch das Backgate erfolgen.

In einer weiteren Analyse der Messdaten wurden universelle Fluktuationen in der Leitfähigkeit untersucht. Diese treten auf, wenn es in der Probe zu Streueffekten kommt und Quanteninterferenzen zwischen Ladungsträgern den Transport beeinflussen. Es wurde in dem Zusammen-

[1] **E**lectrostatic **F**orce **M**icroscope
[2] **S**canning **C**apacitance **M**icroscope

hang gezeigt, dass es zu einer Unterdrückung der Fluktuationen bei niedriger Ladungsträgerkonzentration kommt, da die Wechselwirkungen zwischen Ladungsträgern zunehmen und außerdem Übergänge von Löcherleitung zu Elektronenleitung, die sogenannten Elektron-Loch-Puddels, zu Phasenverlusten führen. Durch die Einstellung am Topgate konnte ein solcher p-n-p/n-p-n-Übergang erzeugt und mithilfe der Autokorrelationsfunktion die Fluktuationen für diese Übergänge charakterisiert werden. Dabei wurde festgestellt, dass die Breite der Autokorrelation für einen bipolaren Übergang geringer ist als bei einem unipolaren Übergang. Daraus konnte die Argumentation der Phasenverluste an Übergängen unterstrichen und außerdem eine Begründung für die Unterdrückung des Klein-Tunnelns geliefert werden, die durch Streuzentren in den Barrieren verursacht wird, was sich in den Fluktuationen ebenfalls bemerkbar macht.

In weiteren Messungen der Strom-Spannungs-Charakteristik wurde ein nichtlinearer Verlauf gemessen, der so für ein Graphen-System ohne Bandlücke nicht zu erwarten ist. Zurückgeführt werden konnte der nichtlineare Verlauf auf den Spannungsabfall zwischen den Kontakten, der bei niedriger Ladungsträgerkonzentration einen zusätzlichen Einfluss auf die induzierten Ladungsträger hat. Der Widerstand in der Probe verändert sich also, weil mehr Zustände am Transport teilnehmen, verursacht durch eine Verschiebung der Fermi-Energie in der Zustandsdichte, durch diesen Spannungsabfall über der Probe. Der Verlauf der Nichtlinearität ist dabei verknüpft mit dem Verlauf der Zustandsdichte in verdrehten Lagen, was in den Messungen gezeigt werden konnte. Zusätzliche Messungen im Magnetfeld haben in dem Zusammenhang gezeigt, dass es im hohen Magnetfeld zu weiteren Effekten kommt, die aufgrund der Quantisierung (Landau-Level) der Zustandsdichte auftreten.

Anhang - Transport Messungen an Nanopartikel-Ketten

Einleitung

Ein weiteres in dieser Arbeit betrachtetes System sind Gold-Nanopartikel, die in einer Kette aneinander gereiht ein niedrigdimensionales System ergeben, in welchem Einzel-Elektronen-Effekte im Transport messbar sind. Interessant sind diese Art von Messungen, um ein besseres Verständnis der Physik in solchen mesoskopischen Systemen zu erhalten, die in späteren Bauteilen für die Nanoelektronik wichtig werden. Um dies zu erreichen ist es zunächst von Interesse solche Systeme kontrolliert herzustellen [148–151] und anschließend für Messungen zu kontaktieren.

Die Herstellung kann auf mehrere Art und Weisen geschehen, die in den Referenzen [149, 152–156] nachzulesen sind. In all diesen Methoden ist es schwierig wirklich eindimensionale Strukturen zu erzeugen, da aufgrund der Prozesse, oft mehrere parallele Ketten nebeneinander entstehen, in denen den Ladungsträgern mehr als einen Pfad auf dem Weg durch die Probe, zur Verfügung steht. Somit wird der Transport meist für ein Quasi-1D-System beschrieben.

Der Transport in solch einem System ist durch mehrere Faktoren bestimmt. Zum einen die Coulomb-Blockade, die eine große Rolle spielt, wenn ein Teilchen der Kette mit einem Ladungsträger besetzt ist und somit abstoßend auf das nächstfolgende Teilchen wirkt [157]. Zum anderen hat die Unordnung im System eine Auswirkung auf den Transport [149, 156, 158, 159], genauso wie Ladungsfallen im Substrat, direkt unterhalb der Kette von Nanopartikeln [150].

Allgemein wird der Transport durch solch eine Kette, die aus metallischen Nanopartikeln besteht, nicht durch ein Ohmsches Gesetz bestimmt, sondern durch Tunneln, was durch ein Potenz-Gesetz der folgenden Form gegeben

ist

$$I \sim (V - V_T)^{\xi}, \tag{8.1}$$

wobei V_T die Einsatzspannung und ξ der Skalierungsfaktor ist. Dieser ist maßgeblich von der Dimensionalität des Systems abhängig. Für ein 1D-System wird ein Faktor von 1 und für 2D-Systeme ein Faktor zwischen $\frac{5}{3}$ und 2 erwartet [156, 160–162].

Die in den Messungen verwendeten Nanopartikel wurden in einem Prozess, wie er in Referenz [154, 155] beschrieben ist, auf ein Substrat abgeschieden und sie haben einen Durchmesser von ca. 20 nm. Gemessen wurden die Nanopartikel, in einem Elektronenmikroskop im Vakuum, in dem Spitzen angebracht sind, die für Transportmessungen bei niedrigen Strömen geeignet sind. Diese Spitzen können auf 10 nm genau positioniert werden und erlauben somit die genaue Positionierung auf den Ketten von Gold-Nanopartikeln. Dadurch entfällt die Prozessierung der Kontakte und somit die naßchemische Behandlung, sowie das Aufheizen der Probe, durch die die Nanopartikel zerstört oder deren Eigenschaften beeinflusst werden könnten.

Messaufbau

Eine der großen Schwierigkeiten kleine Strukturen im Bereich einiger Nanometer zu vermessen, ist die Kontaktierung. Denn Methoden, wie Elektronen-Strahl-Lithographie oder optische Lithographie erfordern es, dass die Probe den Chemikalien ausgesetzt werden muss, die zum Prozessieren der Kontakte notwendig sind und außerdem aufgeheizt werden muss. Besonders im Nanometer-Bereich hat das zur Folge, dass die Struktur verändert wird und somit die physikalischen Eigenschaften des zu untersuchenden Materials andere sind, als erwartet.

Um das zu verhindern, ist es notwendig andere Möglichkeiten zu finden, diese kleinen Strukturen zu kontaktieren. Dazu wird hier ein Aufbau verwendet, der sich in einem Elektronen-Mikroskop (SEM) befindet. Dieser erlaubt es bei gleichzeitiger Beobachtung der Probe mit dem SEM, vier Spitzen auf der Probe mit einer Auflösung von 10 nm abzusetzen. Das Spitzen-System besteht aus Piezo-Motoren, die jede der vier Platin-Iridium-Spitzen in alle drei Raumrichtungen verschieben kann. Die Spitzen befinden sich im SEM unter Vakuum-Bedingungen, geschützt von externen Vibrationen und elektronischen Einflüssen [163].

Abbildung 8.1: Schematischer Aufbau der Probenspitzen im SEM, mit den je drei Piezo-Motoren an denen die Platin-Iridium-Spitze angebracht ist. Der Aufbau befindet sich in einem SEM der Marke Zeiss DSM 940.

Jeder Piezo-Motor kann 20 mm in x- und y- Richtung verfahren werden und 10 mm in z-Richtung mit einer Genauigkeit von $\lesssim$ 10 nm. Die Annäherung der Spitzen an die Probe kann mit dem SEM Bild kontrolliert werden. Ein schematischer Aufbau ist in Abbildung 8.1 gezeigt.

Die Spitzen wurden durch anodische Auflösung von Platin Iridium in einer so genannten „Drop-Off-Methode“ in einer Lösung aus Calcium-Chlorid und Acetone, wie es in Referenz [164, 165] beschrieben ist, gefertigt. Bei dieser Methode dient ein Platin-Iridium Draht als Anode, die sich in der Lösung befindet und an die eine Spannung zwischen beiden angelegt wird. Dadurch kommt es zu einem Material-Verlust an der Spitze [166], der Draht zersetzt sich langsam. Dadurch entsteht eine Spitze im sub-Mikrometer-Bereich, wie es in Abbildung 8.2 im Inset für ein Beispiel zu sehen ist.

Durch die Zersetzung kommt es zur Oxidation an der Spitze, was für spätere Transportmessungen hinderlich ist, da so der Kontaktwiderstand zu hoch wird. Dies kann dadurch verhindert werden, dass für den Prozess eine Wechselspannung eingesetzt wird. Nach Fertigstellung wird an die Spitze

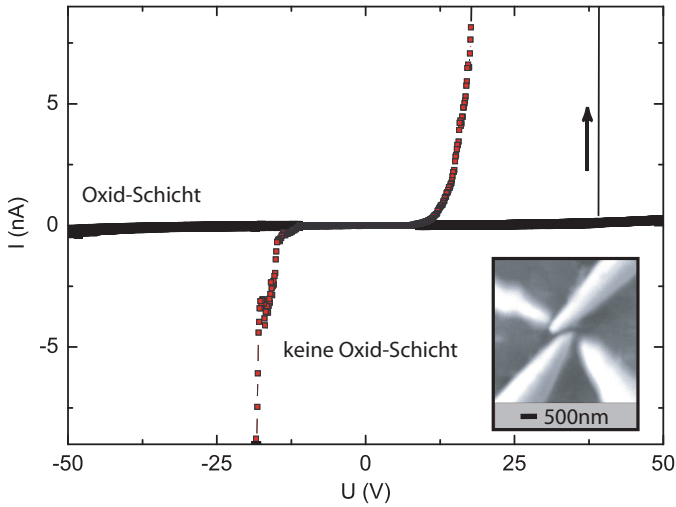

Abbildung 8.2: Die Strom-Spannungs-Kennlinie zeigt einen Sprung nach einigen Sweeps, gekennzeichnet durch den schwarzen Pfeil, was darauf hinweist, dass die Oxid-Schicht auf der Spitze durch die Spannung zwischen den Spitzen abgelöst wurde. Inset: SEM Aufnahme von vier Platin-Iridium Spitzen mit Durchmessern von ca. 100 nm hergestellt durch anodische Auflösung.

kurz eine negative Spannung angelegt, wodurch die Oxid-Dicke signifikant verringert werden kann. Ganz verhindert werden kann die Entstehung dieser Oxid-Schicht nicht. Das ist in der Messung in Abbildung 8.2 zu sehen. Die erste Messung zeigt einen sehr hohen Widerstand im Giga-Ohm Bereich. Nach einigen Sweeps zu hohen Spannungen springt der Strom, was durch den Pfeil angedeutet ist. In den darauf folgenden Messungen ergibt sich eine nicht-lineare Strom-Spannungskennlinie, der Widerstand hat sich signifikant verringert, die Oxid-Schicht wurde dadurch entfernt und das eigentliche Signal kann gemessen werden.

Herstellung der Gold-Nanopartikel

Die Proben in dieser Arbeit wurden in einem Prozess hergestellt, der in Referenz [154, 155] näher erläutert ist. Die Ketten ordnen sich begründet

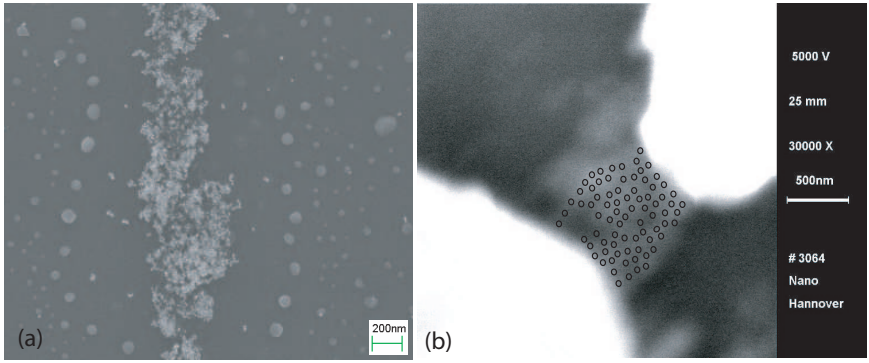

Abbildung 8.3: SEM Aufnahmen von Nanopartikel-Ketten. Teil (a) zeigt parallele Ketten der Nanopartikel auf einem Mica-Substrat, im Teil (b) ist eine mit zwei Spitzen kontaktierte Kette dargestellt, die Nanopartikel sind durch schwarze Kreise verdeutlicht.

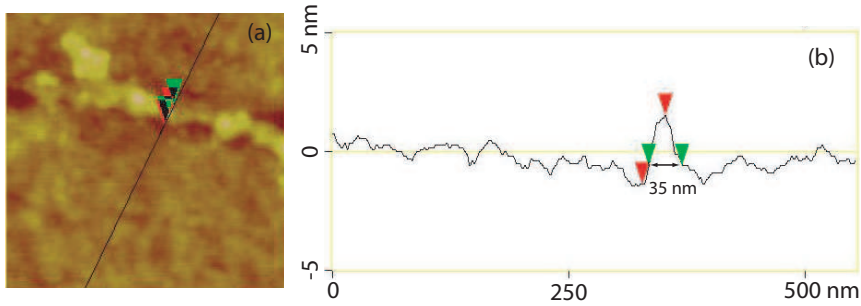

Abbildung 8.4: AFM Aufnahmen von Nanopartikel-Ketten: (a) AFM Bild und das zugehörige Höhenprofil (b). Die Breite beträgt an der gezeigten Stelle ca. 35 nm.

durch den Herstellungsprozess in Ringen auf dem Substrat an. Dabei entstehen geordnete parallele Ketten von Gold-Partikeln, die im SEM, oder unter dem AFM untersucht werden können, wie es in den Abbildungen 8.3 (a) und 8.4 dargestellt ist. Mit dem SEM werden vor der Messung passende Ketten ausgesucht.

Messung und Diskussion

Mit dem Messaufbau wie er im Abschnitt 8 beschrieben wurde, ist es nun möglich Ketten von Nanopartikel zu messen. Dies wurde in einer Zweipunkt-Messung des Widerstands an einem mit dem SEM ausgesuchten Teil der Kette getan. Dazu wurden die Spitzen mit der geringsten Auflösung von $\lesssim 10$ nm an die Probe gefahren, während mit dem SEM-Bild die Annäherung kontrolliert wurde.

Für die ersten Strom-Spannungs-Kennlinien wurde die Source-Drain-Spannung von -15 V bis 15 V variiert und das Signal der Spitzen mit einem Vorverstärker bearbeitet. Wie in Abbildung 8.5 zu sehen, zeigen die Kurven eine Nichtlinearität und einige Stufen bei hohen Spannungen. Um auszuschließen, dass die Spitzen nicht das Substrat messen, wurde vorher das Substrat nach gleichem Prinzip vermessen. Diese Messung hat kein erkennbares Signal im Messbereich geliefert.

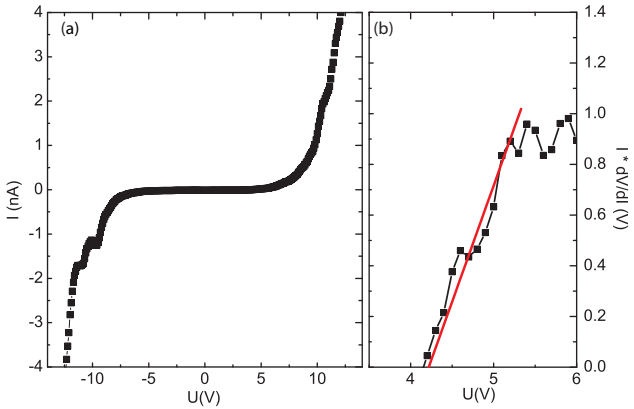

Abbildung 8.5: (a) Nichtlinearer Transport durch eine Kette von Nanopartikeln. (b) $I \cdot \mathrm{d}I/\mathrm{d}V$ aufgetragen gegen V zeigt eine Potenz-Abhängigkeit mit einem Skalierungsfaktor von $\xi \approx 1.3$, der aus der Fit-Funktion folgt. Der Schnittpunkt mit der x-Achse kennzeichnet die Schwellen-Spannung.

Die Messdaten folgen einem für dieses System typischen Potenz-Gesetz $I \sim (V - V_T)^{\xi}$ mit einer Schwellen-Spannung V_T und einem Skalierungsfaktor ξ, deren Werte charakteristisch für Transport durch Nanopartikel sind,

denn $V_T > 0$ und $\xi > 1$. Der Skalierungsfaktor folgt aus der Steigung wenn $I \cdot \mathrm{d}V/\mathrm{d}I$ gegen die Spannung V aufgetragen wird [156], wie es in Abbildung 8.5 (b) gezeigt ist. Die Schwellenspannung lässt sich in diesem Graphen aus dem Schnittpunkt mit der x-Achse ablesen. Für die gezeigten Messungen ergibt sich $V_T \approx 4.2$ V und $\xi \approx 1.3$, was eindeutig auf ein Quasi-1D-System hinweist.

Weiterhin kann der Transport durch Coulomb-Blockade beschrieben werden, denn $V_T > 0$. Coulomb-Blockade gibt es in einem System dan, wenn zwei Insel — in diesem Fall zwei Gold-Partikel — durch Tunnelbarrieren der Dicke d getrennt sind und einzelne Ladungen von einem Partikel zum anderen überspringen können. Dabei muss die Ladeenergie höher als die thermische Energie $k_b T$ sein [167]. Die Stärke und somit der Wert von V_T ist abhängig von der Größe und Ausdehnung der Teilchen, der Screening-Länge und der Unordnung im System.

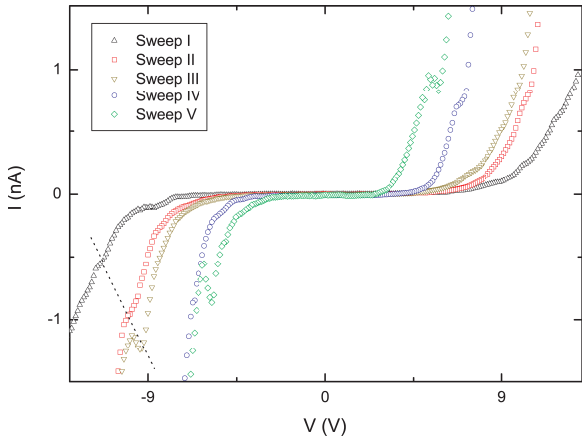

Abbildung 8.6: Nichtlinearer Transport in der Kette, wenn nacheinander mehrere Messungen an der gleichen Stelle durchgeführt werden. Die Schwellenspannung V_T verschiebt sich, was auf eine Veränderung der Kopplung zwischen den Partikeln schließen lässt. Die Stufen sind auf Einzel-Elektronen-Effekte zurückzuführen.

Werden mehrere dieser Messungen hintereinander durchgeführt, so ist eine Verschiebung der Schwellenspannung V_T zu beobachten, was dadurch

verursacht wird, dass die Ladungsträger unterschiedliche Pfade innerhalb der Probe entlanglaufen können, denn es gibt mehrere parallele Ketten nebeneinander [150]. Diese Messungen sind in Abbildung 8.6 gezeigt.

Werden für ausgewählte Messungen die Steigungen der Kurven für $I \cdot \mathrm{d}V/\mathrm{d}I$ gegen die Spannung V betrachtet, so ist keine Änderung zu erkennen, wie in Abbildung 8.7 zu sehen ist. Der Skalierungsfaktor liegt für jede der Steigungen im Bereich von 1.4 bis 1.8, was erneut auf ein Quasi-1D-System hinweist [149].

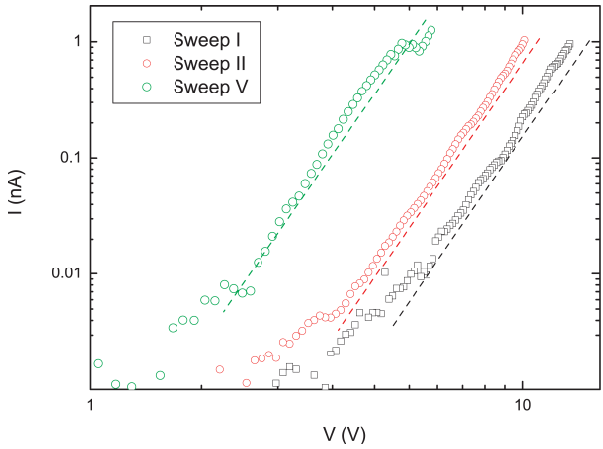

Abbildung 8.7: Die Messungen in logarithmischer Auftragung zeigen, dass sich der Skalierungsfaktor nicht ändert. Im Gegensatz dazu wird V_T mit jeder Messung geringer.

Die Lade-Energien im System können abgeschätzt werden durch ein einfaches Kondensator-Modell. Wird angenommen, dass die Nanopartikel eine Kugel beschreiben, so ergibt sich eine Kapazität von $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r \approx 2.22 \cdot 10^{-18}$ F, mit einer Vakuum-Permittivität von $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$As/Vm und einer relativen Permittivität des Citrats — dem hier verwendeten Stabilisator — von $\varepsilon_r = 2$ und dem Radius $r = 10$ nm. Damit ergibt sich eine Lade-Energie $E_C = e^2/2C$ von ungefähr 36 meV für die oben betrachteten Werte, eine Lade-Energie, die etwas über der thermischen Energie $k_bT \approx 26$ meV bei Raum-Temperatur liegt. Dass heißt Transport in diesem System kann durch Coulomb-Blockade beschrieben werden, da $E_C > k_bT$

und $V_T > 0$.

Aus der Theorie der Potenz-Abhängigkeit $I \sim (V - V_T)^{\xi}$ folgt, dass V_T abhängig ist von Parametern wie Größe und Ausdehnung der Partikel und Unordnung im System, sowie der Kopplung zwischen den Partikeln im gesamten System [167]. ξ ist allerdings nur sehr geringfügig abhängig von diesen Parametern, da es lediglich mit der Dimensionalität des Systems skaliert.

Wie bereits erwähnt ist die Breite der Kette über die gemessene Länge der Probe nicht gleichmäßig, da aber der Skalierungsfaktor ξ im Bereich von 1.5 liegt ist es wahrscheinlich, dass die Kette in einigen Bereichen der Probe, eindimensional ist. Das heißt in Teilen der Kette gibt es eine Einschnürung und der Transport kann in Teilen der Probe durch Einzel-Elektronen-Tunneln beschrieben werden. Dies begründet die beobachteten Stufen in den Messungen in Abbildung 8.6, die sich zusätzlich verschieben, was durch die gestrichelte Linie verdeutlicht wird.

Die Verschiebung der Stufen und auch der Schwellen-Spannung V_T kann durch mehrere Effekte erklärt werden. Zum einen kann dies durch Veränderung der Kontakt-Widerstände verursacht werden, indem das Citrat geladen oder erhitzt wird, wodurch sich der Transport an diesem Übergang ändert. Allerdings ist es sehr unwahrscheinlich, dass ich dadurch eine systematische Veränderung ergibt, wie es in den Messungen zu sehen ist. Deshalb wird im folgenden ein weiterer Mechanismus diskutiert.

Da die Stufen durch die Tunnel-Kopplung zweier benachbarter Partikel gegeben sind, kann die Verschiebung durch eine Umverteilung der Nanopartikel erklärt werden, die durch das angelegte Feld verursacht wird. Das heißt in aufeinanderfolgenden Messungen ist zu sehen, dass elektrostatische Kräfte zwischen den Partikeln bewirken, dass sich diese geringfügig bewegen. Dadurch wird der Abstand zwischen diesen verringert und die Tunnel-Kopplung erhöht.

Das stimmt auch mit der Verschiebung von V_T zu kleineren Spannungen überein, wie es in der Messung beobachtet wurde, denn wenn die Partikel sich annähern, wird die Schwellenspannung geringer, es kann eher getunnelt werden, gleichzeitig bleibt ξ aber gleich, da sich die Dimensionalität des Systems nicht ändert, wenn die Verschiebung auf sehr kleinen Längenskalen stattfindet.

Die Verschiebung kann abgeschätzt werden mit der folgenden Formel für den Tunnel-Widerstand R_T aus Referenz [168] für metallische Arrays von

Partikeln

$$R_T = (1.08r + 5.74d)10^3 r^3 e^{20.6d}, \tag{8.2}$$

wobei r der Radius der Partikel ist und d der Abstand zwischen zwei Partikeln. Mit dieser Formel kann nun jeweils der Tunnelwiderstand R_T für zwei aufeinander folgende Sweeps aus der Messung in Abbildung 8.7 berechnet werden und daraus die Änderung im Abstand d zwischen den Partikeln. Für Sweep I und II ergibt sich $R_T^I = 0.6$ TΩ und $R_T^{II} = 0.5$ TΩ was zu einer Abstands-Änderung von $\Delta d = 0.01$ nm führt, d.h. zwei benachbarte Partikel haben ihre Position geringfügig um ca. 10 pm verändert. Ein sehr wahrscheinlicher Wert, der für dieses kleine System den Mittelwert über alle Verschiebungen in der gesamten Kette darstellt.

Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es möglich ist unterschiedliche Nanopartikel geordnet auf ein Substrat abzuscheiden. Zur Kontaktierung wurde eine Methode gezeigt, die kein weiteren Lithographie-Schritte erfordert und somit das System dadurch nicht weiter beeinflusst. Dies wird durch Proben-Spitzen in einem Elektronenmikroskop bewerkstelligt, mit denen die Nanopartikel direkt kontaktiert werden können. In den Messungen konnte gezeigt werden, dass es sich um ein Quasi-1D-System handelt, welches durch ein typisches Potenz-Gesetz beschrieben werden kann. In den Messungen hat sich heraus gestellt, dass durch das angelegte Feld zwischen den Source-Drain-Kontakten eine Umordnung der Partikel stattfindet, die die Partikel zueinander durch elektrostatische Kräfte verschiebt. Diese Verschiebung konnte durch Berechnung der Tunnel-Widerstände abgeschätzt werden.

Literaturverzeichnis

[1] H. Petroski, *The Pencil: A History of Design and Circumstance* (Knopf, New York, 1989).

[2] H. P. Boehm, A. Clauss, G. O. Fischer und U. Hofmann, *Dünnste Kohlenstoff-Folien*, Z. Naturforsch. B **17**, 150 (1962).

[3] H. P. Boehm, *Graphen – wie eine Laborkuriosität plötzlich äußerst interessant wurde*, Angewandte Chemie (2010).

[4] E. Fitzer, K.-H. Köchling, H. P. Boehm und H. Marsh, *Recommended terminology for the description of carbon as a solid (IUPAC Recommendations 1995)*, Pure Appl. Chem. **67**, 473 (1994).

[5] P. R. Wallace, *The Band Theory of Graphite*, Phys. Rev. **71**, 622 (1947).

[6] H. W. Kroto, J. R. Heath, S. C. O'Brien, R. F. Curl und R. E. Smalley, *C60: Buckminsterfullerene*, Nature **318**, 162 (1985).

[7] S. Iijima, *Helical microtubules of graphitic carbon*, Nature **354**, 56 (1991).

[8] B. G. Levi, *High-conductivity graphite compounds*, Physics Today **30**, 18 (1977).

[9] L. D. Landau, *Zur Theorie der Phasenumwandlungen II*, Phys. Z. Sowjetunion **11**, 26 (1937).

[10] R. E. Peierls, *Bemerkungen über Umwandlungstemperaturen*, Helv. Phys. Acta **7**, 81 (1937).

[11] J. C. Meyer, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, T. J. Booth und S. Roth, *The structure of suspended graphene sheets*, Nature **446**, 60 (2007).

[12] P. Le Doussal und L. Radzihovsky, *Self-consistent theory of polymerized membranes*, Phys. Rev. Lett. **69**, 1209 (1992).

[13] D. Nelson und L. Peliti, *Fluctuations in membranes with crystalline and hexatic order*, Journal de Physique **48**, 1085 (1987).

[14] G. W. Semenoff, *Condensed-Matter Simulation of a Three-Dimensional Anomaly*, Phys. Rev. Lett. **53**, 2449 (1984).

[15] D. P. DiVincenzo und E. J. Mele, *Self-consistent effective-mass theory for intralayer screening in graphite intercalation compounds*, Phys. Rev. B **29**, 1685 (1984).

[16] M. S. Dresselhaus und G. Dresselhaus, *Intercalation compounds of graphite*, Advances in Physics **51**, 1 (2002).

[17] W. Andreoni, *The Physics of Fullerene-Based and Fullerene-Related Materials* (Springer, Berlin, 2000).

[18] R. Saito, G. Dresselhaus und M. S. Dresselhaus, *Physical Properties of Carbon Nanotubes* (Imperial College Press, London, 1998).

[19] A. K. Geim und K. S. Novoselov, *The rise of graphene*, Nature Materials **6**, 183 (2007).

[20] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov und A. K. Geim, *The electronic properties of graphene*, Rev. Mod. Phys. **81**, 109 (2009).

[21] D. S. L. Abergel, V. Apalkov, J. Berashevich, K. Ziegler und T. Chakraborty, *Properties of Graphene: A Theoretical Perspective*, Advances in Physics **59**, 261 (2010).

[22] A. A. Griffith, *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character **221**, 163 (1921).

[23] C. Lee, X. Wei, J. W. Kysar und J. Hone, *Measurement of the Elastic Properties and Intrinsic Strength of Monolayer Graphene*, Science **321**, 385 (2008).

[24] J. W. McClure, *Band Structure of Graphite and de Haas-van Alphen Effect*, Phys. Rev. **108**, 612 (1957).

[25] J. C. Slonczewski und P. R. Weiss, *Band Structure of Graphite*, Phys. Rev. **109**, 272 (1958).

[26] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos und A. A. Firsov, *Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene*, Nature **438**, 197 (2005).

[27] A. Grüneis, J. Serrano, A. Bosak, M. Lazzeri, S. L. Molodtsov, L. Wirtz, C. Attaccalite, M. Krisch, A. Rubio, F. Mauri und T. Pichler, *Phonon surface mapping of graphite: Disentangling quasi-degenerate phonon dispersions*, Phys. Rev. B **80**, 085423 (2009).

[28] J. P. Hobson und W. A. Nierenberg, *The Statistics of a Two-Dimensional, Hexagonal Net*, Phys. Rev. **89**, 662 (1953).

[29] L. Van Hove, *The Occurrence of Singularities in the Elastic Frequency Distribution of a Crystal*, Phys. Rev. **89**, 1189 (1953).

[30] G. Li, A. Luican, J. M. B. Lopes dos Santos, A. H. Castro Neto, A. Reina, J. Kong und E. Y. Andrei, *Observation of Van Hove singularities in twisted graphene layers*, Nat. Phys. **6**, 109 (2010).

[31] R. Bistritzer und A. H. MacDonald, *Transport between twisted graphene layers*, Phys. Rev. B **81**, 245412 (2010).

[32] R. E. V. Profumo, M. Polini, R. Asgari, R. Fazio und A. H. MacDonald, *Electron-electron interactions in decoupled graphene layers*, Phys. Rev. B **82**, 085443 (2010).

[33] J. M. B. Lopes dos Santos, N. M. R. Peres und A. H. Castro Neto, *Graphene Bilayer with a Twist: Electronic Structure*, Phys. Rev. Lett. **99**, 256802 (2007).

[34] J. Martin, N. Akerman, G. Ulbricht, T. Lohmann, J. H. Smet, K. von Klitzing und A. Yacoby, *Observation of electron-hole puddles in graphene using a scanning single-electron transistor*, Nature Physics **4**, 144 (2007).

[35] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva und A. A. Firsov, *Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films*, Science **306**, 666 (2004).

[36] Y. Zhang, J. P. Small, M. E. S. Amori und P. Kim, *Electric Field Modulation of Galvanomagnetic Properties of Mesoscopic Graphite*, Phys. Rev. Lett. **94**, 176803 (2005).

[37] J. Xia, F. Chen, J. Li und N. Tao, *Measurement of the quantum capacitance of graphene*, Nature Nanotechnology **4**, 505 (2009).

[38] B. Skinner und B. I. Shklovskii, *Anomalously large capacitance of a plane capacitor with a two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. B **82**, 155111 (2010).

[39] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Compressibility of the two-dimensional electron gas: Measurements of the zero-field exchange energy and fractional quantum Hall gap*, Phys. Rev. B **50**, 1760 (1994).

[40] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Negative compressibility of interacting two-dimensional electron and quasiparticle gases*, Phys. Rev. Lett. **68**, 674 (1992).

[41] E. A. Henriksen und J. P. Eisenstein, *Measurement of the electronic compressibility of bilayer graphene*, Phys. Rev. B **82**, 041412 (2010).

[42] G. Borghi, M. Polini, R. Asgari und A. H. MacDonald, *Compressibility of the electron gas in bilayer graphene*, Phys. Rev. B **82**, 155403 (2010).

[43] L. A. Ponomarenko, R. Yang, R. V. Gorbachev, P. Blake, A. S. Mayorov, K. S. Novoselov, M. I. Katsnelson und A. K. Geim, *Density of States and Zero Landau Level Probed through Capacitance of Graphene*, Phys. Rev. Lett. **105**, 136801 (2010).

[44] J. L. Xia, F. Chen, J. L. Tedesco, D. K. Gaskill, R. L. Myers-Ward, C. R. Eddy, D. K. Ferry und N. J. Tao, *The transport and quantum capacitance properties of epitaxial graphene*, Applied Physics Letters **96**, 162101 (2010).

[45] L. Serge, *Quantum capacitance devices*, Applied Physics Letters **52**, 501 (1988).

[46] H. Schmidt, T. Lüdtke, P. Barthold, E. McCann, V. I. Fal'ko und R. J. Haug, *Tunable graphene system with two decoupled monolayers*, Applied Physics Letters **93**, 172108 (2008).

[47] E. H. Hall und J. Y. Bergen, *A Textbook of Physics, Largely Experimental: Including the Harvard College Descriptive List of Elementary Exercises in Physics* (PUBLISHER, 1891).

[48] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).

[49] J. W. McClure, *Diamagnetism of Graphite*, Phys. Rev. **104**, 666 (1956).

[50] Y. Zhang, Z. Jiang, J. P. Small, M. S. Purewal, Y.-W. Tan, M. Fazlollahi, J. D. Chudow, J. A. Jaszczak, H. L. Stormer und P. Kim, *Landau-Level Splitting in Graphene in High Magnetic Fields*, Phys. Rev. Lett. **96**, 136806 (2006).

[51] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer und P. Kim, *Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene*, Nature **438**, 201 (2005).

[52] K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim und A. K. Geim, *Room-Temperature Quantum Hall Effect in Graphene*, Science **315**, 1379 (2007).

[53] K. S. Novoselov, E. McCann, S. V. Morozov, V. I. Fal'ko, M. I. Katsnelson, U. Zeitler, D. Jiang, F. Schedin und A. K. Geim, *Unconventional quantum Hall effect and Berry's phase of* 2π *in bilayer graphene*, Nat Phys **2**, 177 (2006).

[54] Y. Zheng und T. Ando, *Hall conductivity of a two-dimensional graphite system*, Phys. Rev. B **65**, 245420 (2002).

[55] F. D. M. Haldane, *Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels: Condensed-Matter Realization of the Parity Anomaly*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2015 (1988).

[56] N. Peres, F. Guinea und A. Castro Neto, *Electronic properties of two-dimensional carbon*, Annals of Physics **321**, 1559 (2006).

[57] J. G. Checkelsky, L. Li und N. P. Ong, *Zero-Energy State in Graphene in a High Magnetic Field*, Phys. Rev. Lett. **100**, 206801 (2008).

[58] H. R. J., *Edge-state transport and its experimental consequences in high magnetic fields*, Semiconductor Science and Technology **8**, 131 (1993).

[59] M. Berry, *Quantal Phase-Factors accompanying adiabatic changes*, Proceedings of the Royal Society of London, Series A - Mathematical Physical and Engineering Sciences **392**, 45 (1984).

[60] G. P. Mikitik und Y. V. Sharlai, *Manifestation of Berry's Phase in Metal Physics*, Phys. Rev. Lett. **82**, 2147 (1999).

[61] M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov und A. K. Geim, *Chiral tunnelling and the Klein paradox in graphene*, Nature Physics **2**, 620 (2006).

[62] O. Klein, *Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der relativistischen Dynamik von Dirac*, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei **53**, 157 (1929).

[63] A. Calogeracos und N. Dombey, *History and physics of the Klein paradox*, Contemporary Physics **40**, 313 (1999).

[64] C. Itzykson und J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (Dover, New York, 2006).

[65] N. Stander, B. Huard und D. Goldhaber-Gordon, *Evidence for Klein Tunneling in Graphene $p-n$ Junctions*, Phys. Rev. Lett. **102**, 026807 (2009).

[66] M. I. Katsnelson, *Graphene: carbon in two dimensions*, Materials Today **10**, 20 (2007).

[67] C. W. J. Beenakker, *Colloquium: Andreev reflection and Klein tunneling in graphene*, Rev. Mod. Phys. **80**, 1337 (2008).

[68] V. V. Cheianov und V. I. Fal'ko, *Selective transmission of Dirac electrons and ballistic magnetoresistance of $n-p$ junctions in graphene*, Phys. Rev. B **74**, 041403 (2006).

[69] V. V. Cheianov, V. I. Fal'ko und B. L. Altshuler, *The Focusing of Electron Flow and a Veselago Lens in Graphene p-n Junctions*, Science **315**, 1252 (2007).

[70] E. Rossi, J. H. Bardarson, P. W. Brouwer und S. Das Sarma, *Signatures of Klein tunneling in disordered graphene $p-n-p$ junctions*, Phys. Rev. B **81**, 121408 (2010).

[71] J. B. Pendry, *PHYSICS: Negative Refraction for Electrons?*, Science **315**, 1226 (2007).

[72] T. Ando, T. Nakanishi und R. Saito, *Berry's Phase and Absence of Back Scattering in Carbon Nanotubes*, Journal of the Physical Society of Japan **67**, 2857 (1998).

[73] P. L. McEuen, M. Bockrath, D. H. Cobden, Y.-G. Yoon und S. G. Louie, *Disorder, Pseudospins, and Backscattering in Carbon Nanotubes*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5098 (1999).

[74] B. Huard, J. A. Sulpizio, N. Stander, K. Todd, B. Yang und D. Goldhaber-Gordon, *Transport Measurements Across a Tunable Potential Barrier in Graphene*, Phys. Rev. Lett. **98**, 236803 (2007).

[75] A. Van Bommel, J. Crombeen und A. Van Tooren, *LEED and Auger electron observations of the SiC(0001) surface*, Surface Science **48**, 463 (1975).

[76] X. Lu, H. Huang, N. Nemchuk und R. Ruoff, *Patterning of highly oriented pyrolytic graphite by oxygen plasma etching*, Applied Physics Letters **75**, 193 (1999).

[77] X. Lu, M. Yu, H. Huang und R. S. Ruoff, *Tailoring graphite with the goal of achieving single sheets*, Nanotechnology **10**, 269 (1999).

[78] R. B. Little, *Mechanistic Aspects of Carbon Nanotube Nucleation and Growth*, Journal of Cluster Science **14**, 135 (2003).

[79] C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A. Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A. N. Marchenkov, E. H. Conrad, P. N. First und W. A. de Heer, *Ultrathin Epitaxial Graphite: 2D Electron Gas Properties and a Route toward Graphene-based Nanoelectronics*, The Journal of Physical Chemistry B **108**, 19912 (2004).

[80] Y. Zhang, J. P. Small, W. Pontius und P. Kim, *Fabrication and electric-field-dependent transport measurements of mesoscopic graphite devices*, Applied Physics Letters **86**, 073104 (2005).

[81] A. K. Geim und A. H. MacDonald, *Graphene: Exploring Carbon Flatland*, Physics Today **60**, 35 (2007).

[82] P. Blake, E. W. Hill, A. H. Castro Neto, K. S. Novoselov, D. Jiang, R. Yang, T. J. Booth und A. K. Geim, *Making graphene visible*, Applied Physics Letters **91**, 063124 (2007).

[83] D. S. L. Abergel, A. Russell und V. I. Fal'ko, *Visibility of graphene flakes on a dielectric substrate*, Applied Physics Letters **91**, 063125 (2007).

[84] A. C. Ferrari und J. Robertson, *Raman spectroscopy in carbons: from nanotubes to diamond - Preface*, Proceedings of the Royal Society of London, Series A - Mathematical Physical and Engineering Sciences **362**, 2269 (2004).

[85] A. C. Ferrari, *Raman spectroscopy of graphene and graphite: Disorder, electron-phonon coupling, doping and nonadiabatic effects*, Solid State Communications **143**, 47 (2007).

[86] M. Lafkioti, B. Krauss, T. Lohmann, U. Zschieschang, H. Klauk, K. von Klitzing und J. H. Smet, *Graphene on a Hydrophobic Substrate: Doping Reduction and Hysteresis Suppression under Ambient Conditions*, Nano Letters **10**, 1149 (2010).

[87] J. Zhang, J. Xiao, X. Meng, C. Monroe, Y. Huang und J.-M. Zuo, *Free Folding of Suspended Graphene Sheets by Random Mechanical Stimulation*, Phys. Rev. Lett. **104**, 166805 (2010).

[88] T. Lüdtke, H. Schmidt, P. Barthold und R. Haug, *Local gating of decoupled graphene monolayers*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **42**, 695 (2010).

[89] M. I. Katsnelson, *Zitterbewegung, chirality, and minimal conductivity in graphene*, The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems **51**, 157 (2006).

[90] X. Du, I. Skachko, A. Barker und E. Y. Andrei, *Approaching ballistic transport in suspended graphene*, **3**, 491 (2008).

[91] R. Danneau, F. Wu, M. Craciun, S. Russo, M. Tomi, J. Salmilehto, A. Morpurgo und P. Hakonen, *Evanescent Wave Transport and Shot Noise in Graphene: Ballistic Regime and Effect of Disorder*, Journal of Low Temperature Physics **153**, 374 (2008).

[92] Y.-W. Tan, Y. Zhang, K. Bolotin, Y. Zhao, S. Adam, E. H. Hwang, S. Das Sarma, H. L. Stormer und P. Kim, *Measurement of Scattering Rate and Minimum Conductivity in Graphene*, Phys. Rev. Lett. **99**, 246803 (2007).

[93] B. Huard, N. Stander, J. A. Sulpizio und D. Goldhaber-Gordon, *Evidence of the role of contacts on the observed electron-hole asymmetry in graphene*, Phys. Rev. B **78**, 121402 (2008).

[94] J. P. Robinson, H. Schomerus, L. Oroszlány und V. I. Fal'ko, *Adsorbate-Limited Conductivity of Graphene*, Phys. Rev. Lett. **101**, 196803 (2008).

[95] J. H. Chen, C. Jang, S. Adam, M. S. Fuhrer, E. D. Williams und M. Ishigami, Nature Physics 377 .

[96] H. Schmidt, T. Lüdtke, P. Barthold und R. J. Haug, *Mobilities and scattering times in decoupled graphene monolayers*, Phys. Rev. B **81**, 121403 (2010).

[97] K. I. Bolotin, K. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim und H. Stormer, *Ultrahigh electron mobility in suspended graphene*, Solid State Communications **146**, 351 (2008).

[98] J. Moser, A. Barreiro und A. Bachtold, *Current-induced cleaning of graphene*, Applied Physics Letters **91**, 163513 (2007).

[99] P. Barthold, T. Lüdtke, H. Schmidt und R. J. Haug, *Low Temperature Hysteresis in the Field Effect of Graphene*, eingereicht .

[100] J. Sabio, C. Seoánez, S. Fratini, F. Guinea, A. H. C. Neto und F. Sols, *Electrostatic interactions between graphene layers and their environment*, Phys. Rev. B **77**, 195409 (2008).

[101] J. C. Brant, J. Leon, T. C. Barbosa, E. N. D. Araujo, B. S. Archanjo, F. Plentz und E. S. Alves, *Hysteresis in the resistance of a graphene device induced by charge modulation in the substrate*, Applied Physics Letters **97**, 042113 (2010).

[102] B. Özyilmaz, P. Jarillo-Herrero, D. Efetov, D. A. Abanin, L. S. Levitov und P. Kim, *Electronic Transport and Quantum Hall Effect in Bipolar Graphene $p-n-p$ Junctions*, Phys. Rev. Lett. **99**, 166804 (2007).

[103] B. Özyilmaz, P. Jarillo-Herrero, D. Efetov und P. Kim, *Electronic transport in locally gated graphene nanoconstrictions*, Applied Physics Letters **91**, 192107 (2007).

[104] J. R. Williams, L. DiCarlo und C. M. Marcus, *Quantum Hall Effect in a Gate-Controlled p-n Junction of Graphene*, Science **317**, 638 (2007).

[105] H. B. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. B. Oostinga, L. M. K. Vandersypen und A. F. Morpurgo, *Bipolar supercurrent in graphene*, Nature **446**, 56 (2007).

[106] M. Lemme, T. Echtermeyer, M. Baus und H. Kurz, *A Graphene Field-Effect Device*, Electron Device Letters, IEEE **28**, 282 (2007).

[107] L. M. Zhang und M. M. Fogler, *Nonlinear Screening and Ballistic Transport in a Graphene $p-n$ Junction*, Phys. Rev. Lett. **100**, 116804 (2008).

[108] M. M. Fogler, D. S. Novikov, L. I. Glazman und B. I. Shklovskii, *Effect of disorder on a graphene $p - n$ junction*, Phys. Rev. B **77**, 075420 (2008).

[109] J. P. Eisenstein und A. H. MacDonald, *Bose-Einstein condensation of excitons in bilayer electron systems*, Nature **432**, 691 (2004).

[110] M. Y. Kharitonov und K. B. Efetov, *Electron screening and excitonic condensation in double-layer graphene systems*, Phys. Rev. B **78**, 241401 (2008).

[111] R. Bistritzer, H. Min, J. J. Su und A. H. MacDonald, *Comment on "Electron screening and excitonic condensation in double-layer graphene systems"*, ArXiv e-prints (2008).

[112] M. M. Fogler, *Nonlinear screening and percolative transition in a two-dimensional electron liquid*, Phys. Rev. B **69**, 121409 (2004).

[113] E. McCann, *Asymmetry gap in the electronic band structure of bilayer graphene*, Phys. Rev. B **74**, 161403 (2006).

[114] T. Ohta, A. Bostwick, J. L. McChesney, T. Seyller, K. Horn und E. Rotenberg, *Interlayer Interaction and Electronic Screening in Multilayer Graphene Investigated with Angle-Resolved Photoemission Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **98**, 206802 (2007).

[115] F. Guinea, *Charge distribution and screening in layered graphene systems*, Phys. Rev. B **75**, 235433 (2007).

[116] I. Meric, M. Y. Han, A. F. Young, B. Özyilmaz, P. Kim und K. L. Shepard, *Current saturation in zero-bandgap, top-gated graphene field-effect transistors*, Nat Nano **3**, 654 (2008).

[117] A. J. M. Giesbers, L. A. Ponomarenko, K. S. Novoselov, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, J. C. Maan und U. Zeitler, *Gap opening in the zeroth Landau level of graphene*, Phys. Rev. B **80**, 201403 (2009).

[118] H. Schomerus, *Helical scattering in bilayer graphene*, ArXiv e-prints (2010).

[119] J.-J. Su und A. H. MacDonald, *How to make a bilayer exciton condensate flow*, Nat Phys **4**, 799 (2008).

[120] H. Min, R. Bistritzer, J.-J. Su und A. H. MacDonald, *Room-temperature superfluidity in graphene bilayers*, Phys. Rev. B **78**, 121401 (2008).

[121] U. Sivan, P. M. Solomon und H. Shtrikman, *Coupled electron-hole transport*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1196 (1992).

[122] M. Blatt, K. W. Böer und W. Brandt, *Bose-Einstein Condensation of Excitons*, Phys. Rev. **126**, 1691 (1962).

[123] E. Tutuc, M. Shayegan und D. A. Huse, *Counterflow Measurements in Strongly Correlated GaAs Hole Bilayers: Evidence for Electron-Hole Pairing*, Phys. Rev. Lett. **93**, 036802 (2004).

[124] S. Das Sarma und A. Pinczuk, *Perspectives in Quantum Hall Effects* (Wiley, New York, 1997).

[125] B. L. Al'tshuler, V. E. Kravtsov und I. V. Lerner, *Statistical properties of mesoscopic fluctuations and similarity theory*, JETP Lett. **43**, 441 (1986).

[126] B. L. Al'tshuler und D. E. Khmel'nitskii, *Fluctuation properties of small conductors*, JETP Lett. **42**, 359 (1985).

[127] O. Tsyplyatyev, I. L. Aleiner, V. I. Fal'ko und I. V. Lerner, *Applicability of the ergodicity hypothesis to mesoscopic fluctuations*, Phys. Rev. B **68**, 121301 (2003).

[128] K. Kechedzhi, O. Kashuba und V. I. Fal'ko, *Quantum kinetic equation and universal conductance fluctuations in graphene*, Phys. Rev. B **77**, 193403 (2008).

[129] S. Washburn und R. A. Webb, *Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport*, Advances in Physics **35**, 375 (1986).

[130] P. A. Lee und A. D. Stone, *Universal Conductance Fluctuations in Metals*, Phys. Rev. Lett. **55**, 1622 (1985).

[131] P. A. Lee, A. D. Stone und H. Fukuyama, *Universal conductance fluctuations in metals: Effects of finite temperature, interactions, and magnetic field*, Phys. Rev. B **35**, 1039 (1987).

[132] P. McConville und N. O. Birge, *Weak localization, universal conductance fluctuations, and 1/f noise in Ag*, Phys. Rev. B **47**, 16667 (1993).

[133] D. Horsell, A. Savchenko, F. Tikhonenko, K. Kechedzhi, I. Lerner und V. Fal'ko, *Mesoscopic conductance fluctuations in graphene*, Solid State Communications **149**, 1041 (2009).

[134] S. Washburn und R. A. Webb, *Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport*, Advances in Physics **35**, 375 (1986).

[135] F. V. Tikhonenko, D. W. Horsell, R. V. Gorbachev und A. K. Savchenko, *Weak Localization in Graphene Flakes*, Phys. Rev. Lett. **100**, 056802 (2008).

[136] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems (Cambridge Studies in Semiconductor Physics and Microelectronic Engineering)* (Cambridge University Press, 1997).

[137] N. E. Staley, C. P. Puls und Y. Liu, *Suppression of conductance fluctuation in weakly disordered mesoscopic graphene samples near the charge neutral point*, Phys. Rev. B **77**, 155429 (2008).

[138] K. Kechedzhi, D. W. Horsell, F. V. Tikhonenko, A. K. Savchenko, R. V. Gorbachev, I. V. Lerner und V. I. Fal'ko, *Quantum Transport Thermometry for Electrons in Graphene*, Phys. Rev. Lett. **102**, 066801 (2009).

[139] J. Velasco, G. Liu, L. Jing, P. Kratz, H. Zhang, W. Bao, M. Bockrath und C. N. Lau, *Probing charging and localization in the quantum Hall regime by graphene $p - n - p$ junctions*, Phys. Rev. B **81**, 121407 (2010).

[140] D.-K. Ki, D. Jeong, J.-H. Choi, H.-J. Lee und K.-S. Park, *Inelastic scattering in a monolayer graphene sheet: A weak-localization study*, Phys. Rev. B **78**, 125409 (2008).

[141] M. J. Uren, R. A. Davies, M. Kaveh und P. M., *Magnetic delocalisation of a two-dimensional electron gas and the quantum law of electron-electron scattering*, Journal of Physics C: Solid State Physics **14**, L395 (1981).

[142] B. L. Altshuler, A. L. Aronov, A. G.; edited by Efros und P. M., *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems* (Elsevier Science, Amsterdam, 1985).

[143] Y.-F. Chen, M.-H. Bae, C. Chialvo, T. Dirks, A. Bezryadin und N. Mason, *Magnetoresistance in single-layer graphene: weak localization and universal conductance fluctuation studies*, Journal of Physics: Condensed Matter **22**, 205301 (2010).

[144] S. Branchaud, A. Kam, P. Zawadzki, F. M. Peeters und A. S. Sachrajda, *Transport detection of quantum Hall fluctuations in graphene*, Phys. Rev. B **81**, 121406 (2010).

[145] J. B. Oostinga, H. B. Heersche, X. Liu, A. F. Morpurgo und L. M. K. Vandersypen, *Gate-induced insulating state in bilayer graphene devices*, Nature Materials **7**, 151 (2007).

[146] B. E. Feldman, J. Martin und A. Yacoby, *Broken-symmetry states and divergent resistance in suspended bilayer graphene*, Nat Phys **5**, 889 (2009).

[147] T. Matsui, H. Kambara, Y. Niimi, K. Tagami, M. Tsukada und H. Fukuyama, *STS Observations of Landau Levels at Graphite Surfaces*, Phys. Rev. Lett. **94**, 226403 (2005).

[148] J. von Delft und D. Ralph, *Spectroscopy of discrete energy levels in ultrasmall metallic grains*, Physics Reports **345**, 61 (2001).

[149] R. Parthasarathy, X.-M. Lin und H. M. Jaeger, *Electronic Transport in Metal Nanocrystal Arrays: The Effect of Structural Disorder on Scaling Behavior*, Phys. Rev. Lett. **87**, 186807 (2001).

[150] K. Elteto, X.-M. Lin und H. M. Jaeger, *Electronic transport in quasi-one-dimensional arrays of gold nanocrystals*, Phys. Rev. B **71**, 205412 (2005).

[151] W. A. Lopes und H. M. Jaeger, *Hierarchical self-assembly of metal nanostructures on diblock copolymer scaffolds*, Nature **414**, 735 (2001).

[152] D. Wyrwa, N. Beyer und G. Schmid, *One-Dimensional Arrangements of Metal Nanoclusters*, Nano Letters **2**, 419 (2002).

[153] J. Huang, A. R. Tao, S. Connor, R. He und P. Yang, *A General Method for Assembling Single Colloidal Particle Lines*, Nano Letters **6**, 524 (2006).

[154] L. V. Govor, *Formation of Close-Packed Nanoparticle Chains*, ACS Applied Materials & Interfaces **1**, 488 (2009).

[155] L. V. Govor, G. Reiter, G. H. Bauer und J. Parisi, *Formation of low-dimensional close-packed arrays of nanoparticles in a dewetting water layer*, Phys. Rev. E **76**, 041609 (2007).

[156] M. G. Ancona, W. Kruppa, R. W. Rendell, A. W. Snow, D. Park und J. B. Boos, *Coulomb blockade in single-layer Au nanocluster films*, Phys. Rev. B **64**, 033408 (2001).

[157] Y. Imry, *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford University Press, Oxford, 2002).

[158] R. P. Andres, J. D. Bielefeld, J. I. Henderson, D. B. Janes, V. R. Kolagunta, C. P. Kubiak, W. J. Mahoney und R. G. Osifchin, *Self-Assembly of a Two-Dimensional Superlattice of Molecularly Linked Metal Clusters*, Science **273**, 1690 (1996).

[159] C. T. Black, C. B. Murray, R. L. Sandstrom und S. Sun, *Spin-Dependent Tunneling in Self-Assembled Cobalt-Nanocrystal Superlattices*, Science **290**, 1131 (2000).

[160] A. A. Middleton und N. S. Wingreen, *Collective transport in arrays of small metallic dots*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3198 (1993).

[161] C. Reichhardt und C. J. Olson Reichhardt, *Charge Transport Transitions and Scaling in Disordered Arrays of Metallic Dots*, Phys. Rev. Lett. **90**, 046802 (2003).

[162] R. Rendell, M. Ancona, W. Kruppa, E. Foos, A. Snow, D. Park und J. Boos, *Electron transport in nanocluster films with random voids*, IEEE Transactions on Nanotechnology **2**, 75 (2003).

[163] T. Lüdtke, P. Mirovsky, R. Hüther, L. Govor, G. H. Bauer, J. Parisi und R. J. Haug, *Charge transport through chains of nanoparticles*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **42**, 2830 (2010).

[164] J. P. Ibe, P. P. Bey, S. L. Brandow, R. A. Brizzolara, N. A. Burnham, D. P. DiLella, K. P. Lee, C. R. K. Marrian und R. J. Colton, *On the electrochemical etching of tips for scanning tunneling microscopy*, Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films **8**, 3570 (1990).

[165] P. Kim, J. H. Kim, M. S. Jeong, D. K. Ko, J. Lee und S. Jeong, *Efficient electrochemical etching method to fabricate sharp metallic tips for scanning probe microscopes*, Review of Scientific Instruments **77**, 103706 (2006).

[166] L. Libioulle, Y. Houbion und J.-M. Gilles, *Very sharp platinum tips for scanning tunneling microscopy*, Review of Scientific Instruments **66**, 97 (1995).

[167] H. Grabert und M. H. Devoret, *Single charge tunneling Coulomb blockade phenomena in nanostructures* (Plenum Press, New York, 1992).

[168] A. S. Cordan, A. Goltzene, Y. Herve, M. Mejias, C. Vieu und H. Launois, *Electron transport in metallic dot arrays: Effect of a broad dispersion in the tunnel junction dimensions*, Journal of Applied Physics **84**, 3756 (1998).

Lebenslauf

Zur Person

Name	**Thomas Lüdtke**
Geburtsdatum	**11. Mai 1980**
Geburtsort	**Freiberg (Sachsen)**

Ausbildung

1986–1992	Besuch der Oberschule in Freiberg
1992–1993	Besuch des Gymnasiums in Freiberg
1993–1999	Besuch des Gymnasiums in Hannover
1999	Abschluss: **Abitur**
1999–2001	Grundstudium der Physik an der Universität, Hannover
2001–2004	Hauptstudium der Physik an der Universität, Hannover
	Diplomarbeit:
	„Transportmessungen an selbstorganisierten InAs-Quantenpunktsystemen kleinerer Abmessungen“
	betreut von Prof. Dr. Rolf J. Haug
2004	Abschluss: **Diplom**
Seit Januar 2005	Vorbereitung der Dissertation am Institut der Festkörperphysik der Leibniz Universität Hannover

Hannover, 2. März 2011

Veröffentlichungen

- N. Maire, F. Hohls, T. Lüdtke, R. J. Haug, and K. Pierz, *Shot noise measurements of InAs quantum dots at a Fermi edge singularity*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **34**, 508 (2006).
- N. Maire, F. Hohls, T. Lüdtke, K. Pierz, and R. J. Haug, *Noise at a Fermi-edge singularity in self-assembled InAs quantum dots*, Phys. Rev. B **75**, 233304 (2007).
- H. Schmidt, T. Lüdtke, P. Barthold, E. McCann, V. I. Fal'ko und R. J. Haug, *Tunable graphene system with two decoupled monolayers*, Applied Physics Letters **93**, 172108 (2008).
- T. Lüdtke, H. Schmidt, P. Barthold and R. J. Haug, *Local gating of decoupled graphene monolayers*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **42**, 695 (2010).
- T. Lüdtke, P. Mirovsky, R. Hüther, L. V. Govor, G. H. Bauer, J. Parisi und R. J. Haug, *Charge transport through chains of nanoparticles*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **42**, 2830 (2010).
- L. V. Govor, G. H. Bauer, T. Lüdtke, R. J. Haug and J. Parisi, *Charge transport through a single particle located in between nanogap electrodes*, Physics Letters A **374**, 3328 (2010).
- H. Schmidt, T. Lüdtke, P. Barthold und R. J. Haug, *Mobilities and scattering times in decoupled graphene monolayers*, Phys. Rev. B **81**, 121403 (2010).
- H. Schmidt, T. Lüdtke, P. Barthold, and R. J. Haug, *Temperature dependent measurements on two decoupled graphene monolayers*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **42**, 699 (2010).

- P. Barthold, T. Lüdtke, H. Schmidt und R. J. Haug, *Low Temperature Hysteresis in the Field Effect of Graphene*, eingereicht.

Danksagung

Zum Abschluss möchte ich all denjenigen danken, deren Unterstützung in den letzten Jahren dazu beigetragen hat, diese Arbeit fertig zu stellen.

Insbesondere möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Dr. Rolf J. Haug für die Betreuung und Unterstützung bedanken, und für die Möglichkeit in seiner Arbeitsgruppe die Promotion durchzuführen.

Prof. Dr. Michael Oestreich danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Weiterhin danke ich Patrick Barthold für die Zusammenarbeit am „Projekt: Graphen“ in den letzten vier Jahren, die endlosen Diskussionen darüber und auch die Dinge neben der Physik mit dem Bleistift.

Auch danke ich Priv.-Doz. Dr. Frank Hohls für die detaillierte Beantwortung von Fragen zu den Messungen oder all den anderen Dingen, die sich mir in den Weg gestellt haben.

Ein besonderer Dank geht auch an meine Bürokollegen, die für eine lockere Arbeitsatmosphäre und auch die z.T. notwendige Ablenkung gesorgt haben. Dafür danke ich Lina Bockhorn, Dr. Christian Fricke, Lukas „Igor“ Fricke, Oliver Gerberding, Dr. Alexander Mühle, Ingmar Neumann und Dmitri Smirnov sowie dem „Halb-Büro-Kollegen“ Dr. Niels Maire.

Ein weiterer Dank geht an Yvonne Griep, Klara Tetzlaff, Ronny Hüther, Manfred Marquardt und Hartmut Lehmann für eine ausgezeichnete Arbeit bei organisatorischen oder technischen Aufgaben und Fragen.

Des weiteren bedanke ich mich bei allen ehemaligen und derzeitigen Nanos und Femtos für die Zusammenarbeit und die Arbeitsatmosphäre in den letzten Jahren, insbesondere Oleksiy Agafonov, Dr. Stefanie Döhrmann, Adriana Hadzibrahimovic, Dr. Kai-Martin Haendel, Alexander Heine, Hauke „zu“ Horn, Cay Kalmbach, Dr. Jens Könemann, Jörg Michael Meyer, Philipp Mirovsky, Dr. Stefan Pfalz, Theo Ridder, Dr. Maximilian Rogge, Michael Römer, Hennrik Schmidt, Nandhavel Sethubalasubramanian, Daniel Tutuc, Niels Ubbelohde und Dr. Fritz Schulze Wischeler.

Auch bedanken möchte ich mich bei meiner Familie, die es mir überhaupt ermöglicht hat dieses Studium anzutreten. Besonderen Dank auch an Fabienne für die Unterstützung und die Ablenkung neben der Arbeit in all den Jahren.

Ein ganz spezieller Dank geht an L. Hofstadter, S. Cooper, H. Wolowitz and R. Koothrappali für die „Unterstützung“ beim Zusammenschreiben dieser Arbeit. Bazinga!