

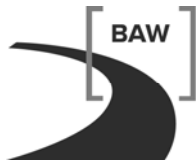
**Bundesanstalt für Wasserbau**  
Kompetenz für die Wasserstraßen

**Kurzfassung des Schlussberichts zum Vorhaben  
MudSim-B (03 KIS 67)**

Verbundprojekt: MudSim: Beschreibung der Dynamik von  
Flüssigschlick auf der Grundlage der physikalischen  
Prozesse und deren mathematische Implementation in  
Simulationsmodelle zum Sedimentmanagement in  
Küstengewässern

**Teilvorhaben MudSim-B:  
Numerische Simulation der Dynamik von  
Flüssigschlick**





**Bundesanstalt für Wasserbau**  
Kompetenz für die Wasserstraßen

## **MudSim-B: Numerische Simulation der Dynamik von Flüssigschlick**

Projektförderung: Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF)

zur Förderung  
vorgesprochen von: Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI)

Projektzeitraum: 01.Okt.2007 bis 30.Sept.2010

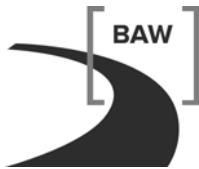
Förderkennzeichen: 03KIS067

Aufgestellt von: Abteilung: Wasserbau im Küstenbereich  
Referat: K2  
Projektleiter: Dr.-Ing. Harro Heyer  
Bearbeiterin: Dipl.-Ing. Denise Wehr

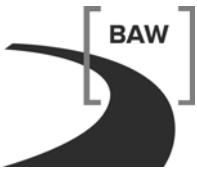
Zuweisungsempfänger: Dr.-Ing. Harro Heyer  
Bundesanstalt für Wasserbau  
Wedeler Landstraße 157  
22559 Hamburg

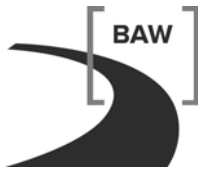
Hamburg, 21. Juli 2011





Inhaltsverzeichnis	Seite
Vorwort .....	1
1 Einleitung.....	3
1.1 Motivation .....	3
1.2 Zielsetzung und Konzeption .....	4
1.3 Anknüpfung an den wissenschaftlichen und technischen Stand.....	5
2 Bearbeitung der Arbeitspakete .....	5
3 Zusammenfassende Ergebnisse des Forschungsvorhabens.....	7
4 Weiterer Forschungsbedarf im Bereich der Numerischen Modellierung von Flüssigschlick .....	8
Anlage.....	9
Inhaltsverzeichnis des ausführlichen Abschlussberichts .....	9



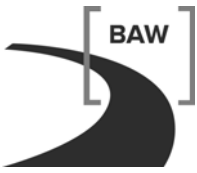


## **Vorwort**

Das Vorhaben , MudSim: Beschreibung der Dynamik von Flüssigschlick auf der Grundlage der physikalischen Prozesse und deren mathematische Implementation in Simulationsmodelle zum Sedimentmanagement in Küstengewässern' besteht aus zwei Teilprojekten. Das erste Projekt MudSim-A (03KIS066) umfasst Untersuchungen zur Rheologie von Flüssigschlick und die Bestimmung von Parametrisierungen zur Beschreibung der Rheologie. Das zweite Projekt MudSim-B (03KIS067) hat die Entwicklung eines numerischen Modells zur Simulation von Flüssigschlick zur Aufgabe. Die entwickelten rheologischen Parametrisierungen werden vom numerischen Modell verwendet.

Im Rahmen des Vorhabens MudSim-B ist eine Dissertationsschrift entstanden, die an der Universität der Bundeswehr München eingereicht wurde. Der ausführliche Abschlussbericht des Teilprojektes MudSim-B wird durch diese Dissertationsschrift gebildet, die eine umfassende Beschreibung der Konzeption, der Bearbeitung und der Ergebnisse des Vorhabens gibt (in englischer Sprache). Eine Veröffentlichung ist für Herbst 2011 geplant, nachdem das Promotionsprüfungsverfahren an der Universität der Bundeswehr München abgeschlossen ist.

Das vorliegende Dokument dient als Kurzfassung des Abschlussberichts. Im Folgenden wird auf bestimmte Kapitel der Dissertationsschrift verwiesen, deren Inhaltsverzeichnis im Anhang aufgeführt ist, um den Zusammenhang zu den Aufgaben des Forschungsvorhabens deutlich zu machen.



Bundesanstalt für Wasserbau

Kurzfassung des Abschlussberichts:  
Numerische Simulation der Dynamik von Flüssigschlamm  
MudSim-B (03 KIS 67) – Juli 2011



## 1 Einleitung

### 1.1 Motivation

Flüssigschlick (*fluid mud, hyperconcentrated mud suspension*) ist eine Suspension, bestehend aus mineralischen Partikeln, organischen Stoffen, Wasser und teilweise auch geringen Anteilen von Gasen. Ein wesentlicher Bestandteil dieser Suspensionen ist der erhebliche Anteil an Tonpartikeln, die kohäsive Eigenschaften aufweisen. Dieser kohäsive Anteil ist maßgeblich für das Fließverhalten des Flüssigschlicks verantwortlich. Kohäsive Sedimente werden im Gewässer durch turbulente Strömungen transportiert. In strömungsberuhigten Gebieten und zu Phasen beruhigter Strömung, z.B. während der Kenterungsphasen in Tideströmungen, sinken die Partikel zu Boden und akkumulieren dort. Bei ausreichendem Schwebstoffangebot entstehen hier Flüssigschlickschichten.

Diese Schlickschichten befinden sich in einem fließfähigen Zustand, obwohl die Schwebstoffkonzentrationen sehr hoch werden können (Bereich von einigen 10 g/L)<sup>1</sup>. Das Fließverhalten von Flüssigschlick ist abhängig vom Scherzustand und kann als viskoelastisch mit einer Fließgrenze (*yield stress*) beschrieben werden. Im Vergleich dazu wird Wasser als ein ideal viskoses Newtonsches Fluid charakterisiert. Daher unterliegt Flüssigschlick als nicht-Newtonsches Fluid einer anderen Rheologie als Wasser.

Natürlich vorkommender Schlick bietet Organismen in Gewässern ein Nährstoffangebot aufgrund der hohen organischen Bestandteile. Schlick wird jedoch zu einem unerwünschten Material, wenn er verstärkt akkumuliert, sich ablagert und konsolidiert.

Insbesondere in vielen ästuarinen Wasserstraßen und Hafenanlagen haben Infrastrukturmaßnahmen der letzten Jahrzehnte zu einer starken Beeinflussung des Schlickhaushaltes geführt. Die zunehmende Verschlickung in Häfen, Hafenzufahrten und auch in Fahrrinnenabschnitten geht mit einem erhöhten Unterhaltungsbedarf und damit auch erhöhten Kostenaufwand einher. Die Umlagerung im Gewässer oder Verbringung auf Deponien des gebaggerten Materials kann je nach Schadstoffbelastung ebenfalls kostenintensiv werden.

Eine weitere Fragestellung bezüglich des Flüssigschlickvorkommens in Wasserstraßen ist die Ermittlung der nautischen Tiefe. Obgleich Flüssigschlick sehr hohe Konzentrationen aufweist, kann er bei entsprechender Belastung fließfähig bleiben. So kann eine fast ruhende

---

<sup>1</sup> Whitehouse, R., Soulsby, R., Roberts, W., and Mitchener, H. (2000): Dynamics of Estuarine Muds. HR Wallingford. Thomas Telford Ltd., London.

Winterwerp, J.C. (1999): On the Dynamics of High-Concentrated Mud Suspensions. Dissertation, Delft University of Technology, Delft.

van Rijn, L.C. (2005): Principles of Sedimentation and Erosion Engineering in Rivers, Estuaries and Coastal Seas. Aqua Publications, The Netherlands.

Flüssigschlicksschicht trotz hoher Feststoffkonzentration schiffbar sein, wenn ihre Fließgrenze vom fahrenden Schiff überschritten wird<sup>2</sup>.

Daher ist ein vertieftes Prozessverständnis über die Entstehung, Entwicklung und des Transportes sowie der Beschreibung des rheologischen Fließverhaltens von Flüssigschlick erforderlich um Fragestellungen zu Bau- und Unterhaltungsmaßnahmen zu beantworten und Methoden zur Verminderung der Verschlickung des Systems zu entwickeln. Diese Maßnahmen bedürfen detaillierter Untersuchungen und Prognosen zum Systemverhalten eines Gewässers, welche heute durch den Einsatz von numerischen Modellen unterstützt werden.

Numerische Modellierung von Ästuaren erfolgt mit dreidimensionalen Modellen, die Schwebstofftransport, Salztransport, dichteinduzierten Strömung, Turbulenz usw. berücksichtigen. Diese konventionellen Modelle basieren auf der Annahme eines Newtonschen Fluides. Hochkonzentrierte Schlicksuspensionen verhalten sich jedoch deutlich nicht-Newtonsch.

## 1.2 Zielsetzung und Konzeption

In dem Forschungsvorhaben MudSim-B ist daher ein Modellbaustein (MudSim Modell) zur Simulation und Prognose der Dynamik von Flüssigschlick entwickelt worden. Ein bestehendes numerisches Verfahren wurde durch eine mathematische Beschreibung und numerische Approximation für die inneren Spannungen eines nicht-Newtonschen Fluides erweitert und es wurde ein parametrisierter Ansatz zur Beschreibung des spezifischen rheologischen Verhaltens von Flüssigschlick (entwickelt in Vorhaben MudSim-A, 03KIS066) integriert. Wesentliche Teilprozesse des Schlicktransportes sind über Parametrisierungen im Modell realisiert worden.

Eine sich gebildete Flüssigschlicksschicht im Gewässer weist meist einen starken Dichtesprung zum darüber liegenden Wasserkörper auf. Dieser Übergangsbereich wird als Lutokline bezeichnet.

Die beiden Fluidschichten haben ein grundverschiedenes Fließverhalten und interagieren über Scherkräfte an der Grenzfläche. Daher ist ein häufig gewählter Ansatz den Flüssigschlick als einen zweidimensionalen tiefengemittelten Layer zu modellieren. Prozesse wie die Entstehung und Resuspension von Flüssigschlick wirken sich in einer Änderung des Dichtegradienten und der Entwicklung eines Mehrschichtensystems aus. Um diese Mechanismen besser auflösen zu können, wurde in diesem Projekt ein isopyknischer Ansatz verfolgt, der Schlicksuspensionen durch Schichten gleicher Dichte dreidimensional auflöst.

Im ausführlichen Abschlussbericht werden auf Basis der Beschreibung der Dynamik und der Rheologie von Flüssigschlick sowie der Übersicht vorhandener Modellverfahren (siehe Kapitel 2) die konzeptionellen Grundlagen für das numerische Modell in Kapitel 3 entwickelt.

---

<sup>2</sup> Wurpts, R. (2005): Hyperconcentrated Flow. HANSA International Maritime Journal, 142(09):75-88.

### 1.3 Anknüpfung an den wissenschaftlichen und technischen Stand

Ein Überblick über vorhandene numerische Modellverfahren zur Simulation von Flüssigschlick ist in Abschnitt 2.5 des Abschlussberichts gegeben und bewertet worden.

Die Entstehung und Entwicklung von Flüssigschlick resultiert in einer Änderung des Feststoffgehalts bzw. der Dichte. Ein- oder zweidimensionale Modelle und Modelle, die den Flüssigschlickkörper mit einem Layer<sup>3</sup> darstellen, können diese Schlickdynamik nur schwer reproduzieren. Zudem ist in komplexen Ästuarsystemen eine dreidimensionale Modellierung notwendig. Der in diesem Vorhaben gewählte isopyknische Modellansatz ermöglicht eine dreidimensionale Modellierung des Flüssigschlickkörpers.

## 2 Bearbeitung der Arbeitspakete

Im Folgenden werden die Arbeitspakete des Vorhabens MudSim-B kurz beschrieben und deren Bearbeitung dargestellt mit Bezug auf die jeweiligen Abschnitte des ausführlichen Abschlussberichts (siehe Inhaltsverzeichnis im Anhang).

- Entwicklung eines numerischen Modells zur Simulation von Flüssigschlick durch Weiterentwicklung eines bestehenden isopyknischen, numerischen Verfahrens:

Der Aufbau eines isopyknischen Modells zur Simulation von Flüssigschlick erfolgte durch Erweiterung eines bestehenden numerischen Modellverfahrens<sup>4</sup> basierend auf den Modellansätzen des UnTRIM-Verfahrens<sup>5</sup> in isopyknischen Koordinaten. Das numerische Modell wurde erweitert zur Berechnung der inneren Spannungen im Flüssigschlick. Diese werden über rheologische Parametrisierungen für die scheinbare Viskosität (*apparent viscosity*) im Modell berechnet. Dieser Ansatz ermöglicht die Simulation von sowohl Newtonschem als auch nicht-Newtonschem Fließverhalten in Abhängigkeit vom Feststoffgehalt einer Suspension. Das Modellkonzept ist in Kapitel 3 des Abschlussberichts beschrieben. Die mathematische Beschreibung und Herleitung des isopyknischen numerischen Modells folgt in Kapitel 4.

- Implementierung eines Fluidisierungs- und Durchmischungsansatzes:

Flüssigschlick oder konsolidierter Schlick kann wieder in die Wassersäule eingetragen werden (Durchmischung) durch strömungs- oder welleninduzierte Schubspannungen. Je nach Schlickzustand (fluid, konsolidiert) und einwirkenden Kräften auf den Schlick wer-

---

<sup>3</sup> zum Beispiel im Softwarepaket Delft-3D umgesetzt

Deltares (2010): Delft3D-FLOW - Simulation of Multi-Dimensional Hydrodynamic and Transport Phenomena, Including Sediments. User Manual 3.14, Deltares.

<sup>4</sup> Casulli, V. (1997): Numerical simulation of three-dimensional free surface flow in isopycnal co-ordinates. Int. J. Numer. Meth. Fluids, vol. 25: 645-658.

<sup>5</sup> Casulli, V. and Walters, R.A. (2000): An unstructured three-dimensional model based on the shallow water equations. Int. J. Num. Meth. Fluids, 32:331-348.

den verschiedene Transportprozesse unterschieden, wie Entrainment, Erosion und Fluidisierung. Diese sind in Kapitel 2.3 des Abschlussberichts beschrieben und die wichtigsten Transportprozesse für Flüssigschlick in Ästuaren aufgezeigt. Parametrisierungen von Transportraten werden im numerischen Modell verwendet, um die verschiedenen Transportprozesse abzubilden.

Im isopyknischen numerischen Modell wird ein vertikaler Durchmischungsprozess durch Massenaustausch entsprechend berechneter Transportraten zwischen den Dichteschichten realisiert. Dafür ist ein Ansatz entwickelt und implementiert worden (siehe Kapitel 4.3 des Abschlussberichts). Auf diese Weise ist es möglich verschiedene vertikale Transportprozesse im MudSim Modell zu integrieren.

Im MudSim Modell sind unterschiedliche Entrainmentansätze sowie auch Sinkgeschwindigkeitsansätze mit Berücksichtigung von behindertem Absinken (*hindered settling*) implementiert worden (Kapitel 3.6 und 3.7 des Abschlussberichts).

- Aufbau und kontinuierliche Weiterentwicklung eines Fluid Mud Modells zum Ems- und Weserästuar:

Das entwickelte Modell MudSim ist zunächst anhand von schematischen Beispielen validiert und plausibilisiert worden (Kapitel 5 des Abschlussberichts).

Danach erfolgte die Anwendung auf reale ortsspezifische Modellgebiete. Für das Emsästuar ist ein Ausschnittsmodell für den Bereich Rhede bis Herbrum und für den Emdener Hafen aufgebaut worden. Anhand von Systemstudien konnte gezeigt werden, dass das numerische Verfahren in der Lage ist die Flüssigschlickdynamik (Entwicklung und Transport) in einem tidebeeinflusstem System zu simulieren (Kapitel 6 des Abschlussberichts). Die Simulationsergebnisse des Ausschnittsmodells Rhede-Herbrum wurden mit Naturmessungen von Wang (2010)<sup>6</sup> verglichen, die die Entwicklung der Flüssigschlickschichten über einen Tidezyklus aufzeigen.

Für das Untersuchungsgebiet des Emdener Hafens wurde ein weiterer qualitativer Vergleich zwischen modellierten und gemessenen Daten durchgeführt. Die Naturmessungen stützen sich auf Untersuchungen von Nasner (2009, 2004, 1997)<sup>7</sup>.

Ergebnisse der Anwendung auf das Weserästuar sind im Abschlussbericht nicht aufgeführt, werden jedoch Bestandteil der Veröffentlichung der Projektergebnisse in ‚Die Küste‘ (herausgegeben vom KFKI) werden.

---

<sup>6</sup> Wang, L. (2010): Tide Driven Dynamics of Subaqueous Fluid Mud Layers in Turbidity Maximum Zones of German Estuaries. Dissertation, University of Bremen, Bremen.

<sup>7</sup> Nasner, H. (1997): Sedimentation in Tidehäfen, Phase 2. Die Küste, 59:63-114.

Nasner, H. (2004): Hydrodynamische und morphologische Vorgänge in brackwasserbeeinflussten Vorhäfen -In situ Messungen. Die Küste, 68:1-65.

Nasner, H. and Pieper, R. (2009): Eigenschaften und Verhalten von Fluid Mud in Brackwasserhäfen. Abschlussbericht 03KIS051, Institut für Wasserbau, Hochschule Bremen.

Die Modellierung der Ausschnittmodelle, gibt einen Eindruck über die Anwendbarkeit des Verfahrens für komplexe Ästuarsysteme und zeigt auch den weiteren Forschungsbedarf für die Modellierung von Flüssigschlick in Ästuaren.

### 3 Zusammenfassende Ergebnisse des Forschungsvorhabens

Der wesentliche wissenschaftliche Erfolg des Teilprojektes MudSim-B ist die Ermöglichung der dreidimensionalen numerischen Simulation der Flüssigschlickdynamik durch Erweiterung eines bestehenden numerischen Modells<sup>8</sup>.

Das weiterentwickelte isopyknische numerische Modell MudSim zeichnet sich durch folgende Eigenschaften aus:

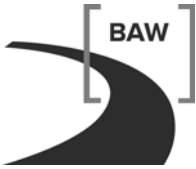
- Eine stark geschichtete Strömung von Flüssigschlick kann mit relativ geringem Diskretisierungsaufwand simuliert werden, indem mit Schichten gleicher Dichte, den Isopyknen, die Vertikale aufgelöst wird.
- Das weiterentwickelte Modell basiert auf den grundlegenden Ansätzen des hydrodynamischen Modells UnTRIM, welches auf unstrukturierten Gittern rechnet. Diese Methode eignet sich besonders für geometrisch komplexe Ästuare und Gebiete, die regelmäßig nass- und trockenfallen.
- Eine dreidimensionale Strömungsberechnung ist im Flüssigschlickkörper ermöglicht worden.
- Newtonsches und nicht-Newtonsches Fließverhalten wird durch Berechnung der inneren Spannungen mit Hilfe von parametrisierten rheologischen Gesetzen realisiert.
- Die Flüssigschlickdynamik wird im Modell im Wesentlichen durch Advektion, dichteinduziertem gravitationellen Transport, Durchmischung und Absinken/Schichtung (durch Massentransfer zwischen den Dichteschichten entsprechend parametrisierten Transportraten) und durch die Beschreibung des nicht-Newtonschen Fließverhaltens (Rheologie) bestimmt.

Das Modellverfahren wurde auf Ausschnittmodelle des Emsästuars (Flussabschnitt Rhede bis Herbrum und Emders Hafen) angewendet. Ein qualitativer Vergleich mit Naturmessungen zeigte, dass die Entwicklung des Flüssigschlicks während eines Tidezyklus reproduziert werden konnte. Des Weiteren konnten typische dichte- und tideinduzierte Strömungsmuster in einem Hafenbecken modelliert werden (Kapitel 6 des Abschlussberichts).

Detaillierte Beschreibung der Ergebnisse und Schlussfolgerungen ist in Kapitel 7 des Abschlussberichts zu entnehmen.

---

<sup>8</sup> Casulli, V. (1997): Numerical simulation of three-dimensional free surface flow in isopycnal co-ordinates. Int. J. Numer. Meth. Fluids, vol. 25: 645-658.



Das entwickelte numerische Modell MudSim zur Simulation von Flüssigschlick dient der Unterstützung der wasserbaulichen Systemanalyse und bildet ein zusätzliches Werkzeug im Bereich der numerischen Modellierung. Das Modellverfahren kann sowohl als eigenständiges Modell zur Simulation der Flüssigschlickdynamik eingesetzt werden als auch als Modul in vorhandenen Softwarepaketen integriert werden (Kopplung mit hydrodynamischem Modell).

#### **4 Weiterer Forschungsbedarf im Bereich der Numerischen Modellierung von Flüssigschlick**

Im Bereich der numerischen Modellierung von Flüssigschlick und der Validierung dieser konnten während des Projektes folgende Aspekte herausgearbeitet werden:

- Eine weiterführende Validierung mit Naturmessungen sollte angestrebt werden. Messungen der Dynamik von Flüssigschlick sollten über einen oder mehrere Tidezyklen verfolgt werden. Die Erfassung von insbesondere in-situ gemessener Dichte in verschiedenen Tiefen, Entwicklung der Lutokline und Strömungen innerhalb des Flüssigschlickkörpers sind für die Validierung und Verwendung als Eingangs- und Steuerdaten für die Modellierung von hohem Interesse.
- Naturmessungen in Hinblick auf die Identifizierung dominierender Transportprozesse (z.B. Entrainment) in den spezifischen Ästuaren und der Verbesserung von Parametrisierungen der Transportraten für die numerische Modellierung sind erforderlich.
- Für die Simulation von Ästuardynamiken ist das Modell insbesondere für turbulente Strömungen zu erweitern. Flüssigschlick verhält sich laminar, jedoch im darüber liegenden Wasserkörper (mit geringem Anteil suspendierten Materials) dominiert turbulente Strömung. Demzufolge ist eine kontinuierliche Modellierung von konsolidiertem Schlick, zu laminar fließendem Flüssigschlick und zum turbulenten Wasserkörper zu verfolgen. Insbesondere besteht Forschungsbedarf in der Wechselwirkung zwischen rheologischer und turbulenter Viskosität in Abhängigkeit vom Feststoffgehalt im Übergangsbereich von turbulenter Suspension zum Flüssigschlick.

Weitergehende Darstellung der Schlussfolgerungen ist in Kapitel 7 des Abschlussberichts gegeben.

21. Juli 2011, Hamburg

Projektleiter

Bearbeiterin

.....

.....

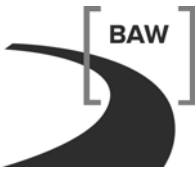
Dr.-Ing. Harro Heyer

Dipl.-Ing. Denise Wehr

## Anlage

### Inhaltsverzeichnis des ausführlichen Abschlussberichts

1	<i>Introduction</i>	1
1.1	<i>Motivation and Objectives</i>	1
1.2	<i>Motivation und Zielsetzung</i>	3
2	<i>Properties, Processes and Mathematical Description of Fluid Mud Dynamics</i>	5
2.1	<i>Fluid Mud Properties</i>	5
2.2	<i>Rheology of Suspensions</i>	7
2.2.1	<i>Introduction to Rheology</i>	7
2.2.2	<i>Fluid Flow Behavior</i>	7
2.2.3	<i>Rheological Characteristics of Suspensions</i>	8
2.2.4	<i>Rheological Behavior of Fluid Mud</i>	10
2.3	<i>Fluid Mud Dynamics</i>	11
2.3.1	<i>Formation of Fluid Mud</i>	11
2.3.2	<i>Horizontal Transport Processes of Fluid Mud</i>	12
2.3.3	<i>Vertical Transport Processes of Fluid Mud</i>	13
2.3.4	<i>Fluid Mud Dynamics under Tidal Flow</i>	17
2.4	<i>Mathematical Description of Fluid Movement</i>	19
2.4.1	<i>Basic Equations of Motion - Cauchy's Equations of Motion</i>	19
2.4.2	<i>Decomposition of Motion</i>	21
2.4.3	<i>The Total Stress Tensor</i>	22
2.4.4	<i>Internal Stress Tensor of a Newtonian Incompressible Fluid</i>	22
2.4.5	<i>Internal Stress Tensor of a Non-Newtonian Fluid</i>	24
2.5	<i>Outline of Numerical Methods for the Simulation of Fluid Mud</i>	25
2.5.1	<i>Evaluation of the Numerical Methods</i>	27
3	<i>Conceptual Model</i>	29
3.1	<i>Basic Concept and Properties of the Model</i>	29
3.2	<i>Vertical Resolution due to Isopycnics</i>	31
3.3	<i>Approximation for the Internal Stresses for High-concentrated Mud Suspensions</i>	33
3.4	<i>Rheological Approach for Mud Suspensions</i>	34
3.4.1	<i>Rheological Measurement of Fluid Mud Samples</i>	36
3.4.2	<i>Parameterization of the Worrall-Tuliani Model for Mud Suspensions</i>	38
3.5	<i>Apparent Viscosity in Tensor Formulation</i>	42
3.6	<i>Mobilization of Mud Suspensions</i>	44
3.7	<i>Settling of Mud Suspensions</i>	47
4	<i>The Isopycnal Numerical Model</i>	49
4.1	<i>Three-dimensional Isopycnal Model for Newtonian Fluid Flow</i>	49



<i>4.2 Four-dimensional Unstructured Isopycnal Model with Non-Newtonian Stress Approximation</i>	51
<i>4.2.1 Numerical Approximation</i>	55
<i>4.2.2 Solution Algorithm</i>	61
<i>4.3 Diapycnal Mass Transfer</i>	69
<i>4.3.1 Basic Explicit Approach for Mass and Volume Balancing</i>	70
<i>4.3.2 General Solution for Diapycnal Mass Transfer</i>	73
<i>4.4 Properties of the Numerical Method</i>	77
<i>5 Model Verification and Performance</i>	79
<i>5.1 Interfacial internal Waves</i>	79
<i>5.2 Vertical Mass Transfer in a Sedimentation Tank</i>	84
<i>5.3 Flow over a Ground Sill</i>	86
<i>5.4 Fluid Mud Movement on an Inclined Plane</i>	98
<i>6 Application on the Ems Estuary</i>	103
<i>6.1 Model Section from Rhede to Herbrum</i>	106
<i>6.2 Model of the Emden Harbor</i>	126
<i>7 Conclusions and Perspective</i>	137
<i>References</i>	142
<i>Appendix</i>	149
<i>List of Figures</i>	149
<i>List of Tables</i>	152
<i>List of Abbreviations</i>	153
<i>List of Variables</i>	154
<i>List of Vectors and Matrices</i>	158
<i>List of Indices</i>	159
<i>List of Operators</i>	160