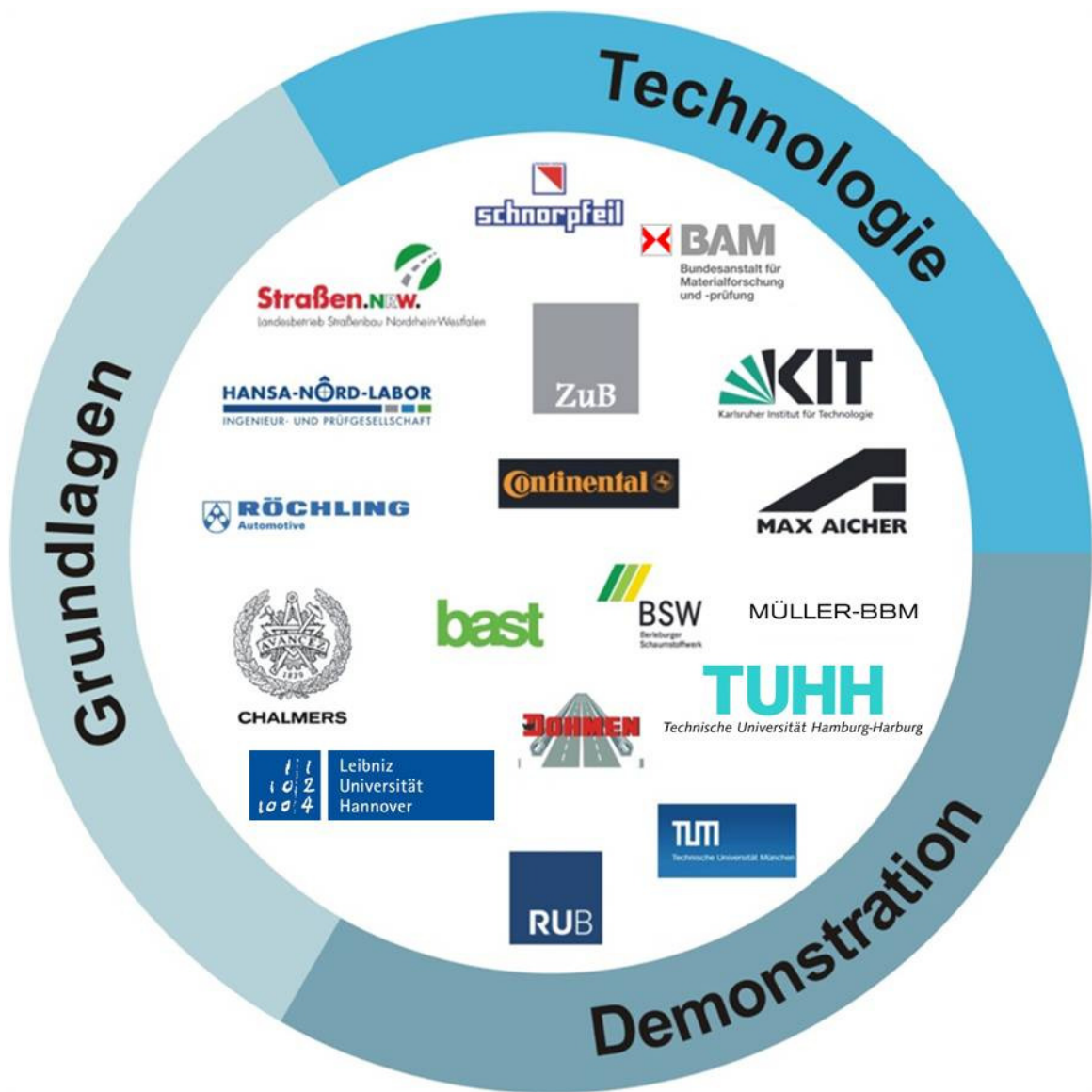


Leiser Straßenverkehr 3



Teilvorhaben II:

SPERoN 2020 – Teil II: Entwicklung eines performanten Rechenmodells zur Berechnung und Reduzierung der Geräuschabstrahlung von Reifen

SPERoN 2020 Teil II:

Entwicklung eines performanten Rechenmodells zur Berechnung und Reduzierung der Geräuschabstrahlung von Reifen

Verbundpartner:

Chalmers University of Technology, Division of Applied Acoustics

Müller BBM

Inhalt

1.	Inhalte und Ziele	5
2.	Modell zur Berechnung der Reifen-/Fahrbahninteraktion	6
2.1	Reifenmodell	6
2.2	Kontaktmodell	6
2.3	Bestimmung der Eingangsdaten zur Strukturdynamikberechnung	7
2.4	Entwickelte Reifenmodelle	10
2.5	Festlegung der Schnittstelle zum Datenaustausch zwischen Rollmodell und Abstrahlungsmodell	11
3.	Vergleich zwischen FEM- und WFEM für die Simulation von Reifen/Fahrbahnkontakt	12
3.1	Zielsetzung	12
3.2	Methodik	12
3.3	Ergebnisse	13
3.3.1	Quasi-statische Simulationen	13
3.3.2	Dynamische Simulationen	14
3.3.3	Diskussion	15
4.	Rollwiderstand	16
4.1	Zielsetzung	16
4.2	Zusammenhang von Verlusten im Reifen und Rollwiderstand	16
4.2.1	Modellierung	16
4.2.2	Ergebnisse	17
5.	Zusammenhang zwischen Rollgeräusch und Rollwiderstand von PKW-Reifen	18
5.1	Parameterstudie Reifeneigenschaften	18
5.1.1	Modellierung	18
5.1.2	Ergebnisse	18
5.1.3	Zusammenfassung	20
5.2	Einfluss von Modellierungsparametern	20
5.2.1	Temperatureinfluss	20
5.2.2	Grad der Anisotropie der Steifigkeitsmatrix	21
6.	Modellierung LKW-Antriebsachsenreifen	22
6.1	Einleitung	22
6.2.2	Ergebnisse	23
6.2.3	Zusammenfassung und Ausblick	24
7.	Zusammenfassung	25
8.	Literaturangaben	26

1. Inhalte und Ziele

Eine effektive Reduzierung der Geräuschabstrahlung von Reifen ist nur möglich wenn Änderungen am Reifen bereits in der Designphase hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Schallabstrahlung untersucht werden können. Dazu ist ein Werkzeug für die Simulation der Reifen-/Fahrbahninteraktion nötig, welches nicht nur die relevanten physikalischen Prozesse korrekt wiedergibt, sondern einerseits auch detailliert genug ist um Designentscheidungen für den Reifen treffen zu können, andererseits aber gleichzeitig numerisch effizient genug ist um Parameterstudien für z.B. bestimmte Konstruktionsmerkmale zu ermöglichen. Das an der Chalmers University Göteborg entwickelte Reifen-/Fahrbahnsimulationsprogramm, bestehend aus einem schnellen und trotzdem genauen Waveguide-Finite-Element-Modell (WFEM) der Reifenstruktur und einem effizienten nicht-linearen Kontaktmodul, eignet sich vom Ansatz her vorzüglich für diese Aufgabe.

Ziel der Arbeiten in diesem Forschungsvorhaben war eine Weiterentwicklung des Rechenprogramms in folgenden Punkten:

1. Schaffung einer Schnittstelle zu den Abstrahlungsberechnungen der Projektpartner an der TU Hamburg-Harburg und der Leibniz Universität Hannover.
2. Entwicklung einer Methodik zur schnellen Implementierung neuer Reifenmodelle in das Werkzeug, möglichst basierend auf Design-Daten des Reifenherstellers.
3. Basierend auf Punkt 2 die Implementierung eines LKW-Antriebsachsenreifens zur Unterstützung der Arbeiten im LeiStra3-Teilprojekt IV.
4. Verbesserung des Kontaktmoduls.
5. Erweiterung um ein Modul zur Berechnung des Rollwiderstandes zur Unterstützung der Arbeiten im LeiStra3-Teilprojekt I.
6. Optimierung von Ausführungsgeschwindigkeit und Bedienbarkeit in Hinblick auf die Möglichkeit ausführlicher Parameterstudien.

Basierend auf den ausgeführten Punkten wurden einige Studien zum Einfluss verschiedenster Faktoren auf den Rollwiderstand und/oder das Rollgeräusch durchgeführt. Dabei wurde insbesondere untersucht, inwiefern Maßnahmen zur Veränderung des Rollgeräusches oder des Rollwiderstandes sich gegenseitig beeinflussen.

2. Modell zur Berechnung der Reifen-/Fahrbahninteraktion

2.1 Reifenmodell

Bei der WFE-Modellierung wird ein Finite-Elemente-Ansatz über den Reifenquerschnitt mit einem Wellenansatz in Umfangsrichtung kombiniert. In einem zylindrischen Koordinatensystem ist somit die Auslenkungskomponente u_i für den Punkt (r, x, ϕ) gegeben durch

$$u_i(r, x, \phi) = \mathbf{N}(r, x) \mathbf{v}_i(\phi) \quad i = r, x, \phi \quad (1)$$

Hierbei ist \mathbf{N} der Vektor der Formfunktionen über den Reifenquerschnitt während \mathbf{v}_i die entsprechenden Freiheitsgrade an den Knoten bezeichnet, welche von der Umfangskoordinate ϕ abhängen. Es kann gezeigt werden [1], dass sich auf Basis von (1) ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem ergibt:

$$\left[-\mathbf{A}_{11} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + (\mathbf{A}_{01} - \mathbf{A}_{10}) \frac{\partial}{\partial \phi} + \mathbf{A}_{00} - \omega^2 \mathbf{M} \right] \mathbf{v}(\phi) = \mathbf{f}(\phi) \quad (2)$$

Die Steifigkeitsmatrizen \mathbf{A}_{nm} und die Massematrix \mathbf{M} folgen aus der potentiellen respektive kinetischen Energie des Reifens und \mathbf{f} ist ein externer Kraftvektor. Für den homogenen Fall $\mathbf{f}=0$ sind die Lösungen gegeben als Exponentialfunktionen der Form

$$\mathbf{v}(\phi) = \hat{\mathbf{v}} e^{i\kappa\phi} \quad (3)$$

Diese lassen sich physikalisch als Wellen deuten, die sich mit Querschnittsschwingungsform $\hat{\mathbf{v}}$ und einer Kreiswellenzahl κ in Umfangsrichtung ausbreiten. Durch Einsetzen von (3) in (2) erhält man ein Eigenwertproblem. Die Lösung dessen ergibt die Eigenfrequenzen und Eigenformen für eine spezifische Wellenzahl. Der Fall der erzwungenen Anregung kann z.B. durch ein „assumed modes procedure“ [1] oder modale Summation [2] gelöst werden. Für weitere Details zum Reifenmodell sei auf [1] und [3] verwiesen.

2.2 Kontaktmodell

Für die Kontaktmodellierung wird ein nicht-lineares 3D-Modell benutzt [4], welches die gegenseitige Abhängigkeit von radialen Kontaktkräften und Reifenschwingungen berücksichtigt und Scans reeller Reifenprofile bzw. Straßenoberflächen als Eingangsdaten benutzt. Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurde das Modell dahingehend weiterentwickelt, dass statt eines elastischen Halbraumes die Impulsantworten des Reifens für die Berechnung der Kontaktauslenkung benutzt werden. Weiterhin werden mikroskopische Rauigkeitsphänomene und der daraus resultierende Unterschied zwischen augenscheinlicher und echter Kontaktfläche werden durch Einführung einer zusätzlichen Kontaktsteife berücksichtigt [5]. Der Kontakt ist formuliert als

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t_N) &= \mathbf{G}_0 \mathbf{F}(t_N) + \mathbf{u}_{\text{old}}(t_N) \\ F_e(t_N) &= k d_e(t_N) \mathcal{H}(d_e(t_N)) \\ \mathbf{d}(t_N) &= \mathbf{Z}_R(t_N) - \mathbf{Z}_T(t_N) - \mathbf{u}(t_N). \end{aligned} \quad (4)$$

\mathbf{u} und \mathbf{F} sind die Reifenauslenkungen und Kontaktkräfte in Normalrichtung zum Zeitpunkt t_N . \mathbf{G}_0 enthält die Werte der Impulsantwort des Reifens zum Zeitpunkt $t_N=0$. \mathbf{u}_{old} ist die Auslenkung aufgrund vergangener Zeitschritte und \mathbf{Z}_R und \mathbf{Z}_T sind die Straßen- bzw. Reifenprofile. H ist die Heavisidesche Sprungfunktion, k die Kontaktsteife und der Subskript e bezeichnet einen individuellen Kontaktpunkt.

2.3 Bestimmung der Eingangsdaten zur Strukturdynamikberechnung

Ein entscheidender Parameter für die Güte der Berechnung der Strukturdynamik des Reifens sind die zur Verfügung stehenden Eingangsdaten für die Materialeigenschaften des Reifens, da auch ein exaktes Modell ohne richtige Materialparameter keine korrekten Ergebnisse liefert. Die Bestimmung der Eingangsdaten wird dabei dadurch erschwert, dass dem Reifenhersteller zwar an sich die Materialparameter der unterschiedlichen Reifenbestandteile bekannt sind, dies aber zu meist nur für den statischen Fall und nicht unter Betriebsbedingungen. Weiterhin werden im Zuge der Modellierung große Teile der Struktur kondensiert, so dass z.B. die kombinierten Materialeigenschaften von mehrschichtigen Materialkombinationen benötigt werden (siehe [3] für eine Übersicht der benötigten Daten).

Daher wurde in Zusammenarbeit mit dem Projektpartner Continental ein Verfahren entwickelt, welches als Startpunkt ein vorhandenes, dynamisches, detailliertes FE-Modell des Reifens, hier als Beispiel ein 175/65R 14T XL, nutzt. Dieses Modell bildet die komplizierte Reifenkonstruktion aus einer Vielzahl von Schichten (Gummi, Textil, Stahl, etc.) mit unterschiedlichen Materialeigenschaften explizit nach, d. h. jedem Element kann genau eine Materialgruppe zugeordnet werden. Für das WFE-Modell hingegen muss die Anzahl der Elemente drastisch reduziert werden, so dass die Materialeigenschaften für ein Element nicht einer Materialgruppe, sondern einer bestimmten geometrischen Kombination verschiedener Materialgruppen entsprechen. Dies geschieht auf Basis des FE-Modells indem zunächst mittels des FE-Gitters die Geometrie und Materialzusammensetzung jedes Waveguide-Finite-Elementes bestimmt wird. Während die Geometrie und die Dichte des kombinierten Elementes leicht bestimmbar sind, ist die Bestimmung der Steifigkeitsmatrize komplizierter.

Die notwendige Kondensation der detaillierten mehrlagigen Ausgangsdaten zu vereinfachten Eingangsdaten für die WFEM, siehe Abbildung 1, lässt sich dabei im Wesentlichen auf drei zentrale Schritte reduzieren:

1. Die Bestimmung der orthotropen Eigenschaften einzelner Faserverbundschichten (siehe Abbildung 2a),
2. die Bestimmung anisotroper Eigenschaften im Reifenkoordinatensystem (siehe Abbildung 2b), und
3. die Bestimmung von Kraft- und Momentresultierenden für das Laminat (siehe Abbildung 2c).

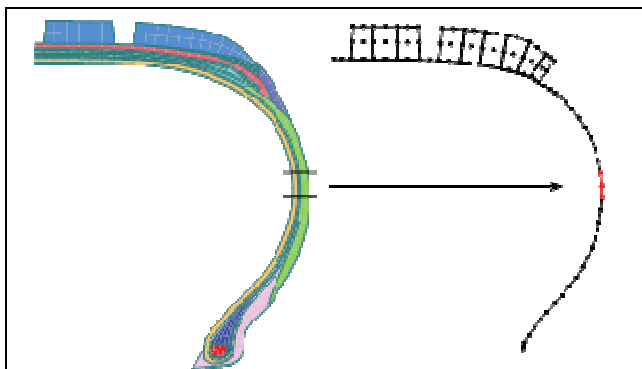


Abb. 1: Vereinfachung der Materialdaten für die WFEM-Simulation

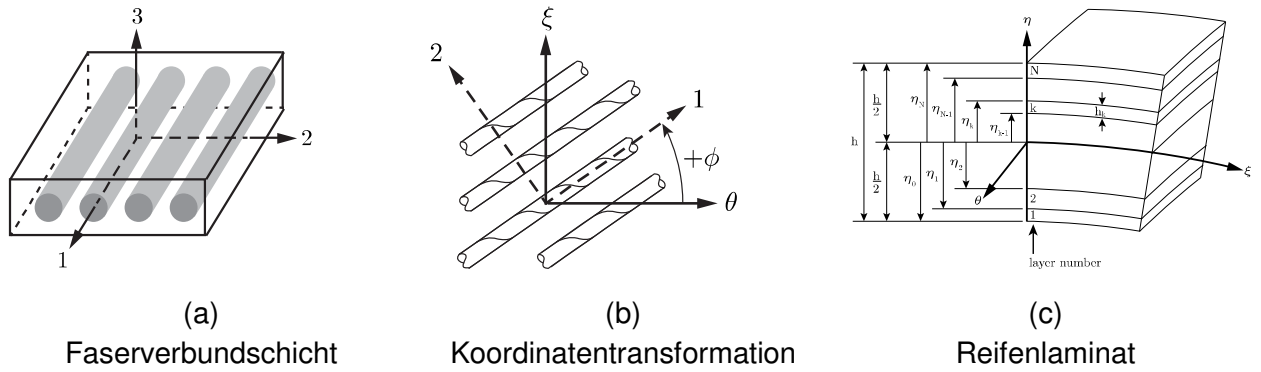


Abb. 2: Die drei zentralen Bestandteile des Kondensationsvorganges.

Mittels dieses Verfahrens können die Steifigkeitsmatrizen für alle Elemente des WFE-Reifenmodells bestimmt werden. Elementgeometrie und -dichte sind durch die vom Reifenhersteller übermittelten Daten gegeben. Anschließend werden weitere Anpassungen, u.a. für den Profilanteil in der Lauffläche und die Temperatur vorgenommen. Die Dämpfungseigenschaften werden anhand von Mobilitätsmessungen an einem Exemplar des Reifens bestimmt. Details zu allen Schritten sind in [5] zu finden.

Ebenfalls unbekannt sind die Reifenvorspannungen in lateraler und Umfangsrichtung. Wird der Reifen als doppelt-gekrümmte Membran wie in Abbildung 3 dargestellt betrachtet, so ergeben sich die Vorspannungen zu

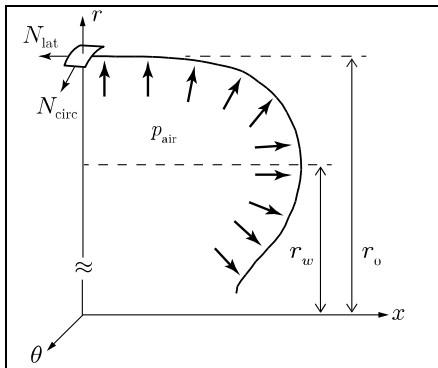


Abb. 3: Reifengeometrie für die Berechnung der Vorspannung

$$\begin{aligned}
 N_{lat}(x, r) &= \frac{\rho_{air}}{2r} (r_0^2 - r_w^2) \\
 N_{circ}(x, r) &= R_{circ}(x, r) \left(\rho_{air} - \frac{N_{lat}(0, r_w)}{R_{lat}(x, r)} \right) + \mu \Omega^2 r_0^2
 \end{aligned} \tag{5}$$

N_{lat} und N_{circ} bezeichnen die Vorspannungen in lateraler und Umfangsrichtung, ρ_{air} die Dichte der eingeschlossenen Luft, μ die Flächenmasse des Gürtels und Ω die Rotationsgeschwindigkeit. r_0 und r_w sind geometrische Größen, welche durch Abbildung 3 gegeben sind und R_{lat} und R_{circ} sind Krümmungsradien.

Aufgrund notwendiger Vereinfachungen in den Kondensations- und Simulationsroutinen, numerischen Ungenauigkeiten und vor allem den Unsicherheiten, die aus der Änderung der Reifen-

parameter während des Produktionsprozesses entstehen, ist eine weitere Anpassung der ermittelten Materialparameter für die WFEM-Simulation notwendig. Dies geschieht auf Basis eines Vergleiches zwischen gemessenen und berechneten Punkteingangs- und Transfermobilitäten des betreffenden Reifens. Die Einträge der Steifigkeitsmatrix, die Vorspannung und die Laufflächensteife werden mittels eines genetischen Algorithmus¹ auf eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Mobilitäten - $Y_{Messung}$ und Y_{GA} - optimiert. Startwerte, Optimierungsgrenzen und weitere Optimierungsparameter werden aufgrund physikalischer Überlegungen bestimmt. Als Zielfunktion dient die Summe der Fehlerquadrate (mit ω_i als Kreisfrequenz)

$$SSR = \sum_{\omega_i} (Y_{Messung}(\omega_i) - Y_{GA}(\omega_i))^2, \quad (6)$$

Die Validierung des Verfahrens erfolgt nach Erzeugung eines kompletten WFE-Modells des Reifens, zum Einen anhand des Vergleiches mit den Ergebnissen von Mobilitätsmessungen und zum Anderen anhand eines Vergleiches zu Eigenwertberechnungen im detaillierten FE-Modell. Dabei zeigt sich, siehe Abbildung 4 und Abbildung 5, dass die auf Basis der automatisch generierten Daten berechneten Mobilitäten einen sehr guten Ausgangspunkt darstellen. Eine perfekte Übereinstimmung mit den Messergebnissen kann mittels des implementierten Verfahrens grundsätzlich nicht erreicht werden, da nur unzureichende Informationen über den die Reifenvorspannung (welche für das dynamische Verhalten in weiten Frequenzbereichen maßgeblich ist) und die Verlustfaktoren zur Verfügung stehen. Zudem ist aufgrund von u.a. herstellungsspezifischen Abweichungen zwischen dem als Basis dienenden FE-Modell und dem zur Messung vorliegenden Reifen eine weitere manuelle Anpassung der ermittelten Materialparameter nötig. Die dadurch mögliche Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation ist ebenfalls in Abbildung 4 und Abbildung 5 ersichtlich. Das entwickelte Verfahren hat sich als relativ effizient und genau erwiesen, so dass bei Vorliegen entsprechender Eingangsdaten (d.h. detailliertes FE-Modell) eine kurzfristige Implementierung neuer Reifen in die Simulationssoftware bei vertretbarem Arbeitsaufwand möglich ist.

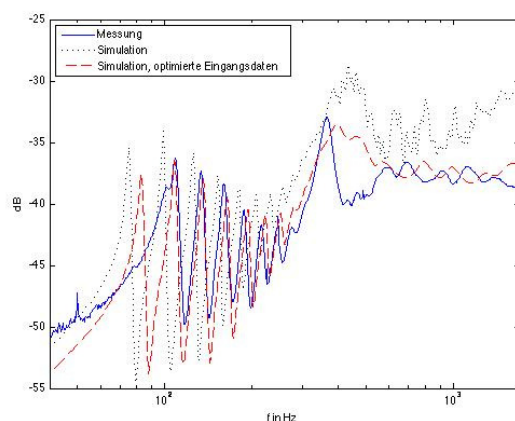


Abb. 4: Vergleich gemessene und berechnete Eingangsmobilitäten auf der Laufflächenmitte. Simulationsergebnisse beruhen auf den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Verfahren zur Materialparameterbestimmung und anschließender Optimierung

¹ Die Routine `ga()` aus MATLABs *Global Optimization Toolbox*, siehe [6].

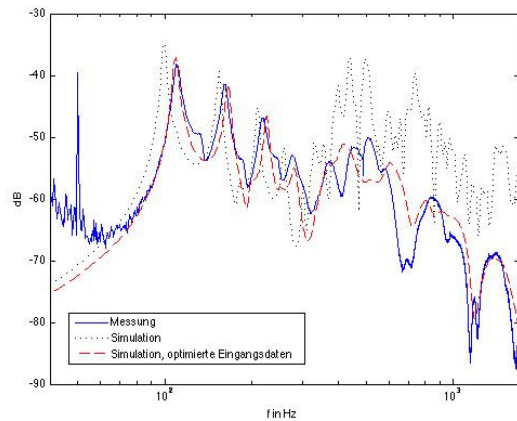


Abb. 5: Vergleich gemessene und berechnete Transfermobilitäten auf der Laufflächenmitte vom Anregepunkt zu einem Punkt 90° entfernt in Umfangsrichtung. Simulationsergebnisse beruhen auf den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Verfahren zur und anschließender Optimierung.

2.4 Entwickelte Reifenmodelle

Bei Beginn des Forschungsvorhabens war der in Abbildung 6/7a dargestellte 205/55 R16 PKW-Reifen im Modell implementiert. Im Zuge des Projektes wurde der in Abbildung 6/7b zu sehende 175/65 R14 PKW-Reifen als Testobjekt für das in Abschnitt 2.3 beschriebene Verfahren zur effizienteren Implementierung neuer Reifen genutzt. Zur Unterstützung des Teilprojektes IV wurde schließlich der in Abbildung 6c gezeigte 315/80 R22.5 LKW-Reifen implementiert. Im Gegensatz zu den bisherigen PKW-Reifen-Simulationen wird dabei der Reifenquerschnitt nicht hauptsächlich durch Shell-Elemente simuliert und (isotrope) Solid-Elemente nur für die Lauffläche eingesetzt, sondern der Großteil der Reifenkonstruktion durch Solid-Elemente abgebildet und nur die Karkasse durch Shell-Elemente modelliert, siehe Abbildung 7c. Dies trägt den größeren Dimensionen des LKW-Reifens Rechnung und vereinfacht die Handhabung der unterschiedlichen Materialgruppen, erfordert jedoch die Einführung anisotroper Solid-Elemente und steigert den numerischen Aufwand beträchtlich.



(a) 205/55 R16 PKW-Reifen

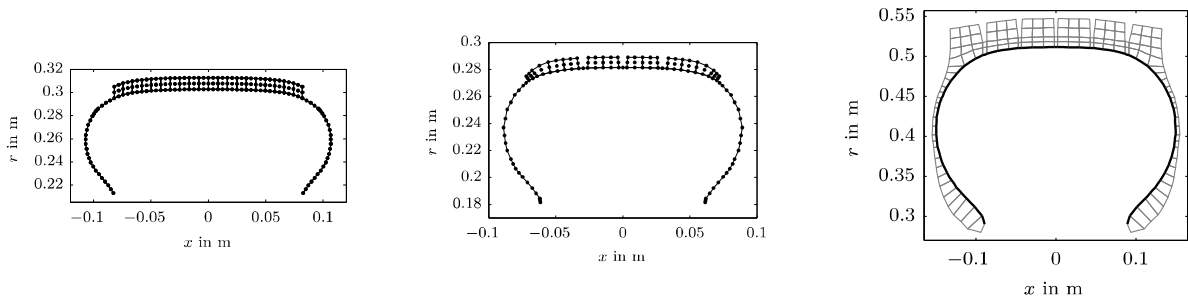


(b) 175/65 R14 PKW-Reifen



(c) 315/80 R22.5 Reifen

Abb. 6: Die implementierten Reifen



(a) 205/55 R16 PKW-Reifen

(b) 175/65 R14 PKW-Reifen

(c) 315/80 R22.5 Reifen

Abb. 7: Die WFEM-Meshes der implementierten Reifen

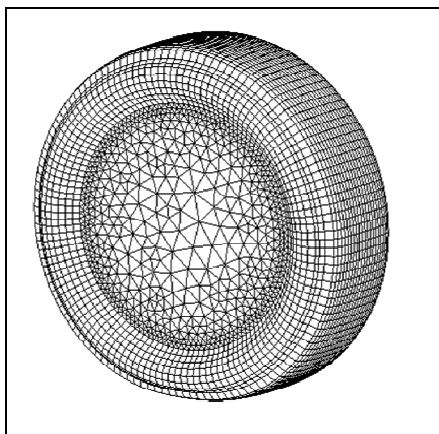
2.5 Festlegung der Schnittstelle zum Datenaustausch zwischen Rollmodell und Abstrahlungsmodell

Zielsetzung ist unter anderem die Verknüpfung des Reifen- und Kontaktmodells, das von Chalmers im Projekt weiterentwickelt wird mit den Abstrahlmodellen, die an der Leibniz Universität Hannover und an der TU Hamburg-Harburg entwickelt werden. Hierzu musste eine Schnittstelle entwickelt werden, die eine Übergabe der Schwingungsverteilung auf dem Reifen erlaubt.

Hierzu wurde für einen ersten Test ein Modell des 205/55R16 Reifens erzeugt. Für diesen Reifen wurden die Kontaktkräfte während des Rollens auf eine ISO Oberfläche mit 80 km/h und einer Last von 2700 N berechnet.

Da bei der Berechnung des Schwingungsfeldes eine sehr hohe räumliche Auflösung notwendig ist (für die korrekte Abbildung des Kontaktes), wurde ein Verfahren entwickelt, das eine zuverlässige Datenreduktion erlaubt. Die im Zeitbereich berechneten Kontaktkräfte werden nach einer Koordinatentransformation in modale Kräfte umgerechnet. Die Anwendung eines modalen Ansatzes erlaubt auf eine elegante Weise ein Geschwindigkeitsfeld zu erzeugen, das nur die für die Abstrahlung relevanten Moden beinhaltet und eine deutlich gröbere Auflösung des Gitters (bestimmt durch die Schallwellenlänge im umgebenden Medium) für die Abstrahlung erlaubt.

Zum Test der Schnittstelle wurde von Chalmers ein Boundary Element Modell erzeugt, das konstante trianguläre und rechteckige Elemente beinhaltet (siehe Abbildung 8).

**Abb. 8:** BEM Mesh

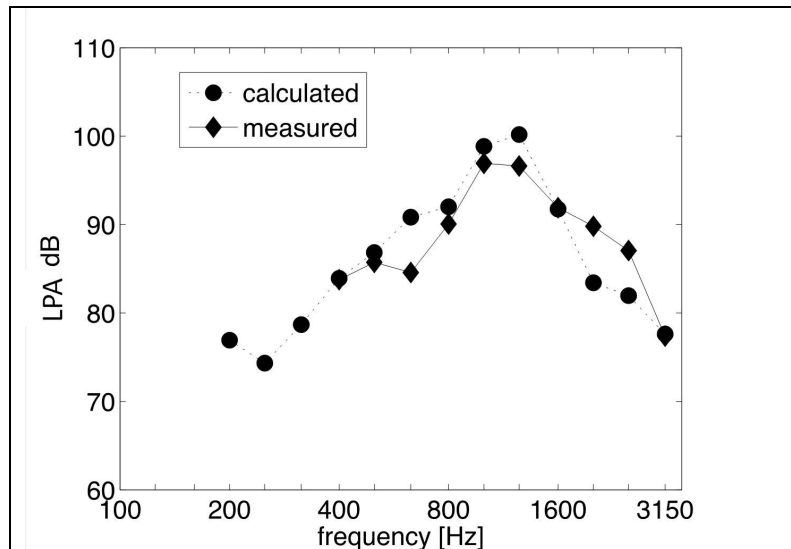


Abb. 9: Vergleich zwischen Messung und Rechnung des A-bewerteten Schalldrucks in 1 m Entfernung zur Achse (Mittelwert über drei Mikrofonpositionen)

Für dieses Gitter wurden entsprechende Datensätze erzeugt und an die Partner übergeben. Als Referenz wurden auch Berechnungen mit dem BE-Modell (das auch die Straße berücksichtigt) durchgeführt. Abbildung 9 zeigt ein Vergleich zwischen Berechnung und einer Messung für einen vergleichbaren Fall auf einer ISO Oberfläche (jedoch mit einem etwas unterschiedlichen Reifen).

3. Vergleich zwischen FEM- und WFEM für die Simulation von Reifen/Fahrbahnkontakt

3.1 Zielsetzung

Es ist bekannt, dass die Simulation der Strukturmechanik von Reifen mittels FEM rechenintensiv ist. Analytische Modelle hingegen bieten oftmals nicht die notwendige Genauigkeit in der Beschreibung der Reifenstruktur. WFEM kombiniert die detaillierte Beschreibung eines diskretisierten Reifenquerschnitts mit einem effizienten Wellenansatz in Umfangsrichtung. Die richtige Beschreibung der durch die Straße verursachten Reifenschwingungen ist essentiell für die Simulation des Rollgeräusches. Sowohl das hochfrequente, dynamische Vibrationsfeld als auch die niederfrequente, quasistationäre Deformation im Kontaktbereich müssen präzise wiedergegeben werden. Um die Güte des von Chalmers genutzten WFE-Reifenmodells in Bezug auf traditionelle dynamische NVH-Parameter (z.B. Mobilität und modale Frequenzen) und das Kontaktverhalten (z.B. Aufstandsfläche) abschätzen zu können, wurden von Continental Vergleichssimulationen mit standardmäßig eingesetzten FE-Modellen durchgeführt. Auf diesem Wege kann das Potenzial der WFEM-Methode zur genauen Beschreibung sowohl der Anregung als auch der Dynamik eines rollenden Reifens kritisch untersucht werden.

3.2 Methodik

Ausgangsbasis ist das WFE-Modell des 175/65 R14 PKW-Reifens. Zum Vergleich dient eine von Continental entwickelte und eingesetzte FE-Software, in der ein 3D-Modell des Reifens mit 100 radialen Sektionen erstellt wird. Zur Modellierung der Vollgummiregionen des Reifens dienen hyperelastische Festkörperelemente, während für die faserverstärkten Zonen eine Kompositfor-

mulierung zum Einsatz kommt. Die statische Verformung und die resultierende Vorspannung aufgrund des Reifeninnendrucks werden nichtlinear berechnet. Die Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der viskoelastischen Materialeigenschaften wird bei der Lösung des Eigenwertproblems berücksichtigt. Mobilitäten werden auf Basis eines abgeleiteten modalen Modells berechnet. In beiden Modellen wird nur die Reifenstruktur ohne Luftkavität oder Felge modelliert. Der Innendruck von 200 kPa wird entweder direkt als statischer Druck (FEM) oder als Vorspannung (WFEM) berücksichtigt. Im Bereich des Flansches ist zudem die Reifenverformung unterbunden. In beiden Modellen werden identische Materialeingangsdaten für 20 °C und 200 Hz verwendet, wobei eine weitere Materialparameteroptimierung im WFE-Modell verwendet wird. In beiden Modellen kommt die gleiche frequenzabhängige proportionale Dämpfung zum Einsatz.

Einige konzeptionelle Unterschiede gibt es zwischen grundlegenden Arbeitsweisen der Modelle: Das WFE-Modell wurde zur Berechnung von durch den Reifen-Fahrbahnkontakt verursachten Reifenschwingungen entwickelt, was zur Folge hat, dass die Kontaktverformung und die Reifendynamik gleichzeitig unter Berücksichtigung aller viskoelastischen Effekte bestimmt werden. Im FE-Modell werden statische und dynamische Berechnungen als getrennte Anwendungsfälle betrachtet, was z. B. zur Folge hat, dass viskoelastische Effekte nur für dynamische Fälle berücksichtigt werden.

3.3 Ergebnisse

3.3.1 Quasi-statische Simulationen

Vorhergesagte Reifenaufstandsflächen für fünf verschiedene Achslasten werden für beide Methoden in Abbildung 10 verglichen. Die Aufstandsfläche für 3000 N ist bei beiden Methoden in etwa gleich groß. Für kleinere (größere) Achslasten überschätzt (unterschätzt) WFEM die Aufstandsfläche, wobei die Unterschiede hauptsächlich durch Änderungen in Umfangsrichtung verursacht werden.

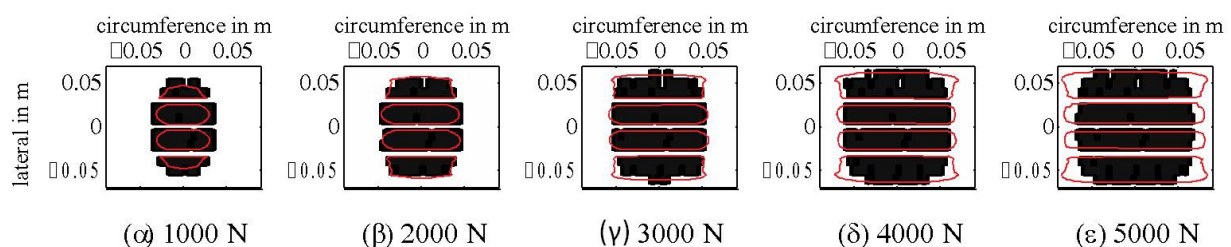


Abb. 10: Größe der Aufstandsfläche für verschiedene Achslasten für FE (—) und WFE-Simulationen (schwarze Flächen).

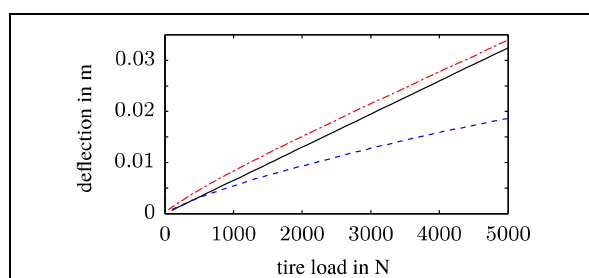


Abb. 11: Achslast-Auslenkungskurve für FE- (---) und WFE-Simulationen (--) und gemäß Formel (7) (—).

Größere Unterschiede zwischen beiden Methoden sind in den Achslast-Auslenkungskurven zu verzeichnen, die in Abbildung 11 zusammen mit der empirischen Näherungsformel

$$d = L \cdot (0.00028 P \sqrt{(-0.004 AR + 1.03) S_N (S_N AR / 50 + D_R) + 3.45})^{-1} \quad (7)$$

dargestellt sind. Dabei ist d die Auslenkung, L die Achslast in kg, P der Reifeninnendruck in kPa, AR und SN sind das Aspektverhältnis und Nennbreite wie auf dem Reifen angegeben und DR ist der Felgendurchmesser in mm. Die FEM-Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit der Näherungsformel. Die WFE-Simulationen hingegen unterschätzen die Auslenkung merklich für Achslasten größer 500 N.

3.3.2 Dynamische Simulationen

Tab. 1: Gemessene und simulierte Eigenfrequenzen. SR: semi-rigid, S: symmetrisch, AS: asymmetrisch.

Umfangsordnung	Schwingungsform	gemessen, Hz	FEM, Hz	WFEM, Hz
0	SR: teleskopisch	40	41	55
0	SR: rotatorisch	63	51	72
1	SR: kippend	50	52	68
1	SR: translatorisch	82	82	86
2	S/AS	106/96	106/94	108/115
3	S/AS	131/157	129/143	134/167
4	S/AS	157/196	153/178	164/204
5	S/AS	184/217	179/204	196/234
6	S/AS	212/244	205/227	228/262
7	S/AS	241/265	233/250	259/290
8	S/AS	270/295	262/273	291/317
9	S	367	291	322

Tabelle 1 vergleicht die Ergebnisse von FE und WFEM Eigenfrequenzanalysen mit gemessenen Eigenfrequenzen. Die FE-Ergebnisse sind, mit Ausnahme der letzten Mode, immer innerhalb von 10 % der gemessenen Werte. Die höchsten Abweichungen treten jeweils für asymmetrische Moden auf. Die WFE-Simulationen zeigen deutlich höhere Abweichungen, speziell für drei der vier semi-rigiden Moden und Ordnung 9. Für alle anderen Moden liegt die Abweichung unter 10 %. Tendenzen für unterschiedliche Abweichungen für symmetrische und asymmetrische Moden sind nicht erkennbar.

Gemessene und simulierte Mobilitäten für drei Umfangswinkel und zwei Position auf dem Reifenquerschnitt sind in Abbildung 12 zu sehen. In den Messungen ist die Felge nicht blockiert, sondern elastisch gelagert. Aufgrund dessen ist die niedrigste Resonanz der Simulationen in den Messungen nicht zu finden. Für die Punkteingangsmobilität und die Transfermobilitäten auf der Laufflächenmitte, Abbildung 12 a bis c, ist zu sehen, dass die WFE-Ergebnisse in den Frequenzbereichen bis 260 Hz und oberhalb von 500 Hz besser mit den Messungen übereinstimmen als die FE-Simulationen. Im mittleren Frequenzbereich sind für beide Methoden Abweichungen erkennbar, wobei generelle Tendenzen weiterhin erkennbar sind. Die Ergebnisse für die Positionen auf der Seitenwand, siehe Abbildung 12 d-f, sind für beide Methoden etwas schlechter als für die Positionen auf der Laufflächenmitte, aber qualitativ immer noch gut. Unterhalb von 450 Hz sind wiederum die WFEM-Ergebnisse besser als die FE-Ergebnisse. Für höhere Frequenzen kehrt sich dieser Trend um.

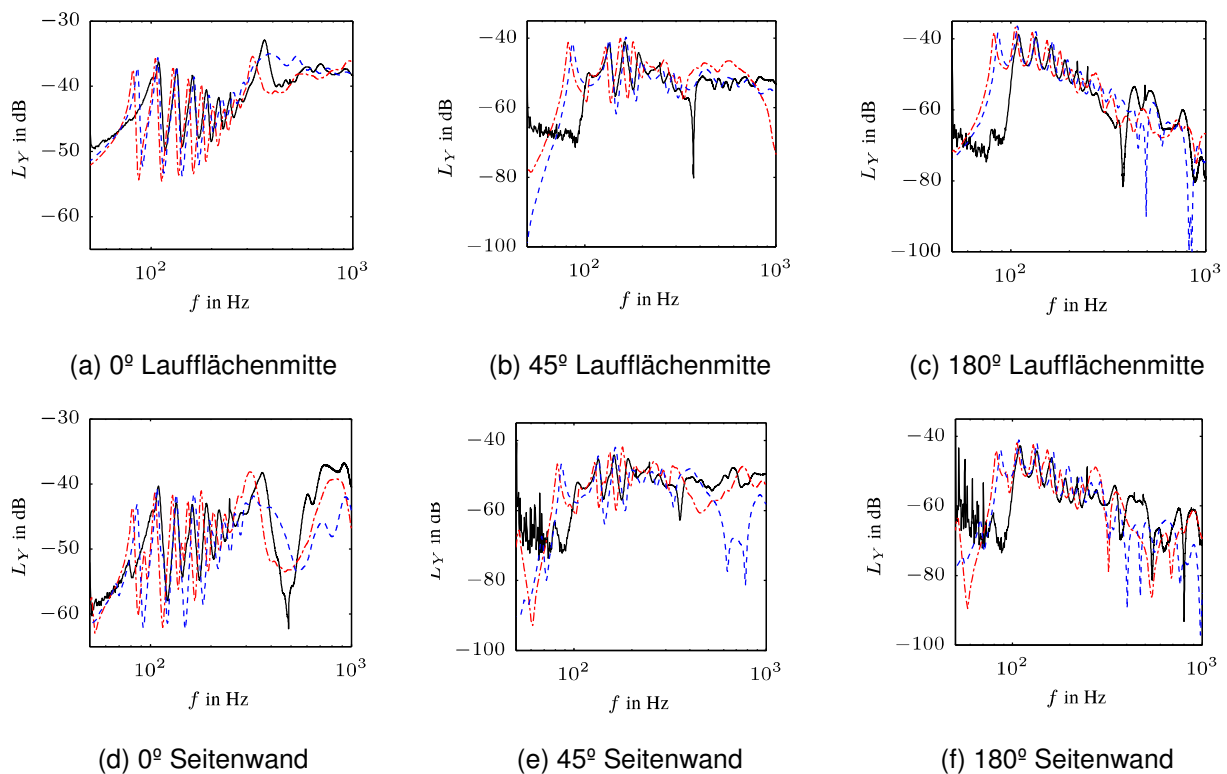


Abb. 12: Vergleich von Mobilitäten aus Messung (—), WFE- (--) und FE-Simulation (-.-). $L_Y = 20 \log_{10}(|Y/Y_0|)$, mit $Y_0 = 1 \text{ N/(ms)}$ und Y Mobilität.

3.3.3 Diskussion

Aus den quasi-statischen Berechnungen ergeben sich drei Beobachtungen: Erstens ist die mittels WFEM ermittelte Aufstandsfläche erstaunlich gut für ein dynamisches Modell welches nicht für statische Berechnungen optimiert ist. Zweitens enthält das in Abschnitt 2.2 beschriebene Kontaktmodell Kontaktfedern, welche die Berechnung der Aufstandsfläche beeinflussen. Diese Steifen dieser Kontaktfedern sind für 2820 N Achslast gewählt. Dies erklärt die gute Übereinstimmung für 3000 N und die Abweichungen für die anderen Lasten. Drittens sind deutliche Abweichungen der WFEM-Achslast-Auslenkungskurve von den per FEM und Näherungsformel bestimmten Kurven sichtbar. Dies deutet auf zu große Seitenwandsteife im WFE-Modell. Dies könnte auf darauf zurückzuführen sein, dass das WFE-Modell nicht in der Lage ist, das nicht-lineare Weichwerden der Seitenwandmembran unter Last zu simulieren. Zusätzlich könnte die Seitenwanddicke zu groß sein, um wie im genutzten Model mit nur einer Lage Shell-Elemente modelliert zu werden.

In den dynamischen Messungen sind einige Unterschiede zwischen den Ergebnissen für die Eigenfrequenzanalyse und den Mobilitätsberechnungen erkennbar. Dies ist nicht verwunderlich, da freie und erzwungene Anregung zu unterschiedlichen Dehnungszuständen führten. Dies hat einen Einfluss auf die dynamische Steifigkeit des Reifens, da die visko-elastischen Parameter dehnungsabhängig sind.

Das WFE-Modell wurde im Hinblick auf Mobilitätsmessungen optimiert. Da die ersten drei semi-rigiden Moden nicht in den durchgeführten Mobilitätsmessungen erfasst werden, konnten diese Moden im Optimierungsprozess nicht berücksichtigt werden. Das alle drei Moden hauptsächlich

von den Seitenwandsteife (und teilweise der Vorspannung) abhängen, erhärtet die Annahme, dass die Seitenwand im WFE-Modell zu steif ist. In den Ergebnissen ist ebenfalls erkennbar, dass die Referenzfrequenz für die viskoelastischen Parameter für 200 Hz ist. Einerseits muss diese Frequenz tief genug sein, um eine korrekte Modellierung der quasi-statischen Kontaktverformung zu erlauben. Andererseits werden dynamische Simulationen bis ≥ 1 kHz durchgeführt. Die im WFE-Modell durchgeführte Materialoptimierung verbessert die Simulationsergebnisse für höhere Frequenzen, wodurch allerdings das Modell zu steif im niedrigen Frequenzbereich wird (zu sehen an den Ordnungen 0 und 1 in Tabelle 1).

Zusammenfassend kann dem WFE-Modell attestiert werden, dass die Aufstandsfläche und die Strukturmechanik gut erfasst werden. Dies ist von Bedeutung, da dies die beiden Merkmale sind, welche entscheidend für die korrekte Berechnung des Vibrationsfeldes auf einem rollenden Reifen sind. Ein Teil der dynamischen Simulationen deutet darauf hin, dass etwaige Materialparameteroptimierungen nicht ausschließlich aufgrund von Mobilitätsmessungen erfolgen sollten. Eventuell ist es auch notwendig, unterschiedliche Frequenzbereiche für die viskoelastischen Parameter einzuführen. Schlussendlich ist auch eine zu steife Seitenwandimplementierung erkennbar. Dies kann eventuell in der Materialparameteroptimierung oder dem Design des WFE-Querschnittsmeshes berücksichtigt werden. Ungeklärt ist momentan, inwieweit die Seitenwandsteife einen Einfluss auf Rollwiderstand oder -geräusch hat.

4. Rollwiderstand

4.1 Zielsetzung

Im Jahr 2006 war der durch den Straßenverkehr verursachte Treibstoffverbrauch für 23 % der CO₂-Emissionen innerhalb der EU verantwortlich [7], wobei ein signifikanter Anteil davon auf Rollverluste im Reifen zurückzuführen ist [8]. Trotz allem gibt es außer empirischen Daten keine oder wenig detaillierte Informationen über Rollwiderstandsmechanismen oder den Zusammenhang zwischen Rollwiderstand und Rollgeräuschentstehung bei Reifen. In einem ersten Schritt wird deshalb über eine Parameterstudie der Einfluss verschiedener Reifenmerkmale auf den Rollwiderstand und das Rollgeräusch (siehe nächstes Kapitel) untersucht.

4.2 Zusammenhang von Verlusten im Reifen und Rollwiderstand

4.2.1 Modellierung

Aufgrund des Prinzips der Energieerhaltung kann die Verlustleistung in Form der über den Kontakt eingespeisten Leistung berechnet werden. Eine detaillierte Aufstellung der Modellierungs- und Materialparameter kann in [3] gefunden werden, wobei hier mit 29 Shell-Elementen und 13 Solid-Elementen ein etwas gröberes Mesh gewählt wurde. Als Fahrgeschwindigkeit werden 50 km/h bei einer Achslast von 3415 N gewählt. Das Rauigkeitsprofil der Straße basiert auf einer gescannten ISO 10844 Oberfläche. Für die Parameterstudie wurden die in Tabelle 2 aufgezählten Varianten der Ausgangskonfiguration betrachtet.

Variante	Beschreibung
A	Ausgangskonfiguration.
B	80 km/h, 2943 N.
C	Raue Straßenoberfläche.
D1/2	Verlustfaktoren verdoppelt/halbiert.
E1	Vorspannung verdoppelt. E-Modul Lauffläche halbiert.
E2	Vorspannung um 50 % erhöht.
F1/2/3/4	E-Module Seitenwand multipliziert mit 2/1,5/0,75/0,5.
G1/2	Dichte multipliziert mit 1,25/0,75.
G3	Veränderte Massenverteilung: Schwerere Seitenwand.
G4	Veränderte Massenverteilung: Schwerere Laufflächenmitte.

Tab. 2: Varianten für die Parameterstudie

4.2.2 Ergebnisse

Im Folgenden werden einige Ergebnisse der Parameterstudie besprochen. Aus Platzgründen muss auf eine detaillierte Analyse verzichtet werden. Abbildung 13 zeigt die dissipierte Leistung für alle berechneten Varianten. Für die Ausgangsvariante A beträgt die Verlustleistung 325 W. Abbildung 14 verdeutlicht, dass sich die Dissipation auf zwei Bereiche verteilt: Eine dominierende gerade Linie vom Koordinatenursprung bis etwa Umfangswellenzahl 20 und 140 Hz sowie zwei kleinere Maxima bei 127 Hz, Ordnung 3 und 156 Hz, Ordnung 4. Mittels der in [3] durchgeführten Analyse des Wellenfeldes auf einem Reifen, können die beiden einzelnen Maxima einem Wellentyp zugeordnet werden, bei dem im Reifenquerschnitt die komplette Lauffläche als Einheit radial schwingt. Ebenso kann nach [1] gefolgert werden, dass der zweite, dominierende, Dissipationsbereich unterhalb der Cut-On-Frequenzen für ausbreitungsfähige Wellen liegt. Stattdessen wird dieser Bereich durch die Anregungseigenschaften geprägt. Basierend auf dem Reifenumfang und der Geschwindigkeit ergibt sich eine Anrefrequenz von 7,1 Hz, welche zusammen mit ihren Vielfachen die charakteristische Gerade ergibt. Die Dissipationsverteilung entlang der Linie ergibt sich aus dem Verhältnis der Kontaktfläche zur Wellenlänge der jeweiligen Ordnung.

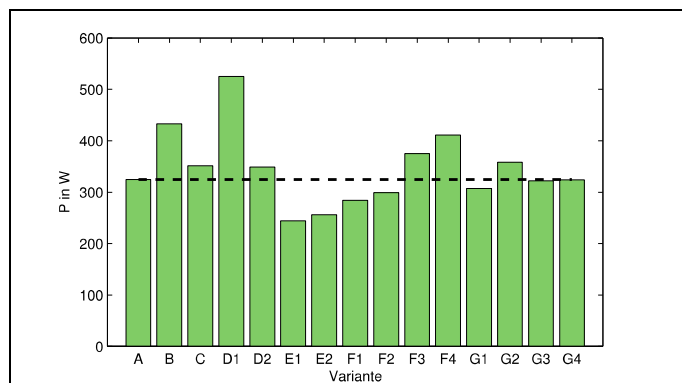


Abb. 13: Verlustleistung für alle Varianten. (- -) Verlustleistung der Ausgangskonfiguration A.

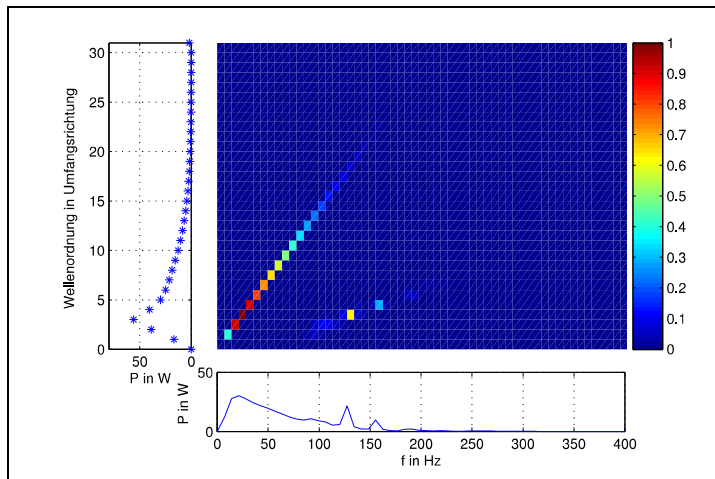


Abb. 14: Verlustleistung im Frequenz- und Wellenzahlbereich für Variante A. Farbskalierung re. Maximalwert

Die Varianten B und C zeigen den erwarteten negativen Einfluss von Rollgeschwindigkeit bzw. rauherem Straßenbelag. Weiterhin kann B als Bestätigung des Modells angesehen werden, da sich vergleichbare Werte ergeben wie in [1]. Die Ergebnisse für Veränderungen im Reifendruck (E), der Steife der Seitenwände (F) und der Dämpfungserhöhung (D1) sind wie erwartet und werden nicht weiter kommentiert. Gleiches gilt für die Änderung der Masseverteilung in den Fällen G3 und G4 bei denen sich keine signifikante Änderung des Rollverlustes ergibt.

5. Zusammenhang zwischen Rollgeräusch und Rollwiderstand von PKW-Reifen

5.1 Parameterstudie Reifeneigenschaften

5.1.1 Modellierung

Das eingesetzte Modellierungsverfahren für den Rollwiderstand ist identisch zu dem in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen. Zur Abstrahlungsberechnung kommt ein Halbraum-BEM-Verfahren zum Einsatz bei dem die Reflexion an der Straßenoberfläche in den Green'sche Funktionen berücksichtigt ist, siehe [2]. Die Auswertung der Schallabstrahlung erfolgt als gemittelter Schalldruck über 321 Punkte auf einer Halbkugel im Abstand von 1 m zum Kontaktpunkt Reifen-Fahrbahn. Ein A-bewerteter Gesamtschalldruckpegel wird basierend auf den Terzen 200 Hz bis 2000 Hz berechnet. Die Parameterstudie wurde aufgeteilt in eine Variation von reifenunabhängigen Parametern wie Geschwindigkeit, Achslast, Straßenoberfläche, usw. und eine Variation von Reifenparametern wie Masse, Masseverteilung, Steife, Vorspannung, Geometrie, usw. Insgesamt wurde für 51 Konfiguration der Rollwiderstand und zusätzlich für 32 davon das Rollgeräusch berechnet.

5.1.2 Ergebnisse

Im Folgenden werden einige Ergebnisse der Parameterstudie besprochen. **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** Abbildung 15 und Abbildung 16 zeigen für alle Konfigurationen die Gesamtänderungen von Rollgeräusch und Rollwiderstand im Vergleich zur Ausgangskonfiguration. Für die reifenunabhängigen Parameter in Abbildung 15 ergibt sich mit

überwiegender Mehrheit eine Korrelation zwischen Rollgeräuschminderung bzw. -erhöhung und Ab- bzw. Zunahme des Rollwiderstandes. Bei Änderung der Reifenparameter ergibt sich ein inhomogenes Bild, siehe Abbildung 16. In der sich ergebenden „kreuzförmigen“ Verteilung basiert die horizontale Achse mit starker Änderung des Rollwiderstandes und geringer Änderung des Rollgeräusches ausschließlich auf Änderungen der Steife des Reifengürtels bzw. der Vorspannung. Die vertikale Achse mit starker Rollgeräusch-, aber schwacher Rollwiderstandsänderung enthält nur Konfigurationen, in denen die Masse bzw. die Masseverteilung des Reifens (per Änderung der Materialdichten) geändert wird.

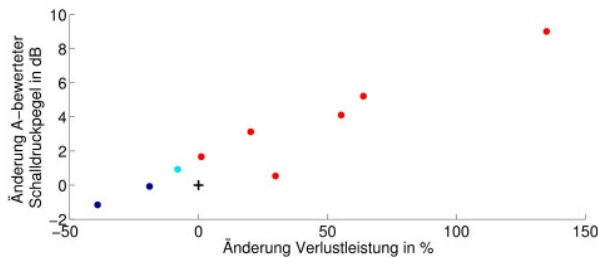


Abb. 15: Ergebnisse Parameterstudie für reifenunabhängige Parameter. + Ausgangskonfiguration. Farben identifizieren unterschiedliche Kombinationen von Ab-/Zunahme für Rollgeräusch/-widerstand

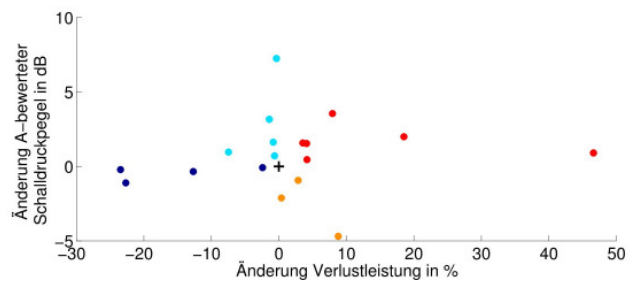


Abb. 16: Ergebnisse Parameterstudie für reifenunabhängige Parameter. + Ausgangskonfiguration. Farben identifizieren unterschiedliche Kombinationen von Ab-/Zunahme für Rollgeräusch/-widerstand

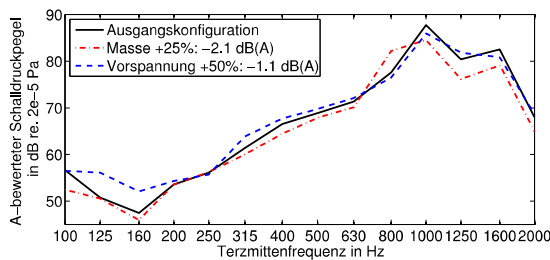


Abb. 17: Rollgeräusch in Terzbändern für Standardkonfiguration und zwei Varianten. Anmerkung: Gesamtpegel für Terzen 200 Hz bis 2000 Hz

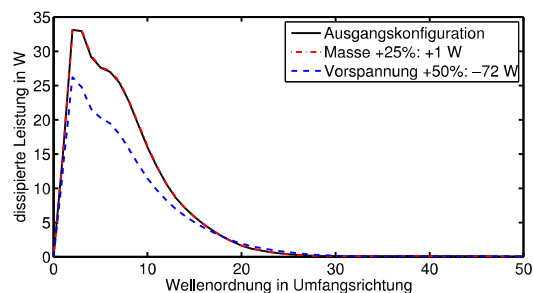


Abb. 18: Rollwiderstand per Umfangsordnung für Standardkonfiguration und zwei Varianten

Als Beispiel wird für jeweils einen Vertreter der horizontalen und der vertikalen Achse ein detaillierter Vergleich des Rollgeräusches und des Rollverlustes mit den Werten der Standardkonfiguration durchgeführt, siehe Abbildung 17 und Abbildung 18. Für die Standardkonfiguration ergibt sich das erwartete Bild eines Rollgeräusches, welches von den Terzen 1 kHz bis 1,6 kHz dominiert wird, und eines von niedrigen Wellenordnungen in Umfangsrichtung geprägten Rollwiderstandes. Betrachtet man die Konfiguration, in der die Masse des Reifens global um 25 % erhöht wird, so ergibt sich keine relevante Änderung des Rollwiderstandes, jedoch eine Senkung des Schalldruckpegels um 2,1 dB(A). Wie in Abbildung 17 ersichtlich, folgt dies hauptsächlich aus einer Absenkung des dominierenden Bereiches oberhalb 1 kHz. Für tiefere Frequenzen sind die Änderungen eher zu vernachlässigen bzw. es ergeben sich sogar Pegelerhöhungen. Für eine Erhöhung der Vorspannung um 50 % ergibt sich eine Reduzierung

des Rollverlustes um 72 W, welche sich hauptsächlich in den Ordnungen kleiner 10 vollzieht, siehe Abbildung 18. Die Verteilung der Verluste zwischen den Ordnungen wird dabei mit Ausnahme der Ordnung 2 nicht wesentlich geändert. Weiterhin ergibt sich auch eine Reduzierung des Rollgeräusches um 1,1 dB(A); die Änderungen in den einzelnen Terzbändern sind dabei aber deutlich anders, als für den Fall der erhöhten Masse. Bis 630 Hz liegt der Pegel sogar über dem der Ausgangskonfiguration. Die Pegelreduktion kann weitestgehend einer Absenkung der Spitzen bei 1 kHz und 1,6 kHz zugeordnet werden. Ein möglicher Erklärungsansatz wird in [2] geliefert, indem gezeigt wird dass die Abstrahlung eines Reifens oberhalb von etwa 1 kHz stark von niedrigen Wellenordnungen dominiert wird. Aufgrund der Ergebnisse für den Rollwiderstand kann für die Fall der erhöhten Vorspannung von einer reduzierten Anregung niedriger Moden ausgegangen werden; dies führt dann auch bei der Abstrahlung zu einer Absenkung der Pegel im beobachteten Bereich. Für den Fall der Masseerhöhung kann ein gleichwertiger Schluss nicht gezogen werden, vielmehr könnten Änderungen im Wellenfeld bzw. in der Abstrahleffizienz für die beobachtete Pegelreduktion verantwortlich sein.

5.1.3 Zusammenfassung

Aus den Ergebnissen folgt, dass für Rollwiderstand und Rollgeräusch kein genereller Zielkonflikt erkennbar ist, vielmehr gibt es in vielen Fällen eine Korrelation der Größen. Die Parameterstudie deutet ein gleichzeitiges Optimierungspotential für beide Größen durch Modifikation bestimmter Reifenparameter an. Dabei könnten niedrige Wellenordnungen, welche sowohl den Rollwiderstand als auch die Abstrahlung im wichtigen Bereich oberhalb von 1 kHz dominieren, eine wichtige Rolle für beide Prozesse spielen. Generell scheinen Änderungen an der Reifenkonstruktion einen höhere Signifikanz für die Rollverluste als für das Rollgeräusch zu haben; die Pegelabnahme liegt größtenteils unter 2 dB.

5.2 Einfluss von Modellierungsparametern

Auf Basis der ermittelten Reifeneingangsdaten wurden umfangreiche Untersuchungen zum Einfluss verschiedener Modellierungsparameter auf Rollgeräusch- und Rollwiderstandssimulationen durchgeführt. Bei diesen Parametern handelt es sich u.a. um:

- Betriebsbedingungen (Fahrgeschwindigkeit, Achslast, Reifendruck),
- Reifenparameter (Temperatur, Optimierungsgrad, anisotrop oder orthotrop) und
- Simulationsparameter (Zentrifugalkräfte, Kontaktsteife und -geometrie Abstrahlgeometrie).

Eine detaillierte Übersicht über die Ergebnisse kann in [5] gefunden werden. Eine Darstellung der Ergebnisse ist hier aus Platzgründen nicht möglich, zwei Fälle sollen jedoch als Beispiel dienen.

5.2.1 Temperatureinfluss

Während der Rollvorganges erhitzt sich der Reifen auf ca. 55 °C. Dies ist insofern problematisch, als die Materialdaten größtenteils für Raumtemperatur vorliegen und Messungen der Mobilität normalerweise ebenfalls nicht im erhitzten Zustand stattfinden. Da sich insbesondere die Steifigkeiten und Verlustfaktoren des Gummimaterials deutlich mit der Temperatur ändern, ist ein großer Einfluss der Temperatur auf die Strukturmechanik, d.h. z. B. die Mobilität, zu erwarten. Unbekannt ist jedoch, inwieweit dies auch die Schallabstrahlung beeinflusst.

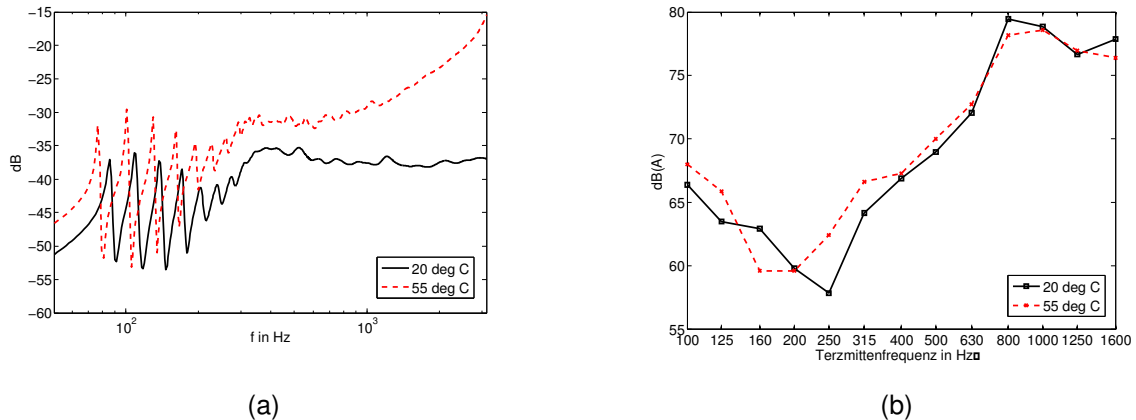


Abb. 19: (a) Punkteingangsmobilität in Laufflächenmitte und (b) Schallabstrahlung für unterschiedliche Reifentemperaturen

Wie in Abbildung 19a ersichtlich ist, zeigen sich in der Simulation deutliche Unterschiede in den Mobilitäten für 20 °C und 55 °C, wobei der wärmere Reifen wie erwartet klar weicher ausfällt. Interessanterweise spiegeln sich diese deutlichen Unterschiede kaum im Schalldruck wieder. In den dominierenden Terzen liegen die Pegeldifferenzen im Rahmen von ca. 1 dB. Für niedrigere Frequenzen ergeben sich größere Unterschiede, diese sind jedoch für den Gesamtpegel irrelevant. Es folgt, dass die Berechnung der Schallabstrahlung ohne aufwendige Ermittlung der Materialdaten für den erwärmten Reifen möglich ist.

5.2.2 Grad der Anisotropie der Steifigkeitsmatrix

Mittels des in Abschnitt 2.3 beschriebenen Verfahrens ist es möglich die kompletten anisotropen Materialdaten des Reifens zu ermitteln. Vormalig konnten bestimmte Kopplungsterme nicht bestimmt werden, so dass bestenfalls orthotrope Reifendaten vorlagen. Eine Abschätzung des Unterschiedes, der sich durch diese unterschiedlichen Elastizitätsbeschreibungen des Reifens ergibt, ist mit Abbildung 20 möglich. In der Punkteingangsmobilität ist nur ein minimaler Unterschied von weniger als 1 dB für ca. 400 Hz ersichtlich. Deutlich größere Unterschiede ergeben sich für das Rollgeräusch, welches um bis zu 12 dB(A) für einzelne Terzen steigt, wenn die Kopplungsterme nicht mit berücksichtigt werden. Da für den simulierten Reifen keine Messungen der Schallabstrahlung vorliegen, kann momentan nicht geklärt werden, welcher der berechneten Schalldruckpegel näher an der Wirklichkeit ist. Der sich ergebende deutliche Unterschied ist in jedem Fall bemerkenswert und sollte noch näher untersucht werden. Abschließend kann zusammen mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.2.1 auch festgehalten werden, dass es nicht möglich ist, aus Änderungen der Mobilität auf ebensolche Änderungen des abgestrahlten Schalldruckpegels (oder umgekehrt) zu schließen.

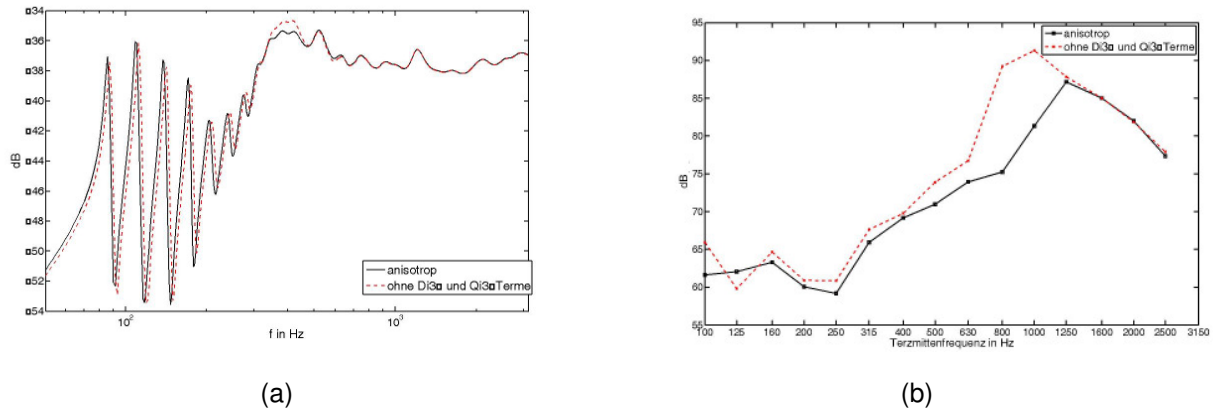


Abb. 20: (a) Punkteingangsmobilität in Laufflächenmitte und (b) Schallabstrahlung für komplett anisotrope Steifigkeitsmatrizen und für fehlende Kopplungsterme

6. Modellierung LKW-Antriebsachsenreifen

6.1 Einleitung

Das LeiStra3 Teilprojektes III sieht die Entwicklung leiserer Antriebsreifen für den Regionalverkehr vor, welche mittels Computer-Simulationen durch das Teilprojektes II unterstützt werden soll. Die Erstellung eines derartigen Computermodells setzt die Existenz von entsprechenden Validierungsdaten voraus. Für das Reifenmodell sind dazu insbesondere Eigenresonanzanalysen und Mobilitätsmessungen geeignet. Für Eigenresonanzmessungen liegen seitens Continental entsprechende Daten vor, während Messungen der Mobilität von Chalmers selbst durchgeführt wurden. Beim Reifen handelt es sich um einen von Continental zur Verfügung gestellten Antriebsachsenreifen der Maße 315/80R 22.5 mit 5 Längsrillen aber ohne Querprofil, siehe Abbildung 6c.

6.2 Numerische Simulation von Rollgeräusch und Rollwiderstand von LKW-Antriebsachsenreifen

6.2.1 Modellierung

Die Modellierung von Rollgeräusch und Rollwiderstand erfolgt analog zu den bereits für PKW-Reifen vorgestellten Verfahren, siehe Abschnitte 3 und 5. Der Rollwiderstandskoeffizient ist gegeben als $C_r = P_{ein}/(F_N V)$, wobei P_{ein} die eingespeiste Leistung, F_N die Achslast und V die Rollgeschwindigkeit sind. Das Reifen-/Fahrbahngeräusch wird mittels eines Halbraum-BEM-Verfahrens [4] in Form des A-bewerteten Schalldruckpegels für Terzen von 100 Hz bis 2 kHz berechnet. Die statischen Materialparameter wurden durch Continental zur Verfügung gestellt und mittels Vergleich zu gemessenen Mobilitäten für den dynamischen Fall angepasst. Die Simulationen erfolgen für 70 km/h für den Rollwiderstand und 50 km/h für das Rollgeräusch, einen Reifeninnendruck von 670kPa und einer Achslast von 20kN. Für die Straßenprofile kommen 3D-Scans einer SMA 0/8 Oberfläche (Schallabstrahlung), sowie für den Rollwiderstand einer ISO 10844 Oberfläche und einer abgestreuten Oberfläche (Korngröße 11 mm bis 16 mm) zum Einsatz.

6.2.2 Ergebnisse

Zur Validierung des Reifenmodells und der Materialparameter sind in den Abbildung 21 und Abbildung 22 die radiale Punkteingangsmobilität und die Transfermobilität zu einem Empfangspunkt 180° in Umfangsrichtung dargestellt. Mit Ausnahme der zweiten Antiresonanz in der Punkteingangs mobilität und des Bereiches von 450 Hz bis 800 Hz in der Transfermobilität ist die Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Mobilitäten sehr gut. Die zusätzliche Resonanz bei ca. 55 Hz in den Simulationen beruht auf unterschiedlichen Randbedingungen (Simulation: fest eingespannt, Messung: frei schwingend).

In Tabelle 3 sind simulierte Rollwiderstände für die zwei Straßenoberflächen angegeben. In Ermangelung von Rollwiderstandsmessungen für den LKW-Reifen sind als Vergleichsdaten Werte für einen PKW-Reifen angegeben. Aufgrund der höheren Last ist die eingespeiste Leistung für den LKW-Reifen deutlich größer als für den PKW-Reifen. Weiterhin ergibt sich für beide Reifen ein deutlicher Anstieg der Verlustleistung auf der abgestreuten Oberfläche, wobei allerdings für den LKW-Reifen der Anstieg mit 37 % geringer ausfällt als für den PKW-Reifen (52%). Drückt man die Rollverluste durch den Rollwiderstandskoeffizienten C_r aus, so ergeben sich für den LKW-Reifen durchgängig C_r -Werte welche kleiner sind, als die des PKW-Reifens. Dieser Effekt deckt sich mit der Praxis (siehe z.B. [9]) und beruht auf der deutlich höheren Steife des LKW-Reifens.

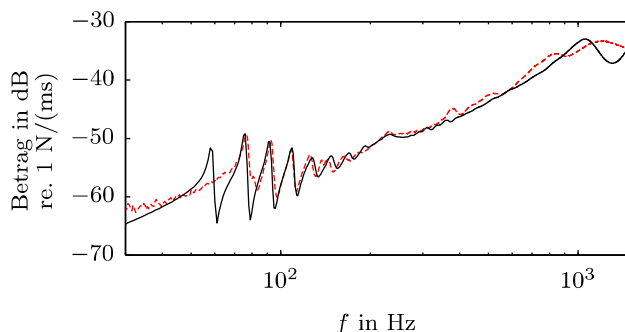


Abb. 21: Gemessene (-) und simulierte (- -) radiale Punkteingangsmobilität in der Laufflächenmitte. Die zusätzliche Resonanz in der Simulation bei 55 Hz ist unterschiedlichen Randbedingungen geschuldet.

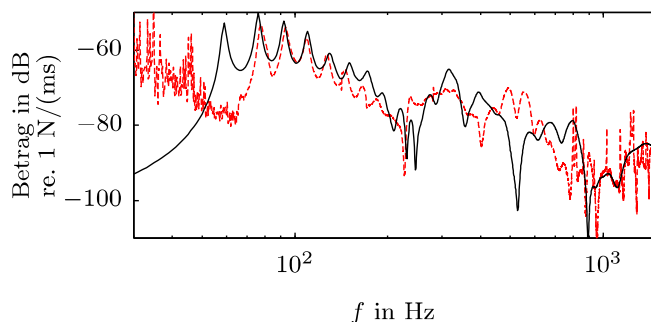
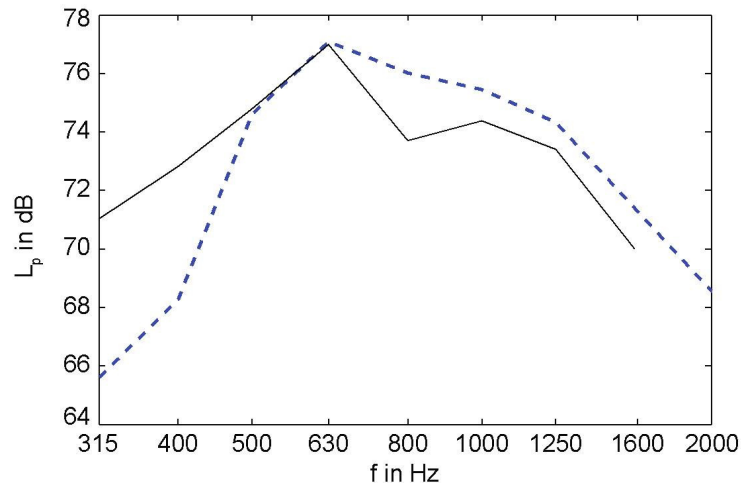


Abb. 22: Gemessene (-) und simulierte (- -) radiale Transfermobilität in der Laufflächenmitte zu einem Empfangspunkt 180° in Umfangsrichtung. Die zusätzliche Resonanz in der Simulation bei 55 Hz ist unterschiedlichen Randbedingungen geschuldet.

Tab. 3: Simulierte Rollwiderstände

	PKW		LKW	
	P_{ein} in W	C_r	P_{ein} in W	C_r
ISO 10844	2874	0.74 %	492	0.80 %
abgestreut	3926	1.01 %	749	1.22 %

**Abb. 23:** Rollgeräusch für die SMA0/8 Oberfläche. Messung (-) und Simulation (- -).

Simulationsergebnisse für das Rollgeräusch auf der SMA 0/8 Oberfläche werden in Abbildung 23 zusammen mit gemittelten CPX-Messungen gezeigt. Es gibt eine nahezu perfekte Übereinstimmung der Simulation mit den Messwerten für die Terzen von 500 Hz und 630 Hz. Die höheren Terzen werden leicht unterschätzt, mit Ausnahme der 800 Hz, bei der die Abweichung ca. 3 dB beträgt, jedoch nur um etwa 1 dB. Eine deutliche Überschätzung der Messwerte um etwa 4 dB bis 5 dB ergibt sich für die niedrigsten beiden Terzen. Es ist momentan unklar, woher diese Abweichung kommt. Für eine Rollgeräuschprognose ist sie jedoch von geringem Belang da die Terzpegel deutlich unterhalb der Maximalpegel im Spektrum liegen.

6.2.3 Zusammenfassung und Ausblick

Das existierende Verfahren zur Berechnung von Rollwiderstand- und Rollgeräusch von PKW-Reifen wurde für die Nutzung für LKW-Reifen erweitert. Die Simulationsergebnisse für Mobilitäten, Rollverluste und Schallabstrahlung sind vielversprechend. Weitere Verbesserungen sollten sich durch eine Optimierung der dynamischen Materialdaten und anderer Simulationsparameter ergeben.

7. Zusammenfassung

Das an der Chalmers University Göteborg entwickelte Reifen-/Fahrbahnsimulationsprogramm, bestehend aus einem WFE-Reifenmodell und einem nichtlinearen Kontaktmodul wurde im Rahmen dieses Forschungsvorhabens grundlegend erweitert. Es wurde eine Schnittstelle zu den Abstrahlungsberechnungen der Projektpartner TU Hamburg-Harburg und Leibniz Universität Hannover geschaffen, die einen schnellen Datenaustausch erlaubt. Für die effiziente Implementierung neuer Reifen in das Berechnungswerkzeug wurde ein Verfahren entwickelt, welches basierend auf beim Reifenhersteller vorhandenen Daten aus dem Entwicklungsprozess die Erstellung eines reduzierten WFE-Modells erlaubt. Die Anwendbarkeit des Verfahrens wurde durch die Implementierung zweier neuer Reifen in das Reifenmodul nachgewiesen. Bei einem dieser Reifen handelt es sich um den in Teilprojekt IV genutzten LKW-Reifen. Aufgrund der besonderen Merkmale von LKW-Reifen war in diesem Zusammenhang eine Erweiterung des Moduls zur Berechnung der Strukturmechanik nötig (u.a. Implementierung anisotroper Solid-Elemente). Eine Verbesserung des Kontaktmoduls war möglich durch das Ersetzen des elastischen Halbraumes durch die Impulsantworten des Reifens für die Berechnung der Kontaktverformung, und durch die Berücksichtigung mikroskopischer Kontakteffekte aufgrund der Kontaktsteifen.

Ein zusätzliches Berechnungsmodul zur Bestimmung des Rollwiderstandes wurde entwickelt. Dabei ist nicht nur die Bestimmung des Gesamtverlustes möglich, sondern auch eine detaillierte Analyse der Frequenz- und Ordnungsverteilung sowie eine Lokalisierung der Verluste in der Reifenstruktur. Zusammen mit Verbesserungen der Ausführungsgeschwindigkeit und der Bedienbarkeit des Programmes konnte dies für umfangreiche Parameterstudien mit mehr als 100 Fällen zum Rollwiderstand und Rollgeräusch genutzt werden. Die Abhängigkeit beider Größen von Reifenkonstruktion, externen Parametern und Modellierungsfaktoren wurde untersucht. Dabei konnte gezeigt werden, dass Rollwiderstand und Rollgeräusch nicht notwendigerweise in einem Spannungsfeld zueinander stehen, sondern dass vielmehr eine gleichzeitige Verbesserung beider Größen durch Änderungen der Reifenkonstruktion möglich ist.

8. Literaturangaben

- [1] Fraggstedt, M.: *Vibrations, damping and power dissipation in car tyres*. Dissertation, Royal Inst. of Sciences, Stockholm, 2008.
- [2] Kropp, W. *et al.* *On the sound radiation of a rolling tyre*. Journal of Sound and Vibration, Nr. 331, 2012.
- [3] Sabiniarz, P.: *Modelling the vibrations on a rolling tyre and their relation to exterior and interior noise*. Dissertation, Chalmers Univ. of Techn., Göteborg, 2011.
- [4] Wullens, F.: *Excitation of tyre vibrations due to tyre/road interaction*. Dissertation, Chalmers Univ. of Techn., Göteborg, 2004.
- [5] Hoever, C: *The influence of modelling parameters on the simulation of car tyre rolling losses and rolling noise*, Lizenziatsabhandlung, Chalmers University of Technology, 2012.
- [6] *Global optimization toolbox*, <http://www.mathworks.se/products/global-optimization/index.html>, besucht 10. August 2014.
- [7] *Annual EC greenhouse gas inventory 1990–2006 and inventory report 2008*. Report No 6/2008, EC, EPA, 2008.
- [8] Final Report SI2.408210 Tyre/Road Noise - Vol. 1. FEHRL, 2006
- [9] Gent., A. und Walter, J. (hrsg.): *The pneumatic tire*. U.S. Department of Transportation, National Highway Traffic Safety Administration (2006)

SPERoN 2020 Teil II:

Entwicklung eines performanten Rechenmodells zur Berechnung und Reduzierung der Geräuschabstrahlung von Reifen

Verbundpartner:

TU Hamburg-Harburg, Institut für Modellierung und Berechnung

Inhalt:

1.	Wissenschaftlich-technische Ergebnisse	5
1.1	Zielsetzung	5
2.	Rechenmodell	5
2.1	Boundary-Elemente-Methode in der frequenzabhängigen Akustiksimulation	5
2.2	Fast-Multipole-Methode	6
2.2.1	Halbraum-Formulierung	7
2.2.1.1	Modifizierte Fundamentallösung	9
2.2.1.2	Gespiegelte Diskretisierung	10
2.2.1.3	Parameterstudie zur Halbraum-Formulierung	10
2.2.1.4	Abbildung des Horneffektes	15
2.2.2	Adaptive Baumstruktur	17
2.2.3	Adaptive Gauss-Integration	20
2.2.4	Anpassung der Entwicklungslänge	25
2.2.5	Burton-Miller-Formulierung	25
2.2.5.1	Reifensimulation mit den Erweiterungen	26
2.2.5.2	Genauigkeit oberhalb von 1000 Hz	29
2.2.6	Parallelisierung	31
2.2.7	Krylov-Subspace-Recycling	32
3	Numerische Untersuchungen	34
3.1	PKW-Reifen Validierung	34
3.1.2	Auswertung	34
3.1.3	Ergebnisse	36
3.2	LKW-Reifen	37
3.2.1	Einfluss Integrationsordnung	37
3.2.2	Validierung	38
4	Zusammenfassung und Ausblick	40
5	Literaturverzeichnis	41

1. Wissenschaftlich-technische Ergebnisse

1.1 Zielsetzung

Das Ziel dieses Projektes war es, ein performantes Rechenmodell zur Reifen-Rollgeräuschberechnung zu entwickeln. Vor allem galt es, die physikalischen Gegebenheiten der Schallabstrahlung von Reifen korrekt darzustellen und das in möglichst kurzer Rechenzeit. Das entwickelte Rechenmodell wird so die Entwicklung neuer Reifentypen unterstützen und eine Untersuchung der physikalischen Wirkmechanismen erlauben. Die Modellierung der Akustik des Reifens kann mit Hilfe von unterschiedlichen Berechnungsverfahren erfolgen. Neben der Modellierung mit der Finite-Elemente-Methode (FEM), welche im Projekt „Leiser Straßenverkehr 2“ [1], [2], [3] angewendet wurde, besteht die Möglichkeit einer Modellierung mit der Boundary-Elemente-Methode (BEM). Hierbei wird im Gegensatz zur FEM nicht das gesamte Volumen diskretisiert, sondern nur die Oberfläche des zu untersuchenden Reifens. Dies führt zu einer Reduktion der Freiheitsgrade. Im Gegenzug wird jedoch der Aufwand zum Lösen des Gleichungssystems höher, da nun vollbesetzte Systemmatrizen, wie sie in der BEM regelhaft vorliegen, zu verarbeiten sind. Vor diesem Hintergrund wurde die Fast-Multipole-Methode (FMM) eingesetzt und damit eine schnellere Berechnung der Akustik des Reifens ermöglicht. Die Methode beinhaltet einen Algorithmus zur effizienten Berechnung eines Matrix-Vektor-Produktes [4]. Die vollbesetzten Systemmatrizen der BEM führen beim Lösen mit einem iterativen Lösungsverfahren zu einer Komplexität $O(N^2)$. In der BEM hat jeder Knoten einen Einfluss auf jeden anderen Knoten. Die FMM nutzt die Multipole-Entwicklung (Reihenentwicklung der Fundamentallösung), um die Quellen zusammenzufassen und die komprimierten Informationen danach gebündelt weiterzugeben. Die Verwendung der FMM in der BEM führt zu einer Fast-Multipole-Boundary-Elemente-Methode (FMBEM), welche nur eine quasi-lineare Komplexität anstelle einer quadratischen Komplexität besitzt.

2. Rechenmodell

2.1 Boundary-Elemente-Methode in der frequenzabhängigen Akustiksimulation

Die Ausbreitung des Schalldrucks im Frequenzbereich wird durch die Helmholtzgleichung:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0$$

beschrieben und beruht auf einer zeitharmonischen Schwingung mit der Wellenzahl k . Diese Differentialgleichung kann mit Hilfe der zweiten Greenschen Identität in eine Randintegralgleichung umgeformt werden, die nur noch von Größen auf dem Rand des zu untersuchenden Gebietes abhängt [5]:

$$c(x)p(x) = \int_{\Gamma} G(x,y) \underbrace{\frac{\partial p(y)}{\partial \mathbf{n}_y}}_q d\Gamma - \int_{\Gamma} p(y) \underbrace{\frac{\partial G(x,y)}{\partial \mathbf{n}_y}}_F d\Gamma$$

Die benötigte Fundamentallösung für den dreidimensionalen Fall der Akustik lautet:

$$G(x,y) = \frac{e^{ik|x-y|}}{4\pi|x-y|},$$

wobei x der Empfänger und y der Quellpunkt ist. Die Randintegralgleichung muss nun noch diskretisiert werden, wobei hier konstante Elemente verwendet werden, um den Randwert anzunähern. Diese Diskretisierung und eine numerische Integration über den Rand ermöglicht dann die Verwendung der Kollokationsmethode zur Erstellung eines linearen Gleichungssystems der Form:

$$Ax = b.$$

Unter Vorgabe der Randbedingungen kann das Gleichungssystem danach gelöst werden, um alle Randwerte auf der Oberfläche zu ermitteln. In einer Nachlaufberechnung kann darauf aufbauend eine Lösung im gesamten Außenraum bestimmt werden. Weitere Details finden sich in [6].

2.1.2 Schnittstellen Chalmers University

Zur Kopplung der Modelle müssen die Schnittstellen zum Teilmodell der Chalmers University definiert werden. Als Übergabevariablen dienen die Schnellen auf dem Reifen. Die Schnelleverteilung wird auf einem Oberflächennetz (siehe Abbildung 1) für die BEM-Berechnung übermittelt. Im entwickelten C++ -Programm der TUHH wurden Einleseroutinen für die übergebenden Matlab-Dateien erstellt.

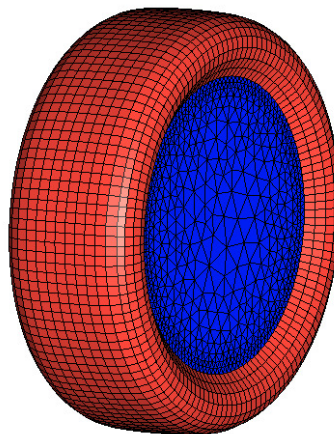


Abb. 1: Diskretisierung eines Reifens mit Quad- und Tria-Elementen der Chalmers University

2.2 Fast-Multipole-Methode

Die Fast-Multipole-Methode ist ein Verfahren zur Approximation eines Matrix-Vektor-Produktes und kann unter Verwendung von iterativen Gleichungslösern zur Beschleunigung der BEM eingesetzt werden. Die Näherung beruht auf der Multipole-Entwicklung der Fundamentallösung [7]

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \frac{ik}{(4\pi)^2} \int_{S^2} \underbrace{e^{ik(\mathbf{x}-\mathbf{z}_a)\hat{\mathbf{s}}}}_{R(\mathbf{x}, \mathbf{z}_a, \hat{\mathbf{s}})} \underbrace{\sum_{l=0}^p (2l+1) i^l h_l^{(1)}(k|\mathbf{D}|) e^{ikd\hat{\mathbf{s}}} P_l(\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{D}})}_{M_L(\mathbf{z}_b, \mathbf{z}_a, \hat{\mathbf{s}})} \underbrace{e^{ik(\mathbf{z}_b-\mathbf{y})\hat{\mathbf{s}}}}_{R(\mathbf{z}_b, \mathbf{y}, \hat{\mathbf{s}})} ds.$$

Diese Formulierung wird Diagonalfom genannt und besteht aus den Operatoren $R(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \hat{\mathbf{s}}) = e^{ik(\mathbf{a}-\mathbf{b})\hat{\mathbf{s}}}$ (M2M und L2L) und $M_L(\mathbf{z}_b, \mathbf{z}_a, \hat{\mathbf{s}})$ (M2L) mit $\mathbf{D} = \mathbf{z}_a - \mathbf{z}_b$ und der Entwicklungslänge p . Die Diskretisierung wird durch eine hierarchische Baumstruktur in mehrere Boxen auf unterschiedlichen Leveln aufgeteilt. Die größte Box (Level 0) umfasst alle Elemente und wird

dann sukzessive in je acht gleichgroße „Child-Boxen“ unterteilt. Dieser Vorgang wird solange weitergeführt bis sich eine maximale Anzahl von Elementen in jeder Box befindet. Mithilfe des M2M-Operators kann nun die Information mehrerer Quellen auf dem feinsten Level der Baumstruktur zusammengefasst und dann gebündelt an das nächst größere Level gesendet werden. Die Informationen werden anschließend durch den M2L-Operator an weiter entfernte Boxen übertragen und können anschließend mit dem L2L-Operator auf das feinste Level transferiert werden. Dieser Algorithmus ermöglicht so die Auswertung des Einflusses durch das Fernfeld in einer komprimierten Weise. Das Nahfeld muss weiterhin wie in der konventionellen BEM ausgewertet werden. In Abbildung 2 ist die Verringerung der Komplexität bildlich dargestellt. In Abbildung 3 ist der Algorithmus zur Berechnung des Fernfeldes mit Hilfe der FMM schematisch dargestellt. Es werden die Übertragungswege und verwendeten Operatoren gezeigt.

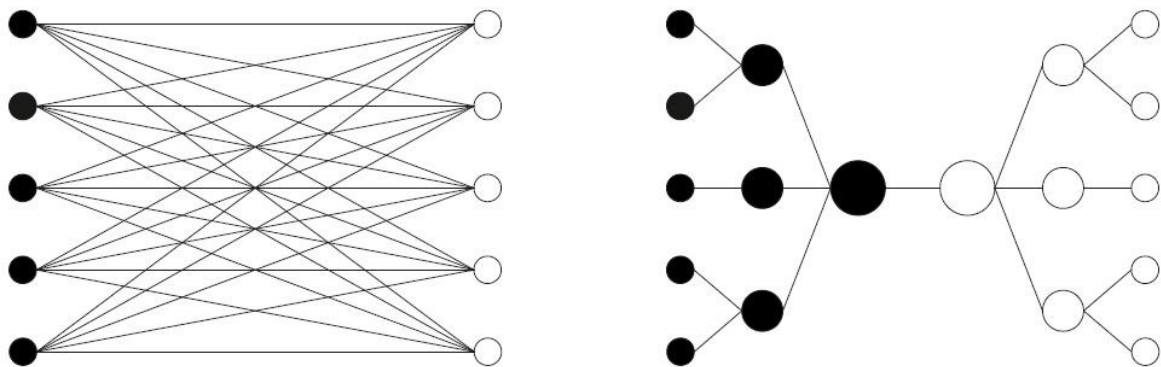


Abb. 2: Fast-Multipole-Methode nach [4]

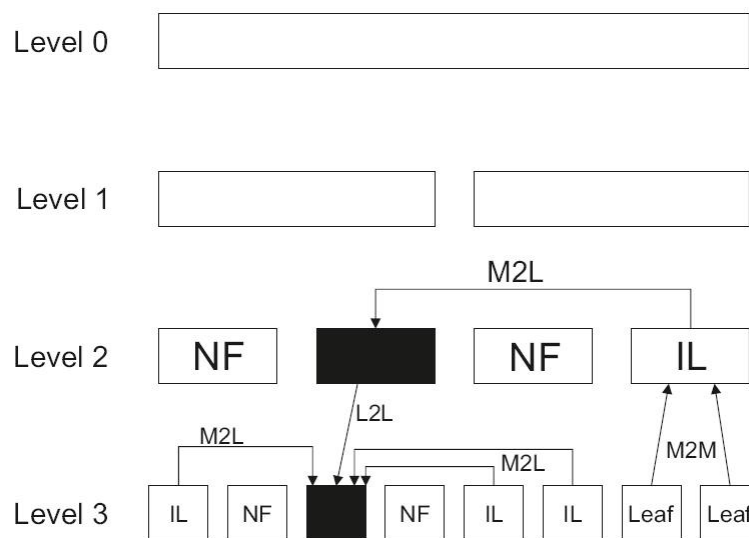


Abb. 3: Schematische Darstellung des FMM-Algorithmus

2.2.1 Halbraum-Formulierung

Die Straße besitzt einen hohen Einfluss auf die Akustik des Reifens. Im Projekt wurden daher Möglichkeiten zur Modellierung der Straße untersucht. Die verwendete Boundary-Elemente-Methode (BEM) beschreibt bei Außenraumproblemen die Schallabstrahlung in ein unendlich ausgedehntes Freifeld. Eine Diskretisierung der Straße mit Elementen, wie es bei der Finite-Elemente-Methode möglich wäre, ist daher ungeeignet. Die BEM ermöglicht die Einbindung voll

reflektierender Halbebenen. Dies kann zur Modellierung der Straße verwendet werden, wobei die Straße durch eine solche Halbebene dargestellt wird. Die Darstellung der Ebene und deren Einfluss auf das Schallfeld ist für eine Punktquelle (S-Source) und einen Empfänger (R-Receiver) in Abbildung 4 schematisch dargestellt. Die Quellen werden hierbei an der Ebene gespiegelt und beschreiben die Reflektionen an der Straße. In den folgenden Kapiteln wird zunächst die Halbraum-Formulierung beschrieben und zwei unterschiedliche Algorithmen zur Anwendung mit der Fast-Multipole-Methode (FMM) aufgezeigt, daraufhin werden die implementierten Verfahren analysiert und miteinander verglichen.

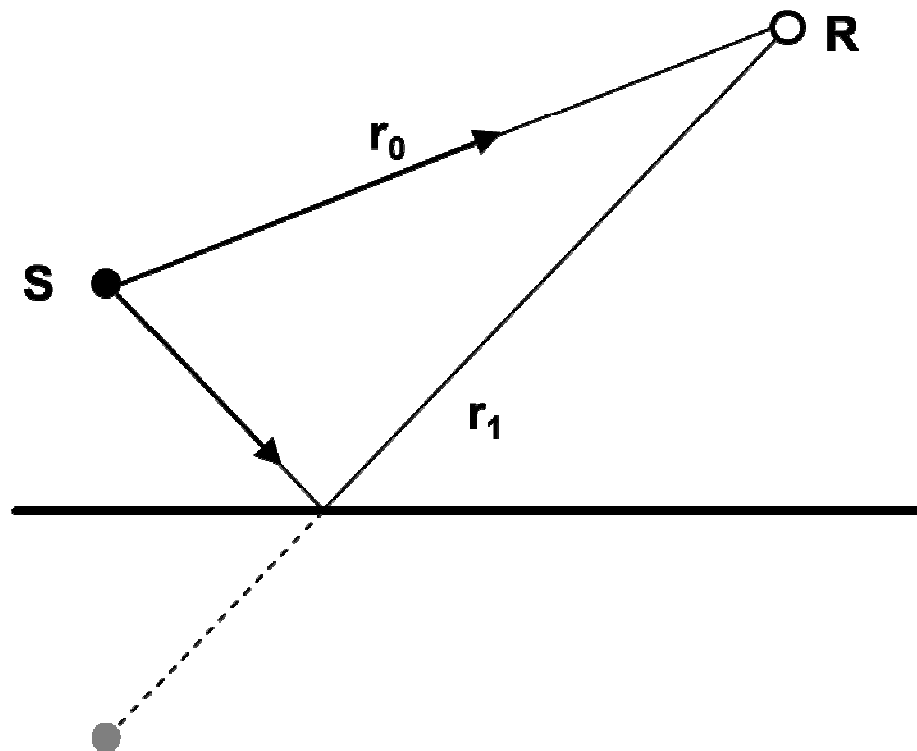


Abb. 4: Reflexion an einer Ebene

In der BEM gibt es unterschiedliche Möglichkeiten der Realisierung von unendlichen Halbebenen. Ein Problem der konventionellen BEM ist jedoch der mit zunehmender Elementanzahl quadratisch wachsende Aufwand bei Verwendung eines iterativen Gleichungslösers. Abhilfe schafft hier die Fast-Multipole-BEM (FMBEM), die das Lösen mit quasi-linearer Komplexität erlaubt. Eine Möglichkeit der Realisierung von unendlichen Halbebenen ist die Verwendung einer modifizierten Fundamentallösung zur Einbindung einer voll reflektierenden Ebene. Eine andere Variante ist die tatsächliche Spiegelung der Diskretisierung an der Ebene. Dabei entstehen Elemente im realen Bereich und im gespiegelten Bereich. Kommt zur Lösung des Halbraumproblems die FMBEM zum Einsatz, ergeben sich hieraus unterschiedliche Algorithmen für die Halbraum-Formulierung. Die notwendige hierarchische Baumstruktur umgibt dabei entweder die Elemente im realen und im gespiegelten Bereich oder, bei Verwendung der modifizierten Fundamentallösung, nur die Elemente im realen Bereich. In den folgenden Abschnitten werden die beiden Algorithmen genauer erläutert.

2.2.1.1 Modifizierte Fundamentallösung

Die Realisierung eines Halbraums mittels einer modifizierten Fundamentallösung ist von Liu [8] für die Anwendung in der BEM und FMBEM beschrieben. Die BEM beruht auf der bereits dargestellten Randintegralgleichung, wobei die Fundamentallösung für den dreidimensionalen akustischen Anwendungsfall durch:

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}$$

gegeben ist. Sie hängt von dem Abstand zwischen Quell- und Empfängerpunkt $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ ab. Für den Fall einer schallharten Ebene muss die Fundamentallösung durch einen weiteren Term ergänzt werden, der einem gespiegelten Element entspricht:

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} + \frac{e^{ik|\bar{\mathbf{x}}-\mathbf{y}|}}{4\pi|\bar{\mathbf{x}}-\mathbf{y}|} \quad .$$

Diese Ergänzung ermöglicht die Modellierung der Straße durch eine vollreflektierende Ebene. Die FMM muss dazu an die modifizierte Fundamentallösung angepasst werden. Da die Spiegelung nur in der Integrationsfunktion eingebracht wird und keine gespiegelten Elemente entstehen, muss der vorgestellte Ablauf der FMM angepasst werden. Die benötigte hierarchische Baumstruktur umfasst hierbei nur die im realen Bereich vorhandenen Elemente. Der Algorithmus ist im Artikel [8] dargestellt und kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

Upward-Pass

Im Upward-Pass werden zunächst auf dem feinsten Level der Baumstruktur die Multipole-Momente der Boxen berechnet. Diese werden im nächsten Schritt mittels der Multipole-to-Multipole (M2M) Translation zu der nächst höheren Box verschoben. Dies wird so lange wiederholt bis das Level 2 der Boxen erreicht ist. Der Algorithmus unterscheidet sich im Ablauf des Upward-Pass nicht von der Version ohne Halbraum-Formulierung.

Downward-Pass

Der Downward-Pass startet im Level 2 und es werden die Multipole-to-Local (M2L) Translationen durchgeführt. Jede Box übermittelt den Einfluss auf die Boxen in der Interaktionsliste, wie es auch ohne Halbraum-Formulierung der Fall ist. Der Unterschied in dieser Halbraum-Formulierung ist, dass die M2L-Translationen zusätzlich auf die jeweils gespiegelten Boxen im gespiegelten Bereich angewendet werden müssen. Da sich diese Boxen jedoch nur durch eine Spiegelung an der Halbebene unterscheiden, kann anstelle von Boxen im gespiegelten Bereich ein zweiter Satz der Local-Expansion berechnet werden. Dieser stellt nun die gespiegelten Boxen dar, ohne wirklich existieren zu müssen. Die Koordinaten können durch eine Spiegelung an der Halbebene bestimmt werden. Im nächsten Schritt werden die Local-to-Local (L2L) Translationen auf die beiden Local-Expansion einer Box angewendet um die Informationen auf das feinere Level zu verschieben. Die Informationen über den realen Bereich und den gespiegelten Bereich stehen nun in den jeweiligen Local-Expansion (real und gespiegelt) zur Verfügung. Diese beiden Schritte werden so lange wiederholt bis das feinste Level erreicht ist. Sobald in jeder Box auf dem feinsten Level die Local-Expansion für den realen Bereich und den gespiegelten Bereich

vorliegen, kann das Fernfeld durch die zwei Local-Expansion und das Nahfeld durch die direkte Auswertung bestimmt werden. Die direkte Auswertung findet hierbei mit der modifizierten Fundamentallösung statt. Die Auswertung der beiden Local-Expansion wird mit der gleichen Formel, wie in der FMM ohne Halbraum-Formulierung durchgeführt.

2.2.1.2 Gespiegelte Diskretisierung

Die Halbraum-Formulierung mit Hilfe einer gespiegelten Diskretisierung wird für die BEM und die FMBEM in der Dissertation von Brunner [4] dargestellt. Hierbei werden im Gegensatz zur modifizierten Fundamentallösung alle Elemente an der Halbebene gespiegelt und es entsteht so eine zweite Geometrie. Durch diese zweite Diskretisierung ist die Verwendung der ursprünglichen Fundamentallösung möglich. Die hierarchische Baumstruktur der FMM muss hierbei alle Elemente im realen und gespiegelten Bereich umfassen und ist wesentlich größer als im zuvor beschriebenen Algorithmus. Da jedoch nur die Punkte x gespiegelt werden, kann der FMM-Algorithmus verändert werden, um Rechenzeit einzusparen. Ein weiterer Unterschied zwischen den Algorithmen ist die Einteilung der Translationen zum Upward- bzw. Downward-Pass. Die M2L-Translation befindet sich in diesem Algorithmus im Upward-Pass anstatt im Downward-Pass. Diese Einteilung hat jedoch keine weitere mathematische Bedeutung, da sich die Momente aus Summen zusammensetzen und das Kommutativgesetz gilt. Dieser Algorithmus wird im folgenden Abschnitt dargestellt und erläutert:

Upward-Pass

Der Upward-Pass weist eine Veränderung zum ursprünglichen FMM-Algorithmus auf. Da sich Elemente im gespiegelten Bereich befinden, diese jedoch nur den Einfluss der Punkte x darstellen, müssen die Elemente zur Berechnung der Multipole-Momente nicht berücksichtigt werden. Auch die M2M Translationen sind nur abhängig von den Punkten y und müssen daher nur im realen Bereich berechnet werden. Es werden somit die Berechnung der Multipole-Momente und das Verschieben mittels M2M Translation nur im realen Bereich durchgeführt bis das Level 2 erreicht ist. Die M2L Translationen gehen von allen Boxen aus, die ein Multipole-Moment besitzen und sich damit im realen Bereich befinden. Die Ziel-Box der Translation ist in der Interaktionsliste, wobei sich in der Interaktionsliste Boxen aus dem gespiegelten Bereich befinden können. Hierdurch werden aus den Multipole-Momenten Local-Expansion im realen und gespiegelten Bereich berechnet.

Downward-Pass

Der Downward-Pass startet auf dem Level 2 und es wird die M2M Translation auf alle Boxen im realen und gespiegelten Bereich angewendet. Dieser Vorgang wird bis zum feinsten Level wiederholt. Es besitzen nun alle Boxen eine Local-Expansion und der Einfluss des Fernfelds kann nun bestimmt werden. Die direkte Auswertung findet mit der originalen Fundamentallösung statt, wobei im Nahfeld einer Box auch Elemente aus dem gespiegelten Bereich enthalten sein können, wenn sich die Box in der Nähe der Halbebene befindet.

2.2.1.3 Parameterstudie zur Halbraum-Formulierung

Die beiden Halbraum-Formulierungen werden innerhalb der Parameterstudie auf unterschiedliche Einflussfaktoren untersucht. Hieraus sollen Schlussfolgerungen zur effizienten Anwendung auf die Simulation der Reifenakustik erzielt werden. Die Grundlage für die Parameterstudie stellt

die Berechnung einer unterschiedlich fein diskretisierten Kugel über einer voll reflektierenden Halbebene dar. Der Abstand zur Halbebene kann hierbei variiert werden. Die Verwendung einer Monopolquelle innerhalb der Kugel ermöglicht die Ermittlung der Genauigkeit aufgrund einer analytischen Lösung. Die folgenden Ergebnisse sind zudem auf zwei Konferenzen veröffentlicht [9], [10].

Die erste Untersuchung befasst sich mit dem Einfluss der Integrationsordnung für unterschiedliche Abstände zur Halbebene. Hierbei werden der Dirichlet-Fehler, die Rechenzeit und der Speicherbedarf betrachtet. Die Kugel ist in diesem Abschnitt mit $N=21166$ Elementen diskretisiert. Die HS1 besitzt durch den Algorithmus nur die Baumstruktur im realen Bereich und ist somit kleiner. Da die Entwicklungslänge abhängig von der Größe der einzelnen Boxen der Baumstruktur ist, wird bei der HS1 eine geringe Entwicklungslänge benötigt. Diese wird so angepasst, dass die Fehler für die Vergleiche ähnliche Werte aufweisen. In Abbildung 5 ist der Dirichlet-Fehler, in Abbildung 6 die Rechenzeit und in Abbildung 7 der Speicherbedarf jeweils über der Integrationsordnung aufgetragen. Die Entwicklungslänge für den geringeren Abstand von $d = 0\text{m}$ muss bei der HS2 um 2 größer sein als bei der HS1 für einen vergleichbaren Fehler. Bei Erhöhung der Integrationsordnung ist ein kleiner werdender Fehler zu beobachten. Bei dem größeren Abstand von $d = 1\text{m}$ ist diese Verringerung des Fehlers nicht zu beobachten. Hier wird bei der HS2 eine um 4 größere Entwicklungslänge für den gleichen Fehler benötigt. Der gesamte Fehler ist in diesem Fall jedoch weitaus niedriger. Dies zeigt, dass bei einem geringen Abstand zur Halbebene größere Fehler auftreten und eine Erhöhung der Integrationsordnung sinnvoll sein kann. Die Rechenzeit zeigt für den kleineren Abstand zur Halbebene einen Vorteil für die HS2. Bei dem größerem Abstand von $d = 1\text{m}$ ist die Rechenzeit beider Halbraum-Formulierungen im gleichen Bereich, da die um 4 höhere Entwicklungslänge bei der HS2 rechenzeitaufwändiger ist. Zudem ist für beide Formulierungen und beide Abstände eine Zunahme der Rechenzeit mit ansteigender Integrationsordnung zu beobachten. Der Speicherbedarf zeigt für beide Formulierungen kaum Veränderungen in Bezug zur Integrationsordnung. Die HS1 benötigt jedoch wesentlich mehr Speicherplatz. In diesem Fall erfordern die vorgeschichteten M2L-Operatoren der HS1 mehr Speicher als die größere Baumstruktur der HS2.

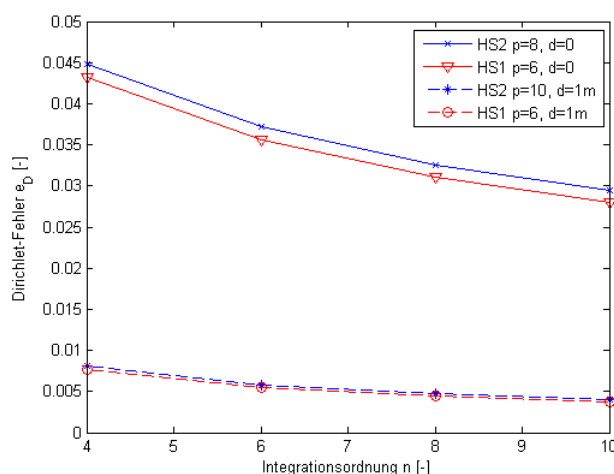


Abb. 5: Dirichlet-Fehler über der Integrationsordnung

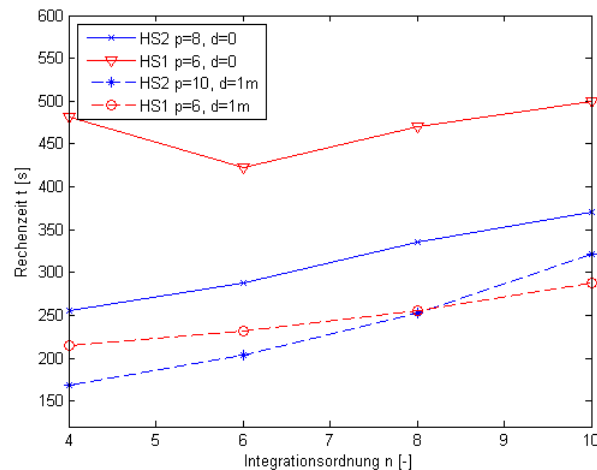


Abb. 6: Rechenzeit über der Integrationsordnung

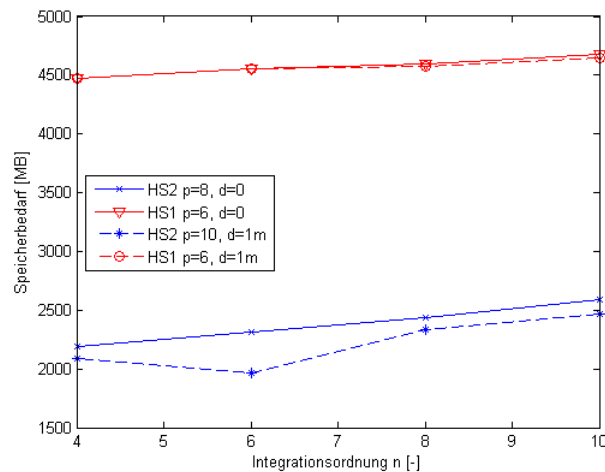


Abb. 7: Speicherbedarf über der Integrationsordnung

Im Folgenden wird der Speicherbedarf unter Einfluss des Abstandes zur Halbebene und Entwicklungslänge genauer untersucht, wobei auch hier eine Diskretisierung mit $N=21166$ Elementen verwendet wird. In Abbildung 8 ist der Speicherbedarf über der Entwicklungslänge für die Abstände $d = 0\text{m}$ und $d = 5\text{m}$ aufgetragen. Hierbei zeigt die HS1 eine große Sensitivität gegenüber der Entwicklungslänge und keinen Einfluss durch den Abstand. Die HS2 zeigt bei dieser Untersuchung ein gegenteiliges Verhalten. Es ist kein Einfluss der Entwicklungslänge zu erkennen, jedoch ein großer Unterschied bei den unterschiedlichen Abständen. Dies lässt sich durch die unterschiedlichen Ansätze der Algorithmen erklären. Die Baumstruktur der HS2 ist sowohl im realen als auch im gespiegelten Bereich und wächst demnach mit zunehmendem Abstand stark an. Die HS1 zeigt diesen Einfluss nicht, da sich die Baumstruktur immer nur im realen Gebiet befindet und nicht vom Abstand zur Halbebene abhängt. Im Fall der HS1 müssen jedoch mehr M2L-Operatoren vorgespeichert werden und der Speicherbedarf eines Operators ist abhängig von der Entwicklungslänge.

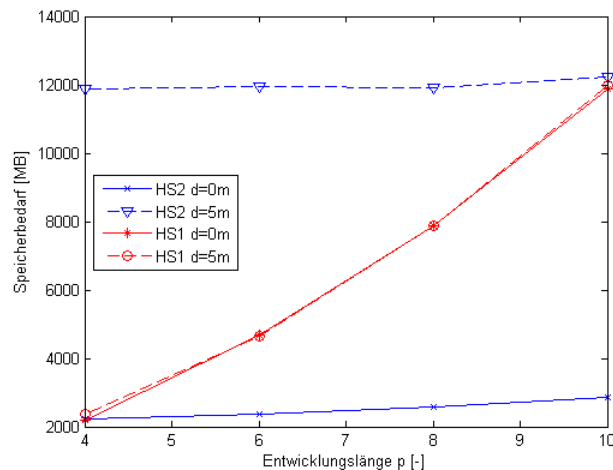


Abb. 8: Speicherbedarf über der Entwicklungslänge

Die letzte Untersuchung der Parameterstudie befasst sich mit dem Einfluss der Anzahl der Elemente für einen Abstand $d = 0\text{m}$. Hier zeigt sich die Effizienz der FMM für Probleme mit einer großen Anzahl von Freiheitsgraden. Als Referenz dieser Untersuchung werden zwei unterschiedliche Berechnungen mit der normalen FMBEM ohne Halbraum-Formulierung herangezogen. Eine Berechnung wird hierbei mit zwei diskretisierten Kugeln durchgeführt, wobei sich eine oberhalb der Halbebene und die andere darunter befindet. Dies stellt das gleiche Schallfeld dar wie eine Halbraum-Formulierung und wird mit „FMBEM FullspaceMirrored“ bezeichnet. Dieser Fall besitzt die gleiche Baumstruktur wie im Fall der gespiegelten Diskretisierung HS2. Die andere Referenzberechnung besitzt eine Kugel, welche sich nur im realen Bereich befindet. Hierbei werden keine Reflexionen abgebildet, sondern eine Abstrahlung in ein Freifeld dargestellt. Dieses Beispiel hat die gleiche Baumstruktur wie im Fall HS1 und ist mit „FMBEM FullspaceOne“ benannt. In den Diagrammen Abbildung 9, Abbildung 10 und Abbildung 11 sind der Dirichlet-Fehler, die Rechenzeit und der Speicherbedarf jeweils über der Anzahl der Elemente aufgetragen. Der Fehler zeigt dabei zwei unterschiedliche Bereiche, zum einen den Bereich von Berechnungen, die Reflexionen einer Halbebene darstellen, und zum anderen den Bereich der Abstrahlung ins Freifeld. Der Bereich der Halbraum-Formulierungen liegt deutlich über dem anderen, da dieses akustische Problem eine höhere numerische Schwierigkeit darstellt. Die HS1 benötigt jedoch nur eine Entwicklungslänge von $p = 4$ im Gegensatz zu $p = 6$ bei den Berechnungen mit der größeren Baumstruktur. Bei der Rechenzeit zeigt sich der effiziente Einsatz der FMM mit dem quasi-linearen Anstieg der Rechenzeit in Bezug auf die Anzahl der Elemente. Bei der klassischen BEM wäre hier ein quadratischer Anstieg zu beobachten. Die Berechnung „FMBEM FullspaceMirrored“ mit den zwei diskretisierten Kugeln zeigt die höchste Rechenzeit. Die HS1 benötigt etwas weniger Rechenzeit, jedoch wesentlich mehr als die HS2. Diese Zeit ist um ca. 40% geringer als bei der Vollraum-Berechnung mit zwei Kugeln. Am wenigsten Rechenzeit benötigt die Berechnung „FMBEM FullspaceOne“ mit einer Kugel, wobei durch das einfachere akustische Problem nur ca. 11 Iterationen im Gegensatz zu 30 bis 40 Iterationen bei den anderen Berechnungen benötigt werden. Bezieht man die Rechenzeit auf die Anzahl der Iterationen, so benötigt die HS2 nur ein wenig mehr Rechenzeit pro Iteration als die normale FMBEM. Der Speicherbedarf zeigt bei der HS2 ähnlich hohe Werte, wie die Formulierung mit zwei diskretisierten Kugeln bei der FMBEM ohne Halbraum. Der Grund hierfür ist die gleiche Baumstruktur sowie die gleiche Anzahl von M2L-Operatoren. Bei dieser Formulierung müssen keine zusätzlichen Operatoren bei Verwendung eines Halbraums abgespeichert werden. Trotz der gleich großen Baumstruktur zeigen die HS1 und die „FMBEM FullspaceOne“ dieses

Verhalten nicht. Die HS1 benötigt mehr Speicherplatz, welches auf die zusätzlich gespeicherten Operatoren zurückzuführen ist. Der gesamte Speicherbedarf ist jedoch geringer als bei der HS2.

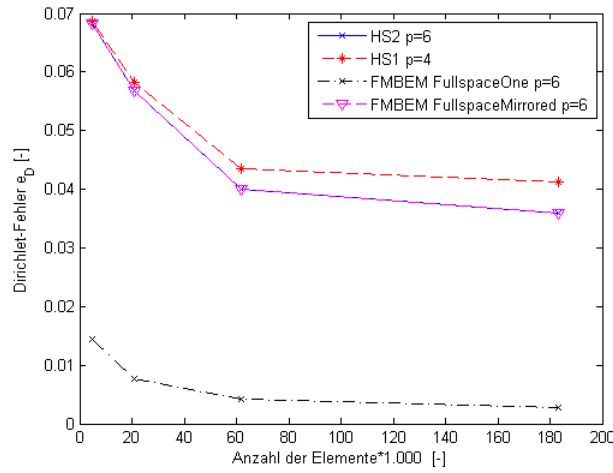


Abb. 9: Dirichlet-Fehler in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente

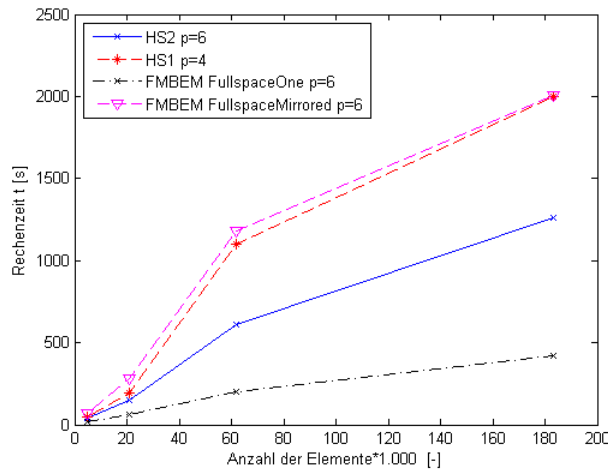


Abb. 10: Rechenzeit in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente

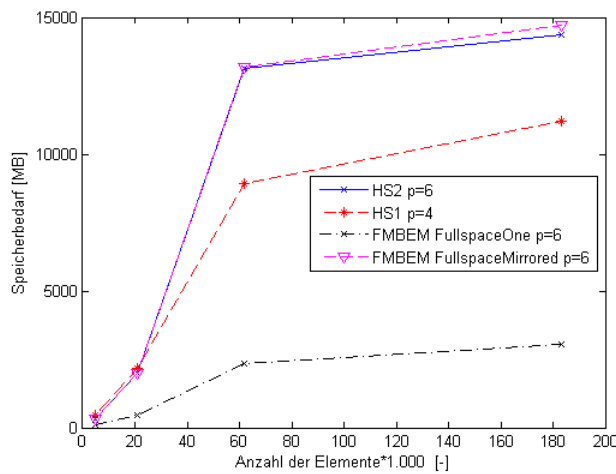


Abb. 11: Speicherbedarf in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente

Die Parameterstudie zeigt die korrekte Implementierung der Halbraum-Formulierungen und deren Vor- und Nachteile. Die beiden Halbraum-Formulierungen zeigen unterschiedliche Einflüsse der Parameter. Dieses Wissen ist sehr wichtig zur korrekten Wahl der Halbraum-Formulierung beim Einsatz zur Berechnung von Reifen-Fahrbahn-Geräuschen. Die Untersuchungen zeigen, dass bei einem kleinen Abstand zur Halbebene die HS2 durchgängig eine geringere Rechenzeit aufweist, jedoch wird eine höhere Entwicklungslänge benötigt. Eine Schwierigkeit ist der größere Fehler bei geringem Abstand zur Halbebene aufgrund der numerischen Schwierigkeit dieser akustischen Probleme. Der Reifen liegt auf der Straße auf und somit ist dieses Rechenbeispiel sehr wichtig für das weitere Vorgehen. Die Verwendung der HS2 zur Reifenberechnung macht aus diesen Gründen Sinn. Eine Möglichkeit der weiteren Verbesserung liegt in der Erhöhung der Integrationsordnung, welches jedoch wiederum eine erhöhte Rechenzeit zur Folge hat. Eine Option ist eine adaptive Integrationsordnung, welche im Bereich der Halbebene größer ist und mit zunehmendem Abstand geringer ausfallen könnte. Eine weitere Verbesserung ist zudem eine adaptive Entwicklungslänge, da die einzelnen Level der Baumstruktur unterschiedliche minimale Entwicklungslängen aufgrund der unterschiedlich großen Boxen benötigen. Dies wäre eine Option zur Vermeidung des Einflusses der Entwicklungslänge auf die Genauigkeit, sowie eine Reduzierung des Speicherbedarfs. Eine adaptive Baumstruktur ist eine weitere Möglichkeit zur Verringerung des Speicherbedarfs. Dies sind sinnvolle Erweiterungen, die in folgenden Kapiteln vorgestellt werden.

2.2.1.4 Abbildung des Horneffektes

In diesem Abschnitt wird zur Validierung des Modells mit Halbraum-Formulierung der Horneffekt abgebildet. Der Horneffekt ist ein sehr wichtiger Faktor zur korrekten Abbildung von Reifen-Fahrbahn-Geräuschen. Durch die Aufstandsfläche des Reifens und der Straße entsteht eine hornartige Geometrie, die das Reifen-Geräusch in eine Richtung verstärkt. Zur Abbildung wird eine Monopolquelle in den Reifenauslauf platziert und im Abstand von 1m der Schalldruck berechnet. Als Referenz dient hierbei der Schalldruck ohne Reifen. Mit Hilfe der Formel

$$\Delta L_H = 20 \log_{10} \left| \frac{P_{\text{mit Reifen}}(\vec{x}_{fp})}{P_{\text{ohne Reifen}}(\vec{x}_{fp})} \right|$$

kann die Verstärkung für verschiedene Frequenzen berechnet werden. Für dieses Beispiel sind sowohl Messdaten vorhanden, als auch Berechnungen mit einer klassischen BEM durchgeführt [11]. Die Ergebnisse und der Aufbau des Modells dieser Arbeit sind in Abbildung 12 dargestellt.

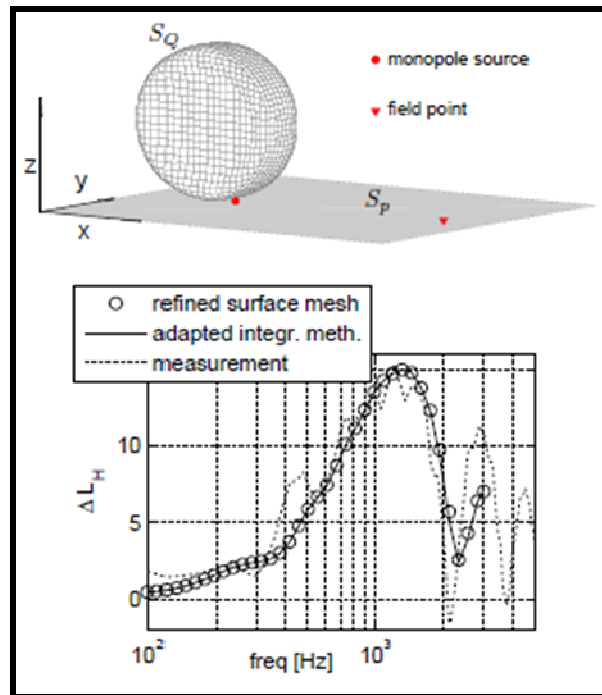


Abb. 12: Modell Horneffekt und Ergebnisse

[Quelle: Application of the Boundary Element Method to combustion noise and half-space problems, Brick 2009]

Die Berechnungen mit der FMBEM werden mit der HS2 durchgeführt. Die Parameterstudie zeigt, dass dieser Algorithmus Vorteile für einen geringen Abstand zur Halbebene zeigt. Abbildung 13 zeigt die berechneten Verstärkungen im Bereich von 100 Hz bis 1000 Hz. Die Ergebnisse bis zu 1000 Hz zeigen sehr gute Übereinstimmungen mit den Mess- beziehungsweise Berechnungsdaten aus der oben genannten Arbeit. Dies ist ein sehr gutes Indiz für die korrekte Umsetzung der Halbraum-Formulierung mit Hilfe der FMM. Oberhalb von 1000 Hz ergaben sich größere Abweichungen, welche auf den kritischen Frequenzen beruhen und in einem folgenden Kapitel behoben werden.

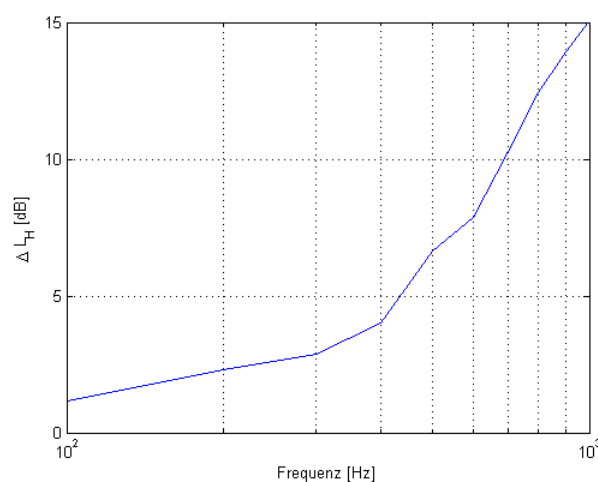


Abb. 13: Verstärkung durch Horneffekt in Abhängigkeit der Frequenz

2.2.2 Adaptive Baumstruktur

Die Fast-Multipole-Methode benötigt zur Unterteilung des Berechnungsgebietes eine hierarchische Baumstruktur. Es wird zunächst eine Box erstellt, die alle Elemente der Diskretisierung beinhaltet. Zur weiteren Unterteilung wird nun in Abhängigkeit der maximalen Anzahl von Elementen in einer Box die Baumstruktur in weitere Level unterteilt. Bei der nicht adaptiven Baumstruktur, wie sie in Abbildung 14 zu sehen ist, werden alle Boxen eines Levels unterteilt, sobald in einer Box die maximale Anzahl von Elementen überschritten wird. Durch diese Unterteilungsvorschrift kann es passieren, dass Boxen entstehen in denen keine Elemente vorhanden sind. Die Boxen auf dem feinsten Level werden Leaf-Boxen genannt und befinden sich alle auf dem gleichen Level, wodurch der FMM-Algorithmus eine einfache Umsetzung besitzt. Die zuvor beschriebenen Nahfeld- und Interaktionslisten sind unkomplizierter zu bestimmen. Eine adaptive Baumstruktur verwendet eine andere Unterteilungsvorschrift. Es werden nur noch die Boxen unterteilt, in denen sich zu viele Elemente befinden. Die so entstehende hierarchische Baumstruktur (siehe Abbildung 15) enthält nun Leaf-Boxen auf unterschiedlichen Leveln. Die Definition der Nahfeldliste kann nun auch Boxen auf unterschiedlichen Leveln beinhalten, da sich angrenzende Leaf Boxen nicht notwendigerweise auf dem gleichen Level befinden. Die Interaktionsliste enthält weiterhin nur Boxen des gleichen Level, wodurch diese einen geringere Größe besitzen kann. Hierdurch kann es passieren, dass weniger FMM-Operationen im Fernfeld (Interaktionsliste) und mehr Auswertungen im Nahfeld durchgeführt werden.

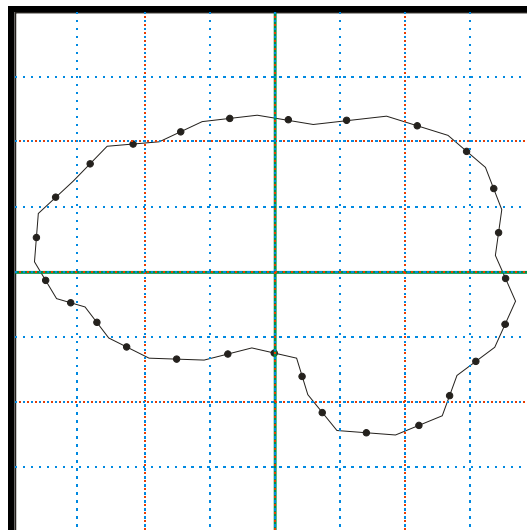


Abb. 14: Nicht adaptive Baumstruktur

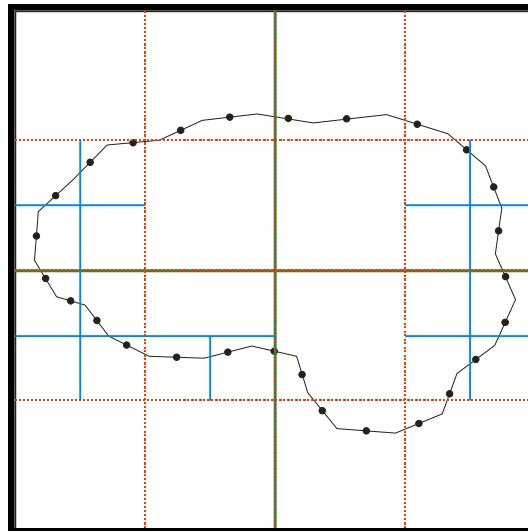


Abb. 15: Adaptive Baumstruktur

Zur numerischen Untersuchung der entwickelten adaptiven Baumstruktur werden Berechnungen mit einer unterschiedlich fein diskretisierten Kugel oberhalb einer schallharten Ebene durchgeführt. Es werden hierbei die Genauigkeit, die Rechenzeit und der Speicherbedarf untersucht. Als Halbraum-Formulierung wird die als optimale Version identifizierte HS2-Formulierung verwendet. Die Verwendung einer Monopolquelle innerhalb der Kugel ermöglicht die analytische Bestimmung des akustischen Feldes und den Vergleich zur numerischen Berechnung mit der Fast-Multipole-Boundary-Elemente-Methode (FMBEM). In Abbildung 16 ist diese Abweichung als Dirichlet-Fehler über der Anzahl der Elemente aufgetragen. Hierbei zeigt sich die korrekte Implementierung der Erweiterung, da die Genauigkeit keine Unterschiede zwischen nicht-adaptiver und adaptiver Baumstruktur aufweist. Auch bei der Rechenzeit in Abbildung 17 zeigen sich kaum Unterschiede zwischen den beiden Formulierungen. Erst ab einer höheren Anzahl von Elementen wird ein kleiner Unterschied sichtbar. Dieses Ergebnis sieht zunächst nicht optimal aus, da durch die adaptive Baumstruktur weniger Operationen notwendig sein müssten. In der vorherigen Version des Programmcodes wurden jedoch schon einige semi-adaptive Ansätze verwendet. Die nicht adaptive Baumstruktur enthält dabei zwar auch Boxen ohne Elemente, diese werden aber nicht zur Berechnung verwendet. Diese Selektion ist gerechtfertigt, da Boxen ohne Elemente keinen Einfluss auf andere Boxen haben können. Der große Vorteil der Änderung wird in der letzten Untersuchung deutlich. Hierbei ist der Speicherbedarf in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente in Abbildung 18 dargestellt. Die adaptive Baumstruktur enthält wesentlich weniger Boxen als die nicht-adaptive Baumstruktur und benötigt daher weniger Speicherbedarf. Dies wird sehr deutlich bei einer hohen Anzahl von Elementen, da die Elemente nicht gleichmäßig im Raum verteilt sind und so viele leere Boxen entstehen können. Die Verwendung einer adaptiven Baumstruktur ermöglicht somit die effiziente Lösung von akustischen Fragestellungen durch eine erhebliche Verringerung des Speicherbedarfs.

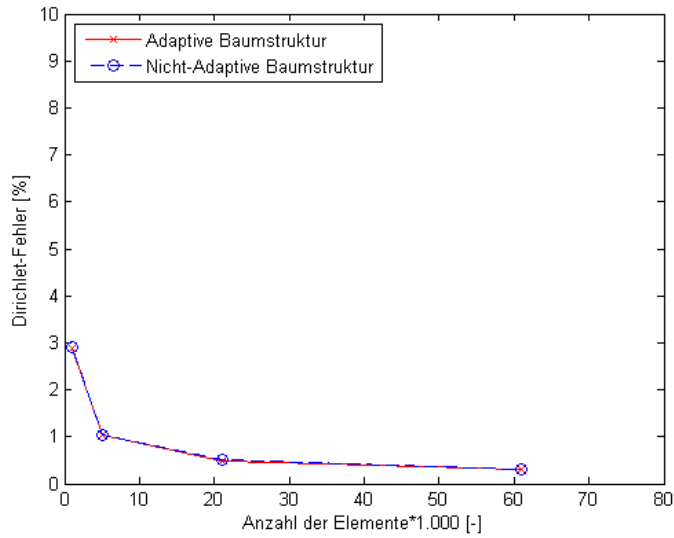


Abb. 16: Dirichlet-Fehler, Adaptive Baumstruktur

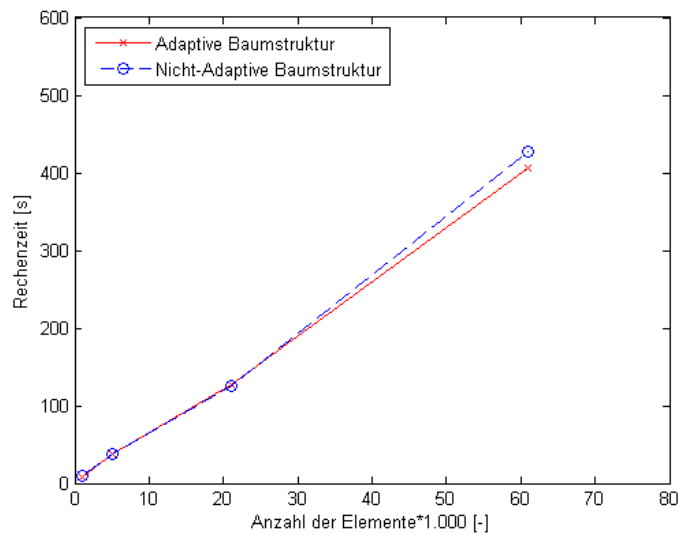


Abb. 17: Rechenzeit, Adaptive Baumstruktur

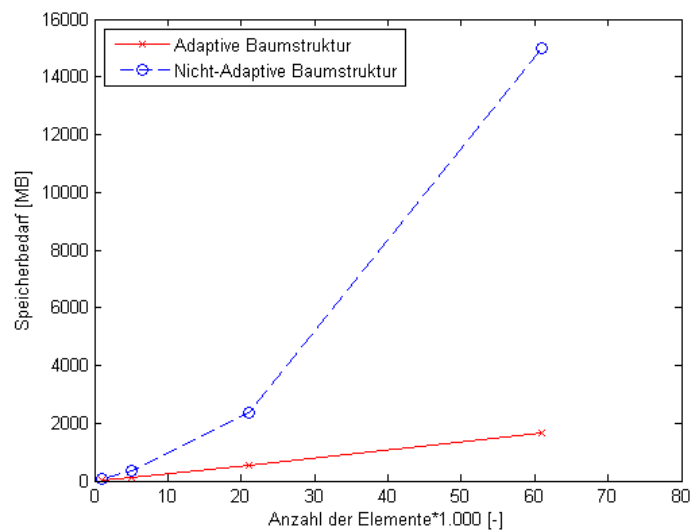


Abb. 18: Speicherbedarf, Adaptive Baumstruktur

2.2.3 Adaptive Gauss-Integration

Die numerische Integration in der Boundary-Elemente-Methode wird für die Lösung des Randintegrals benötigt. Hierbei muss die Fundamentallösung über ein Oberflächen-Element integriert werden. In der FMBEM wird ebenfalls eine direkte Auswertung für das Nahfeld benötigt. Das Integral hängt vom Abstand des Empfänger- und Quellpunktes ab und weist unterschiedliche Singularitäten der Formen $1/r$ beziehungsweise $1/r^3$ auf. Für eine sehr kurze Distanz muss daher eine genaue numerische Integration durchgeführt werden. Im Gegensatz dazu wird für einen größeren Abstand keine hohe Integrationsordnung benötigt. Dieser Umstand kann in der entwickelten Methode verwendet werden, um die Rechenzeit zu verkürzen. Bei der Simulation von Reifen-Fahrbahn-Geräuschen treten an zwei unterschiedlichen Stellen geringe Abstände von Elementen auf. Neben dem Abstand zweier Elemente im realen Bereich tritt eine geringe Distanz zwischen Elementen nahe der Halbebene auf. Hierbei ist die verwendete Integrationsordnung wichtig zur genauen Abbildung des Integrals. Bei der verwendeten adaptiven Gauss-Integration werden zwei Parameter eingeführt, die dieses Verhalten berücksichtigen. Zum einen handelt es sich um den Abstand Element-Element „ee“ und zum anderen um den Abstand der Elemente zur Halbebene „hs“. Hierdurch kann eine höhere Integrationsordnung für Elemente in der Nähe der Halbebene verwendet werden, obwohl diese den Schwellenwert „ee“ nicht unterschreiten. Für die weiter entfernten Elemente wird eine niedrige Integrationsordnung „AdapGaussOrder“ verwendet. Der Einfluss dieser Parameter wird im Folgenden untersucht. Hierfür wird eine Reifendiskretisierung mit ca. 7300 Elementen oberhalb einer schallharten Ebene verwendet. Dies entspricht der späteren Modellierung mit den Oberflächenschnellen des Strukturmodells. In dieser grundlegenden Untersuchung wird jedoch zunächst auf die Verwendung der berechneten Schnellen verzichtet und eine Auswertung mit Hilfe eines analytischen Feldes einer Monopolquelle durchgeführt. In den Diagrammen aus Abbildung 19 bis Abbildung 26 sind der Dirichlet-Fehler und die Rechenzeit für Frequenzen von 100 Hz bis 1500 Hz dargestellt. Es werden Berechnungen mit einer feineren Integrationsordnung von $g = 6$ beziehungsweise $g=14$ und jeweils einer größeren Integrationsordnung von AdapGaussOrder = 1 durchgeführt. Dabei werden die Parameter ee und hs im Bereich von 0,02 m bis 0,08 m variiert und mit einer Berechnung ohne adaptive Gauss-Integration verglichen („full“). Ein Element hat hierbei eine ungefähre Länge von 0,01 m.

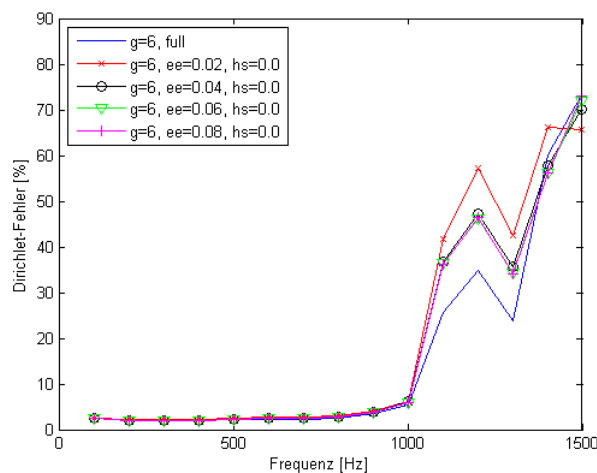


Abb. 19: Dirichlet-Fehler, $g = 6$, Abstand ee

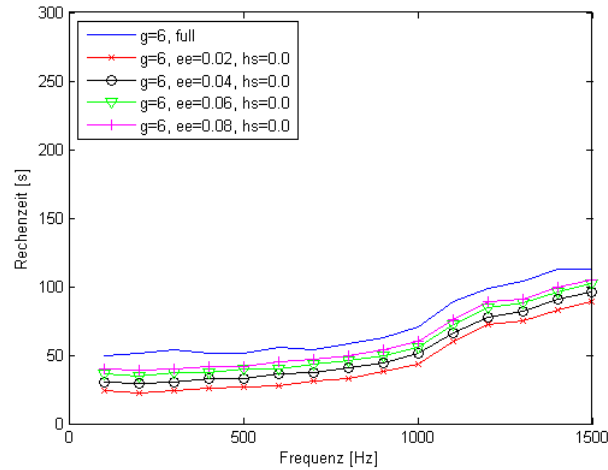


Abb. 20: Rechenzeit, $g = 6$, Abstand ee

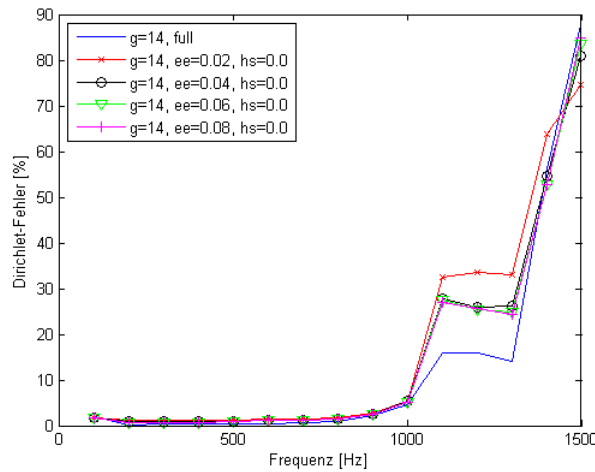


Abb. 21: Dirichlet-Fehler, $g = 14$, Abstand ee

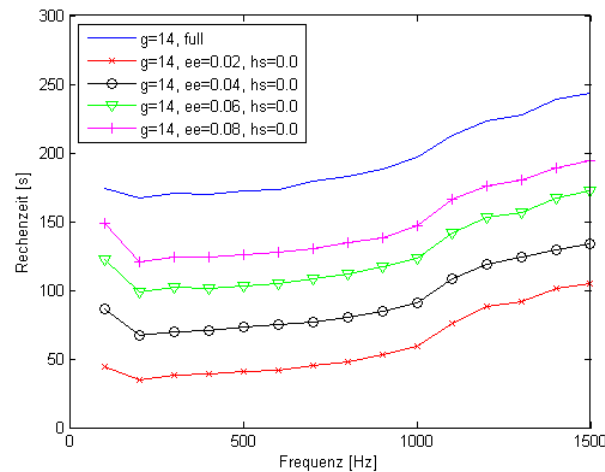


Abb. 22: Rechenzeit, $g = 14$, Abstand ee

Die Diagramme aus Abbildung 19 bis Abbildung 22 zeigen die Untersuchung für die Variation des Parameters ee für die zwei unterschiedlichen Integrationsordnungen. Bis zu einer Frequenz von 1000 Hz liegt der Fehler aller Berechnungen in einem einstelligen Prozentbereich und zeigen somit sehr gute Resultate. Hier ist die Integrationsordnung ausreichend auch für geringe Werte von ee . Ab 1000 Hz zeigen sich andere Resultate. Hier ist die Variante $full$ wesentlich genauer

bis 1300 Hz. Bei $g = 6$ liegt der Fehler jedoch schon relativ hoch bei ca. 30% und für $g = 14$ bei ca. 15%. Ab 1400 Hz steigt der Fehler in einen nicht mehr akzeptablen Bereich. Hier müsste entweder die Integrationsordnung weiter erhöht oder eine feinere Diskretisierung verwendet werden. Die Rechenzeiten zeigen das zu erwartende Ergebnis, dass mit zunehmendem Abstand ee die Rechenzeit ansteigt und die Variante full jeweils die größte Rechenzeit besitzt. Zudem benötigt die höhere Integrationsordnung von $g = 14$ in der full Variante im Gegensatz zur Integrationsordnung $g = 6$ eine ca. dreifache Rechenzeit. Der Unterschied von $ee = 0,02$ m zur full Variante zeigt eine Halbierung der Rechenzeit bei $g=6$ beziehungsweise nur ein Drittel der Rechenzeit bei $g = 14$. Je höher also die verwendete Integrationsordnung ist, desto mehr Rechenzeit kann durch die Verwendung des Parameters ee erreicht werden. Um ein optimales Verhältnis von Genauigkeit zu Rechenzeit zu erhalten muss die Integrationsordnung entsprechend der Frequenz angepasst werden. Ein Wert des Parameters $ee = 0,02$ m im Frequenzbereich unterhalb von 1000 Hz erweist sich als gut geeignet. Die Genauigkeit bei einem größeren Wert von ee kann nicht deutlich gesteigert werden, aber die Rechenzeit nimmt zu. Auf den Bereich oberhalb von 1000 Hz trifft diese Aussage jedoch nicht mehr zu. Hier müssen weitere Untersuchungen durchgeführt werden, um ein besseres Ergebnis zu erhalten.

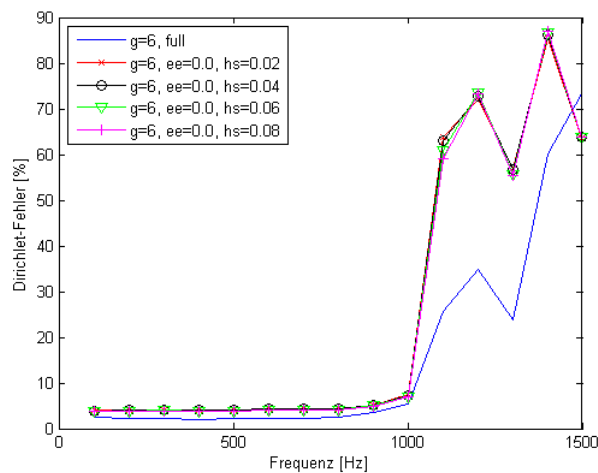


Abb. 23: Dirichlet-Fehler, $g = 6$, Abstand hs

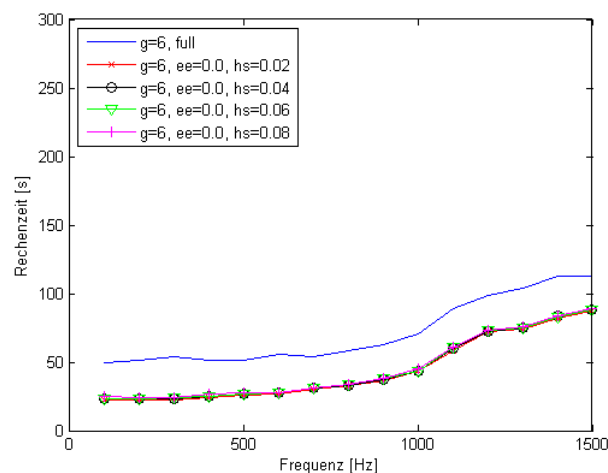


Abb. 24: Rechenzeit, $g = 6$, Abstand hs

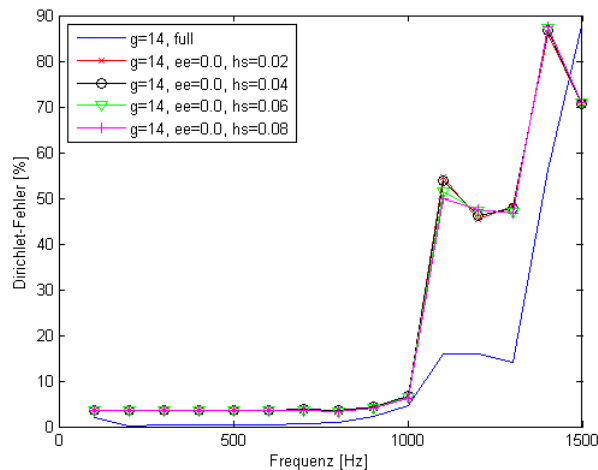


Abb. 25: Dirichlet-Fehler, $g = 14$, Abstand h_s

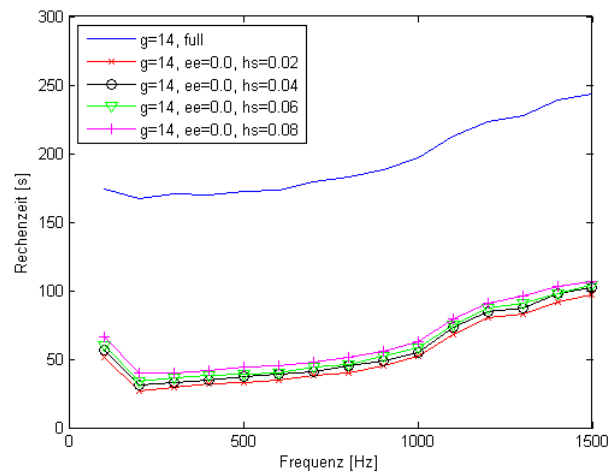


Abb. 26: Rechenzeit, $g = 14$, Abstand h_s

In den Diagrammen aus Abbildung 22 bis Abbildung 26 ist die Variation des Parameters h_s dargestellt. Hier zeigt sich ein qualitativ ähnliches Verhalten wie bei der Variation von ee . Jedoch sind die Genauigkeiten selbst im Frequenzbereich bis 1000 Hz nicht so gut wie in der vorherigen Untersuchung. Dies bedeutet dass auch Elemente die relativ nah aneinander liegen, aber sich nicht in der Nähe der Halbebene befinden mit einer erhöhten Integrationsordnung behandelt werden sollten. Die Rechenzeiten zeigen für beide Integrationsordnungen ein weniger starkes Ansteigen der Rechenzeit mit erhöhtem Parameter h_s . Dies lässt sich durch die unterschiedlichen Kriterien erklären. Der Parameter ee steuert den Bereich der genaueren Integration bei der gesamten zweidimensionalen Diskretisierung. Dies führt zu einer größeren Erhöhung der Rechenzeit im Gegensatz zur Verwendung des Parameters h_s . Der Parameter h_s alleine kann somit nicht die gewünschte Genauigkeit liefern. Die Kombination von beiden kann jedoch eine gute Verbesserung liefern, sobald weitere, genauere Integrationen in der Nähe der Halbebene sinnvoller sind als im gesamten Bereich. Die Genauigkeit kann gesteigert werden ohne die stärkere Erhöhung der Rechenzeit durch die Einstellung des Parameters ee .

Die bisherigen Untersuchungen zeigen ein nicht zufriedenstellendes Ergebnis im Bereich von 1000 Hz bis 1500 Hz. Je höher die Frequenz ist, desto mehr numerische Schwierigkeiten können bei der Simulation auftreten. In diesem Abschnitt wird daher dieser Bereich genauer untersucht. Die vorherigen Untersuchungen zeigen, dass eine höhere Integrationsordnung zu deutlich besse-

ren Ergebnissen führt, jedoch auch die Rechenzeiten dementsprechend stark ansteigen. Es werden daher Berechnungen mit unterschiedlicher Integrationsordnung durchgeführt, wobei der im vorherigen Abschnitt untersuchte Parameter $ee = 0,02$ m verwendet wird. Dieser besitzt ein gutes Verhältnis von Rechenzeit zu Genauigkeit. Zur weiteren Verbesserung der Genauigkeit wird für die Berechnungen der Parameter $AdapGaussOrder = 2$ gesetzt. Diese Kombination bietet ähnlich gute Ergebnisse wie die zuvor verwendete Variante full-Variante. Als Vergleichsberechnung dienen die jeweiligen full-Varianten der vorherigen Untersuchung. In Abbildung 27 und Abbildung 28 sind der Fehler und die Rechenzeit für verschiedene Integrationsordnungen dargestellt.

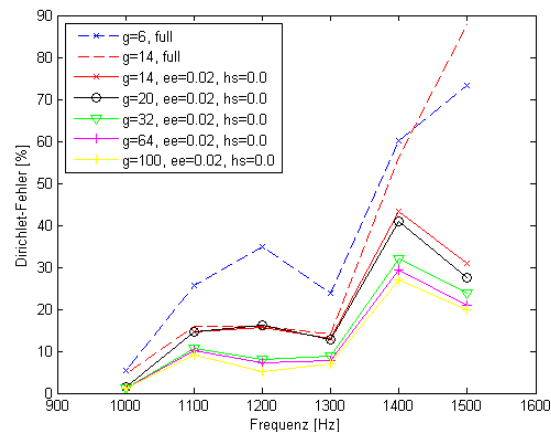


Abb. 27: Dirichlet-Fehler, ab 1000 Hz

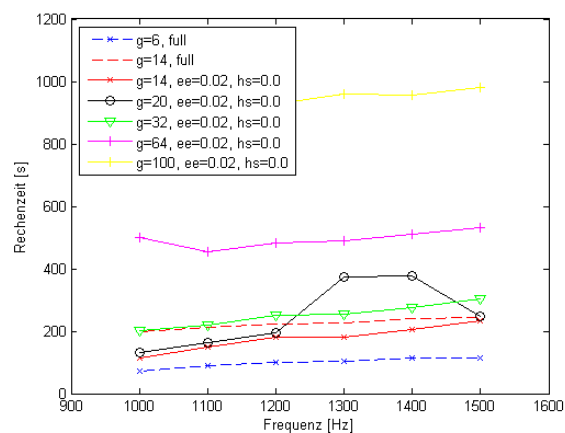


Abb. 28: Rechenzeit, ab 1000 Hz

Die Genauigkeit kann hierbei durch eine Erhöhung der Integrationsordnung gesteigert werden und nimmt Werte von unter 10% an. Der Einfluss des Parameters $AdapGaussOrder = 2$ wird im Vergleich von den Berechnungen mit $g = 14$ deutlich. Die full-Variante mit $AdapGaussOrder = 1$ zeigt ab 1400 Hz einen deutlich höheren Fehler als die Variante mit $ee = 0,02$ m und $AdapGaussOrder = 2$. Der Frequenzbereich von sinnvollen Ergebnissen kann somit erhöht werden. Werden die Berechnungen mit $ee = 0,02$ m miteinander verglichen, so wird deutlich dass eine Steigerung von $g = 20$ auf $g = 32$ noch eine Verbesserung von ca. 5% bewirkt, jedoch eine weitere Erhöhung keine signifikanten Unterschiede aufweist. Im zweiten Graphen zeigt sich das gleiche Verhalten wie in der vorherigen Untersuchung, dass mit zunehmender Integrationsordnung auch die Rechenzeit ansteigt. Die Variante mit $g = 32$ erweist sich hierbei als empfehlenswert. Die Rechenzeit beträgt weniger als die Hälfte in Bezug zu $g = 64$ und ca. ein Viertel der

Rechenzeit von $g = 100$, obwohl die Genauigkeit in einem ähnlichen Bereich liegt. Diese Untersuchung zeigt, dass eine Erhöhung der Integrationsordnung eine sinnvolle Möglichkeit zur Verbesserung der Genauigkeit ist. Die Fehler liegen im höheren Frequenzbereich jedoch weiterhin hoch. Eine Verbesserung könnte die Verfeinerung der Diskretisierung sein, wodurch eine bessere Auflösung der Lösung ermöglicht wird, oder der in einem nachfolgenden Kapitel vorgestellte Ansatz der Burton-Miller-Formulierung.

2.2.4 Anpassung der Entwicklungslänge

Die Anpassung der Entwicklungslänge ist ein sehr wichtiger Punkt bei der Verwendung der Fast-Multipole-Methode. Die Entwicklungslänge bestimmt sowohl die Anzahl der Reihenglieder in der Multipole-Entwicklung als auch die Anzahl der Richtungen auf der Einheitskugel, welche die Ordnung der numerischen Integration der Nah- und Fernfeldrepräsentanten bestimmt. Diese beiden Einflussgrößen können jedoch getrennt voneinander betrachtet werden. Eine numerische Instabilität kann bei der Auswertung des M2L-Operators entstehen, wenn die Entwicklungslänge zu groß gewählt wird. Dies beruht auf der Auswertung der sphärischen Hankelfunktion. Die minimale Entwicklungslänge kann mit Hilfe einer semi-empirischen Formel abgeschätzt werden:

$$p(kD) = kD + C \ln(kD + \pi),$$

welche von der Wellenzahl als auch der Größe einer Box abhängt. Für eine Box mit einer größeren Abmessung wird demnach auch eine höhere Entwicklungslänge benötigt. Im Umkehrschluss kann jedoch für kleinere Boxen auf feineren Level eine geringere Entwicklungslänge verwendet werden. Hierfür ist eine adaptive Entwicklungslänge notwendig, die bei steigender Boxengröße eine Interpolation und bei sinkender Boxengröße eine Filterung durchführt.

In einem ersten Ansatz zur Anpassung der Entwicklungslänge wird diese komplett adaptive Entwicklungslänge noch nicht verwendet, sondern die Anzahl der Richtungen auf der Einheitskugel (numerische Integration) anhand der größten Box und der jeweiligen Frequenz gewählt. Die Auswertung des M2L-Operators wird an die jeweilige Größe einer Box auf den unterschiedlichen Level angepasst. So kann eine gute Genauigkeit des Fast-Multipole-Algorithmus erreicht werden.

2.2.5 Burton-Miller-Formulierung

Ein Problem der BEM bei Außenraumproblemen sind die kritischen Frequenzen. Bei Verwendung der konventionellen Randintegralgleichung (CBIE) entstehen für Außenraumprobleme nicht eindeutige Lösungen bei den Eigenfrequenzen des Innenraumproblems. Diese Probleme werden durch die mathematische Formulierung der Randintegralgleichung hervorgerufen. Die Burton-Miller-Formulierung umgeht dieses Problem durch eine Linearkombination der konventionellen (CBIE) und der hypersingulären (HBIE) Randintegralgleichung. Beide Randintegralgleichungen beschreiben das akustische Feld, weisen jedoch unterschiedliche kritische Frequenzen auf. Da die gleiche Problemstellung beschrieben wird, besitzen auch beide Formulierungen eine gemeinsame Lösung und die Linearkombination kann verwendet werden.

Eine Schwierigkeit der HBIE ist das Auftreten von Singularitäten höherer Ordnungen in den zusätzlich verwendeten Kernen der Randintegralgleichung. Es existieren unterschiedliche Ansätze zur Integration dieser Kerne. In dem zugrunde liegenden Programm wird eine Formulierung nach Brandao verwendet, welche die singulären Integrale als „Hadamard Finite Part“ interpretiert [12].

Um die hypersinguläre Randintegralgleichung zu erhalten muss die konventionelle Randintegralgleichung nach dem Normalenvektor am Empfängerpunkt abgeleitet werden:

$$q(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma} q(\mathbf{y}) \underbrace{\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{n}_x}}_K ds_y - \int_{\Gamma} p(\mathbf{y}) \underbrace{\frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{n}_y \partial \mathbf{n}_x}}_L ds_y .$$

Die neuen Kerne besitzen demnach die Form:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{e^{ik|\mathbf{r}|}}{4\pi |\mathbf{r}|^3} (ik|\mathbf{r}| - 1) \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_x$$

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{e^{ik|\mathbf{r}|}}{4\pi} \left(\frac{a(\mathbf{n}_x \cdot \mathbf{n}_y)}{|\mathbf{r}|^3} + \frac{b(\mathbf{n}_x \cdot \mathbf{r})(\mathbf{n}_y \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^5} \right),$$

mit

$$a = 1 - ik|\mathbf{r}|$$

$$b = -3 + 3ik|\mathbf{r}| + k^2|\mathbf{r}|^2 .$$

Für die Verwendung mit der Fast-Multipole-Methode sind einige Anpassungen notwendig. Die direkte Auswertung wird anstatt mit den zuvor verwendeten zwei Kernen mit den oben beschriebenen vier Kernen durchgeführt. In der Fernfeldberechnung muss lediglich bei der Auswertung des Nahfeldrepräsentanten innerhalb einer Box der Baumstruktur ein zusätzlicher Faktor $G(\mathbf{n}_x, \hat{\mathbf{s}})$ verwendet werden:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \frac{ik}{(4\pi)^2} \int_{S^2} G(\mathbf{n}_x, \hat{\mathbf{s}}) \cdot e^{ik(\mathbf{x} - \mathbf{z}_d) \cdot \hat{\mathbf{s}}} \underbrace{e^{ik(\mathbf{z}_d - \mathbf{z}_a) \cdot \hat{\mathbf{s}}} N_a(\hat{\mathbf{s}})}_{N_d(\hat{\mathbf{s}})} ds$$

mit

$$G(\mathbf{n}_x, \hat{\mathbf{s}}) = 1 + \alpha ik(\mathbf{n}_x \cdot \hat{\mathbf{s}}) .$$

2.2.5.1 Reifensimulation mit den Erweiterungen

Die in den vorherigen Kapiteln vorgestellten Erweiterungen, die Burton-Miller-Formulierung und die Angepasste Entwicklungslänge, werden in diesem Abschnitt mit Hilfe einer Reifensimulation im Bereich von 100 Hz bis 2000 Hz untersucht. Als Referenz werden die Oberflächenschnellen analog zu einer Monopolquelle innerhalb des Reifens bestimmt. So steht für jede Frequenz eine analytische Lösung zur Verfügung zur Bestimmung des Dirichlet-Fehlers. Die Berechnungen werden mit einer Diskretisierung von ca. 8000 Elementen für die CBIE, die HBIE und die Linearkombination beider, welche der Burton-Miller-Formulierung entspricht, durchgeführt. In allen Berechnungen wird die beschriebene angepasste Entwicklungslänge verwendet. Somit können größere Abweichungen durch eine nicht korrekt gewählte Entwicklungslänge ausgeschlossen werden. In Abbildung 29 ist der Dirichlet-Fehler, in Abbildung 30 die Rechenzeit und in Abbildung 31 die Anzahl der Iterationen über der Frequenz dargestellt.

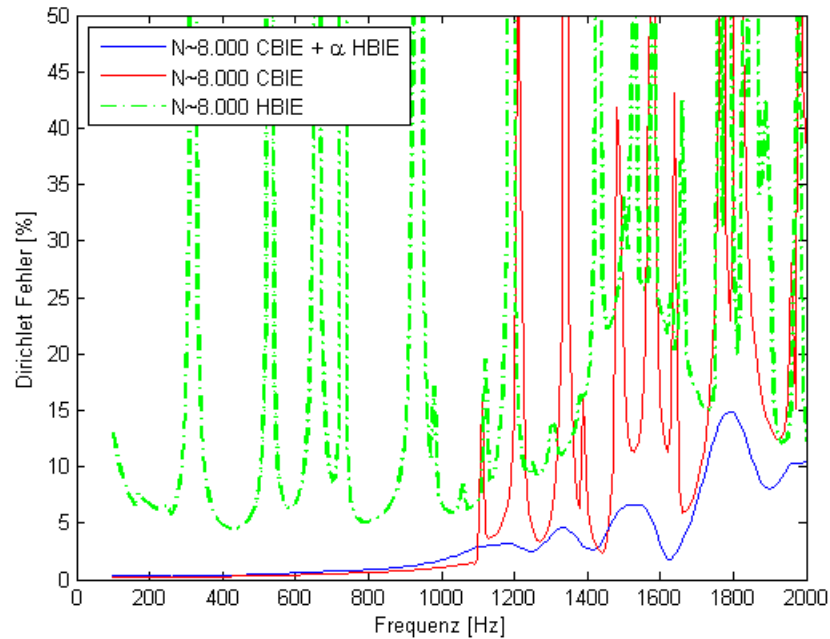


Abb. 29: Dirichlet-Fehler über der Frequenz

Der Dirichlet-Fehler zeigt eindeutig die kritischen Frequenzen beider Randintegralgleichungen. Für die HBIE sind diese im gesamten Frequenzbereich deutlich sichtbar. Die CBIE zeigt dieses starke Verhalten der kritischen Frequenzen erst ab einer Frequenz von ca. 1100 Hz. Die bisherigen Probleme oberhalb von 1000 Hz lassen sich somit eindeutig dem Problem der kritischen Frequenzen zuweisen. In den vorangegangenen Untersuchungen konnte nur eine Vermutung angestellt werden und es mussten zunächst andere Ursachen ausgeschlossen werden. Die Linearkombination beider Randintegralgleichungen ermöglicht eine gute Genauigkeit im gesamten Frequenzbereich. Im oberen Frequenzbereich treten schwankend noch leichte Abweichungen auf. Der Grund hierfür kann eine nicht mehr ausreichend feine Diskretisierung in Kombination mit einer Überlappung der jeweiligen kritischen Frequenzen der CBIE und HBIE sein. Eine Möglichkeit in diesem Bereich kann die Verfeinerung der Diskretisierung sein, die in einem weiteren Abschnitt untersucht wird. Ob dieser Mehraufwand gerechtfertigt ist, muss anhand einer Validierung und der geforderten Genauigkeit überprüft werden.

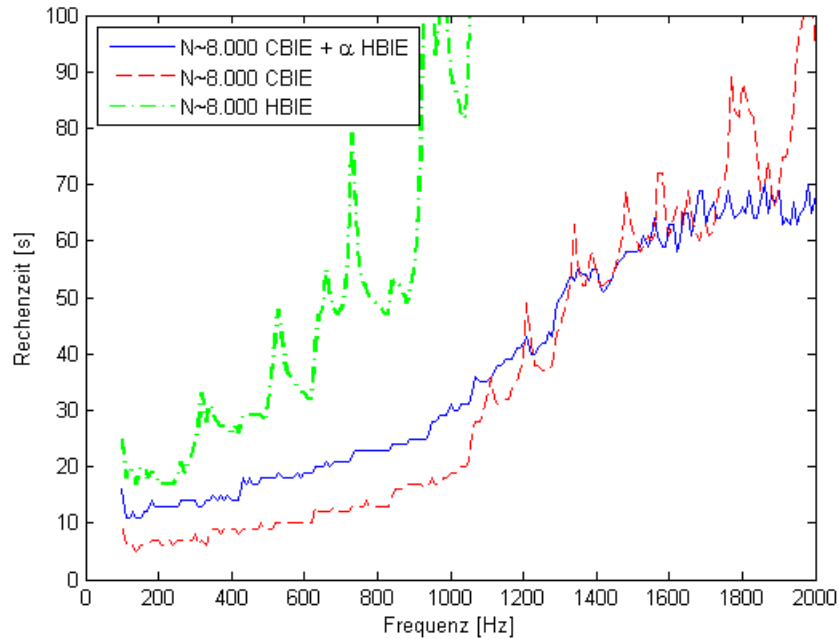


Abb. 30: Rechenzeit über der Frequenz

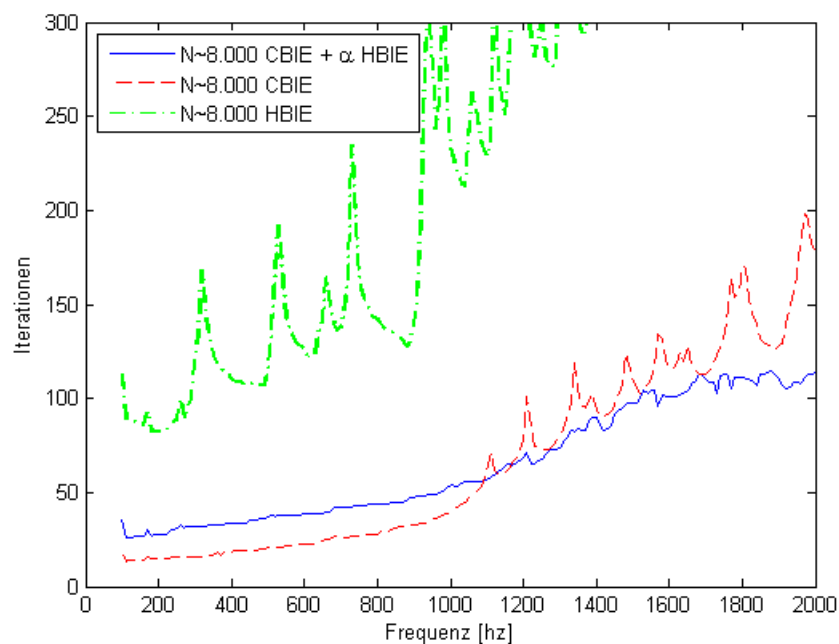


Abb. 31: Iterationen über der Frequenz

Die Rechenzeit und die Iterationen sind direkt voneinander abhängig. Die zusätzliche Verwendung der HBIE hat die Integration zwei weiterer Kerne zur Folge, die im Fall der Singularität (Empfänger entspricht der Quelle) eine gesonderte Behandlung benötigen. Im unteren Frequenzbereich bis ca. 1100 Hz ist die Rechenzeit der CBIE geringer als die der Burton-Miller-Formulierung. Da hier keine deutlichen kritischen Frequenzen auftreten ist auch die Anzahl der Iterationen gering. Wird der obere Frequenzbereich betrachtet, so steigt auch die Anzahl der Iterationen, insbesondere beim Auftreten der kritischen Frequenzen. Durch die Burton-Miller-Formulierung können die Iterationen hier gesenkt werden und der Mehraufwand durch die

zusätzliche Integration wird relativiert. Diese Formulierung hat einen positiven Einfluss auf die Kondition des zu lösenden Gleichungssystems. Die Rechenzeit der Burton-Miller-Formulierung liegt hier unterhalb von der CBIE beziehungsweise ist im schlechtesten Fall gleich. Die Formulierung ermöglicht somit eine korrekte Lösung und ist im oberen Frequenzbereich sogar schneller. Eine weitere Möglichkeit wäre der Einsatz der Burton-Miller-Formulierung nur im Bereich oberhalb von ca. 1000 Hz. Dies würde im unteren Frequenzbereich die Rechenzeit nochmals senken, ohne die Genauigkeit negativ zu beeinflussen. Oberhalb von 1000 Hz wären mit der Burton-Miller-Formulierung dann beide Vorteile anwendbar: Kein Einfluss der kritischen Frequenzen und eine geringere Rechenzeit.

2.2.5.2 Genauigkeit oberhalb von 1000 Hz

Im vorherigen Abschnitt sind im oberen Frequenzbereich teilweise leichte Abweichungen von der analytischen Lösung aufgetreten. Der Grund für diese Ungenauigkeiten soll im Folgenden genauer untersucht werden. Zunächst sollten die Fehler lokalisiert werden, daher ist in Abbildung 32 die relative Abweichung des Drucks in einem Element dargestellt bei einer Diskretisierung des Reifens mit ca. 8000 Elementen. In Abbildung 33 ist der relative Fehler des Drucks für eine Diskretisierung des Reifens mit ca. 50000 Elementen dargestellt. Die größere Vernetzung zeigt deutliche Abweichungen im Aufstandsbereich des Reifens. Auch am Übergang zwischen Reifen und Felge sind Abweichungen zu erkennen. Diese sind jedoch nicht relevant, da der absolute Druck in diesem Bereich geringer ist als im Aufstand. Zur Gesamt-Genauigkeit der Simulation trägt dieser Teil nicht bedeutend bei. Der Aufstandsbereich ist bei der Halbraum-Formulierung besonders kritisch, da in diesem die Elemente sehr nah aneinander liegen und somit die Integration aufgrund der Singularität schwierig ist. Eine feinere Diskretisierung löst dieses Problem und die Ungenauigkeiten im Aufstandsbereich werden verringert. Die Erhöhung der Anzahl von Elementen hat jedoch auch eine größere Rechenzeit zur Folge.

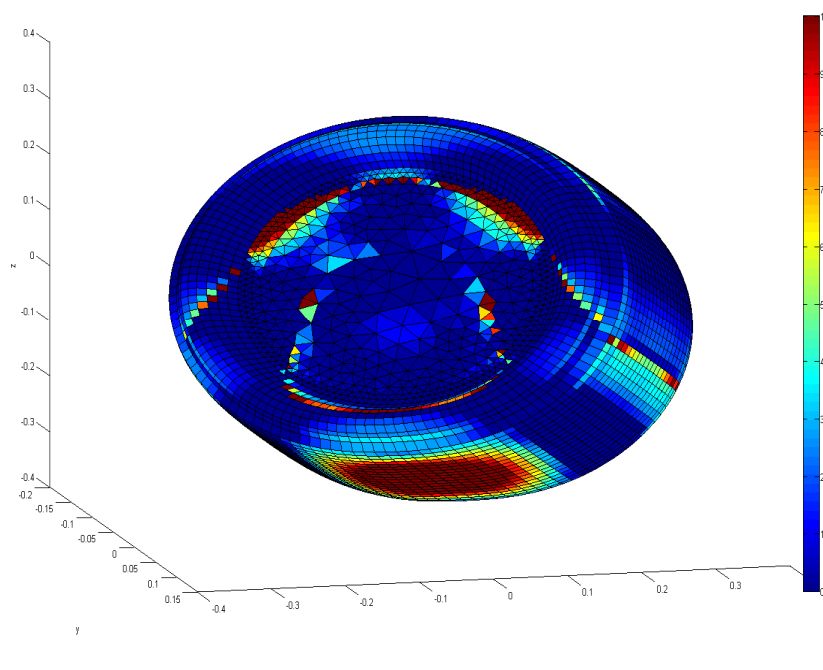


Abb. 32: Relativer Fehler auf der Oberfläche des Reifens mit ca. 8000 Elementen

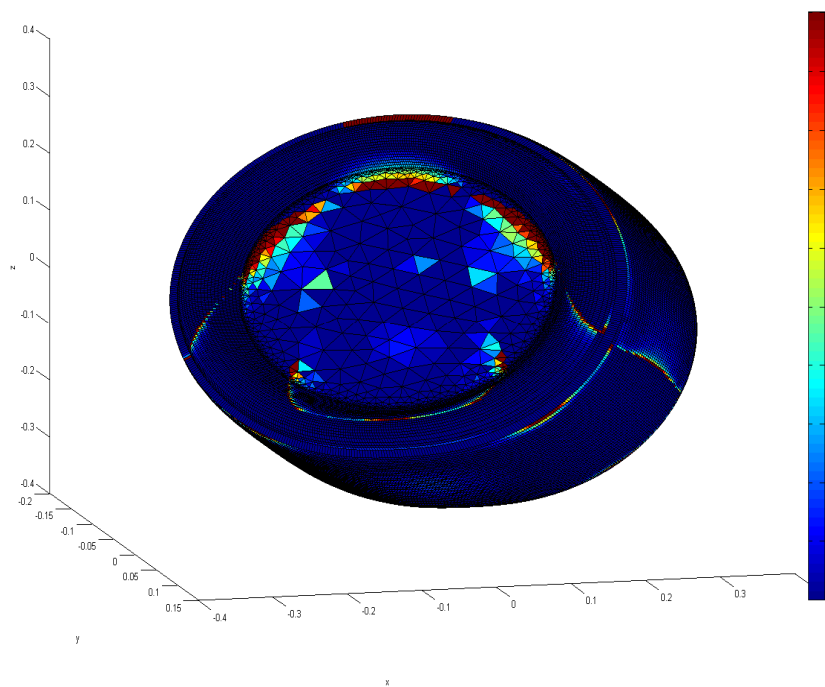


Abb. 33: Relativer Fehler auf der Oberfläche des Reifens mit ca. 50.000 Elementen

In Abbildung 34 ist der Dirichlet-Fehler für die beiden Diskretisierungen und zwei unterschiedliche Integrationsordnungen dargestellt. Im oberen Frequenzbereich ist eine erhebliche Steigerung der Genauigkeit bei der feineren Vernetzung zu erkennen. Der Fehler erreicht in diesem Bereich maximale Werte von 2 %. Die Erhöhung der Integrationsordnung führt in beiden Fällen zu keiner signifikanten Verbesserung. Eine Ordnung von $g = 12$ ist somit ausreichend.

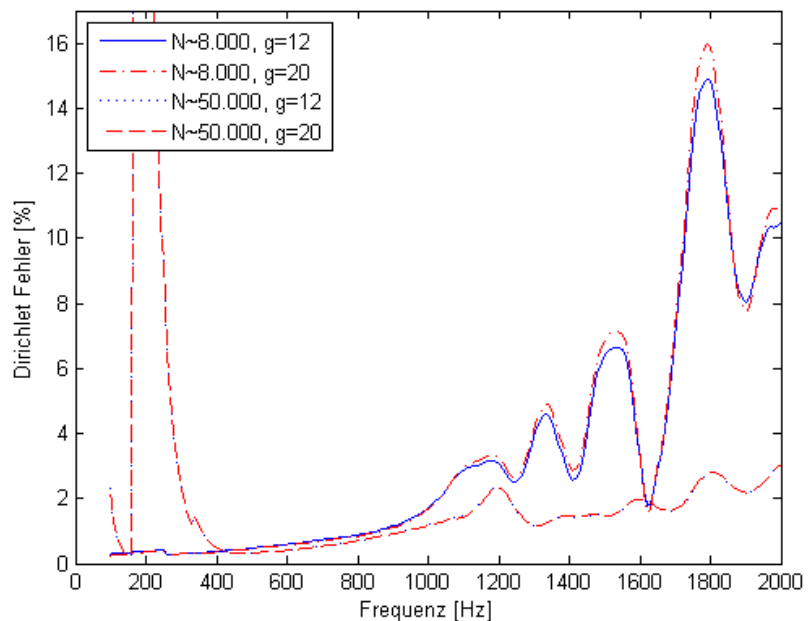


Abb. 34: Dirichlet-Fehler für unterschiedliche Diskretisierungen und Integrationsordnungen

Die Ergebnisse zeigen, dass insbesondere im oberen Frequenzbereich die Größe der Elemente ein kritischer Faktor für die Genauigkeit ist. Die höhere Anzahl von Elementen (Faktor ~ 6) führt jedoch auch zu einer erhöhten Rechenzeit (Faktor ~ 10). Dies entspricht der quasi-linearen Komplexität der Fast-Multipole-Methode. Die Darstellung der relativen Abweichungen zeigt, dass nur der Aufstandsbereich des Reifens zu Problemen führt. Eine Möglichkeit zur effizienten Simulation des Reifens wäre eine lokale Anpassung der Diskretisierung in Abhängigkeit der Frequenz. Mit höherer Frequenz müssten die Elemente im Aufstandsbereich des Reifens verfeinert werden. Dies wäre eine weitere Möglichkeit zur Erhöhung der Genauigkeit unter Berücksichtigung der Rechenzeit. Diese Abwägung muss jedoch noch anhand von Messungen überprüft werden. Da auch bei Messungen Toleranzen einbezogen werden müssen, kann so die Genauigkeit der Simulation an die Messungen angepasst werden.

2.2.6 Parallelisierung

Der Programmcode wurde für die Verwendung einer Parallelisierung auf einem Linux Cluster implementiert. Dies ermöglicht die parallele Ausführung gewisser Programmabschnitte mit Hilfe der Programmierschnittstelle OpenMP. Als Berechnungsgrundlage wurde eine PKW-Reifen-Berechnung durchgeführt. In Abbildung 35 ist die Rechenzeit über der Frequenz aufgetragen für die serielle Ausführung des Codes und die parallele Ausführung mit 12 Kernen. Im unteren Frequenzbereich beträgt der Faktor zwischen der Rechenzeit der seriellen und der parallelen Ausführung den Wert 6. Die serielle Rechnung benötigt ungefähr 70 s und die parallele Ausführung benötigt circa 12 s. Da die Iterationen in diesem Frequenzbereich relativ niedrig sind, ist der Offset durch die seriellen Programmteile höher als im oberen Frequenzbereich. Hier sind mehr Iterationen notwendig und damit ist die Rechenzeit höher. Der Faktor zwischen serieller und paralleler Berechnung ist jedoch größer, da der zuvor erwähnte Offset geringer ist. Die Parallelisierung der Programmcodes ermöglicht die Berechnung einer Frequenz auch im oberen Frequenzbereich innerhalb von 60 s.

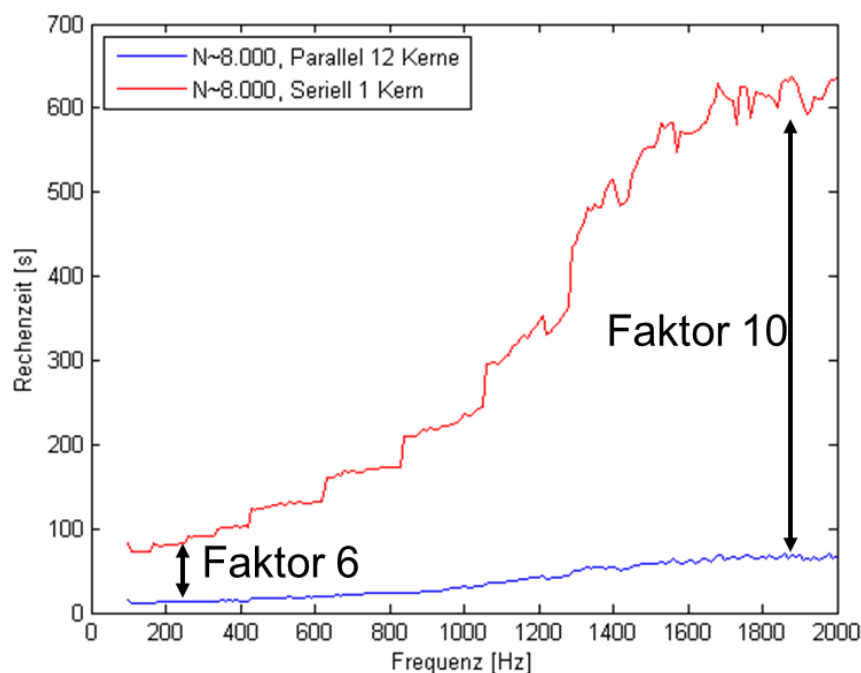


Abb. 35: Geschwindigkeitsvorteil durch die Parallelisierung

2.2.7 Krylov-Subspace-Recycling

Für die Berechnung der Schallabstrahlung im Frequenzbereich muss für jede Frequenz ein eigenes lineares Gleichungssystem gelöst werden. Daraus resultiert eine große Sequenz von linearen Gleichungssystemen, die gewöhnlicher Weise mit Krylov-Unterraumverfahren, wie zum Beispiel GMRES, gelöst werden. Für jeden Frequenzschritt wird diese Prozedur unabhängig gelöst. Eine Möglichkeit der weiteren Reduzierung der Rechenzeit ist die Verwendung des sogenannten Krylov-Subspace-Recycling [13], [14], wobei ein gewisser Informationsgrad zwischen den einzelnen Frequenzschritten übertragen und somit die Konvergenz des iterativen Lösungsprozesses beschleunigt wird. Das Vorgehen bei iterativen Gleichungslösern ist die Approximation des Gleichungssystems:

$$Ax = b .$$

Zunächst wird eine Startlösung x_0 angenommen und danach mit der Korrektur z_m das Residuum $r_m = b - A(x_0 + z_m)$ minimiert. Dies wird solange iterativ wiederholt bis das Residuum sich unterhalb einer vorgegebenen Toleranz befindet. Die Approximation im Schritt m ist demnach $x_m = x_0 + z_m$. Diese Lösungsräume unterliegen im Allgemeinen gewissen Restriktionen, so dass die Übertragung von Information zwischen verschiedenen Lösungsprozessen nicht möglich ist. Eine Möglichkeit ist jedoch die Verwendung des GCR Gleichungslösers. Dieser beruht auf einer schiefen Projektion, wobei die Spalten von U den Lösungsraum K und die Spalten von C den Raum AK , auf welchen das Residuum projiziert wird, aufspannen. Der GCR Algorithmus hat hierbei keine Restriktion für die Richtungsvektoren U . Es ist daher möglich Informationen zwischen unterschiedlichen Lösungsprozeduren zu transferieren. Diese Übertragung kann durch:

$$C^{(i)} = A^{(i)}U^{(i)} \rightarrow U_k^{(i)} \subset U^{(i)} \rightarrow C^{(i+1)} = A^{(i+1)}U^{(i+1)}$$

realisiert werden. Sie ermöglicht nun den Transfer von Informationen, jedoch hängt die Qualität des Subspace Recycling von der Wahl der Richtungsvektoren U ab. In dem ursprünglichen GCR Algorithmus wird das letzte Residuum als neuer Richtungsvektor hinzugefügt:

$$u_m = r_{m-1} .$$

Dies führt jedoch zu einer nicht optimalen Wahl des neuen Richtungsvektors. Zur Verbesserung werden zwei Ideen verwendet. Zum einen wird eine Approximation des korrekten Richtungsvektors, dem Fehlervektor $e = x_{correct} - x_m$, durchgeführt. Da die korrekte Lösung jedoch nicht bekannt ist, wird das Konzept eines Nested Solvers verwendet, welcher die Fehler Gleichung $Ae = r$ approximiert. Es wird ein GMRES Algorithmus benutzt, um $u_m = \tilde{e}_{m-1} \approx A^{-1}r_{m-1}$ zu erhalten. Zum anderen werden Informationen aus dem Nested Solver genutzt. Hierfür wird die Orthogonalität zum Lösungsraum $span(C_k)$ durch den orthogonalen Operator $\tilde{A}_k = (I - C_k C_k^H)A$ innerhalb des GMRES gefordert. Dieser Algorithmus heißt GCRO und führt zu folgender Rekurrenz:

$$\begin{aligned} (I - C_k C_k^H)AV_{m-k} &= V_{m-k+1}H_{m-k} \\ AV_{m-k} &= C_k B_{m-k} + V_{m-k+1}H_{m-k} , \end{aligned}$$

mit $B_{m-k} = C_k^H A V_{m-k}$. Mit Hilfe dieser Rekurrenz kann eine Arnoldi-ähnliche Beziehung definiert werden:

$$A \begin{bmatrix} U_k & V_{m-k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_k & V_{m-k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_k & B_{m-k} \\ 0 & \underline{H}_{m-k} \end{bmatrix}$$

$$A W_m = \tilde{W}_{m+1} \tilde{H}_m.$$

Diese ermöglicht die freie Wahl der Richtungsvektoren $U_k \subset W_m$ und die Übertragung von Informationen zwischen den Lösungsprozessen. Mit der Substitution $z_m = W_m y$ ist das Minimierungsproblem im i-ten GCR Lösungsschritt:

$$\min_{y \in \mathbb{R}^m} \|r_i - A W_m y\|_2.$$

Der schematische Ablauf dieses Verfahrens ist in Abbildung 36 dargestellt. Wird die Information innerhalb eines Systems nach einem Restart übertragen, so nennt sich dies „intercyclic reuse“. Im Gegensatz dazu ist die Übertragung von Information zwischen zwei Systemen „intersystem reuse“.

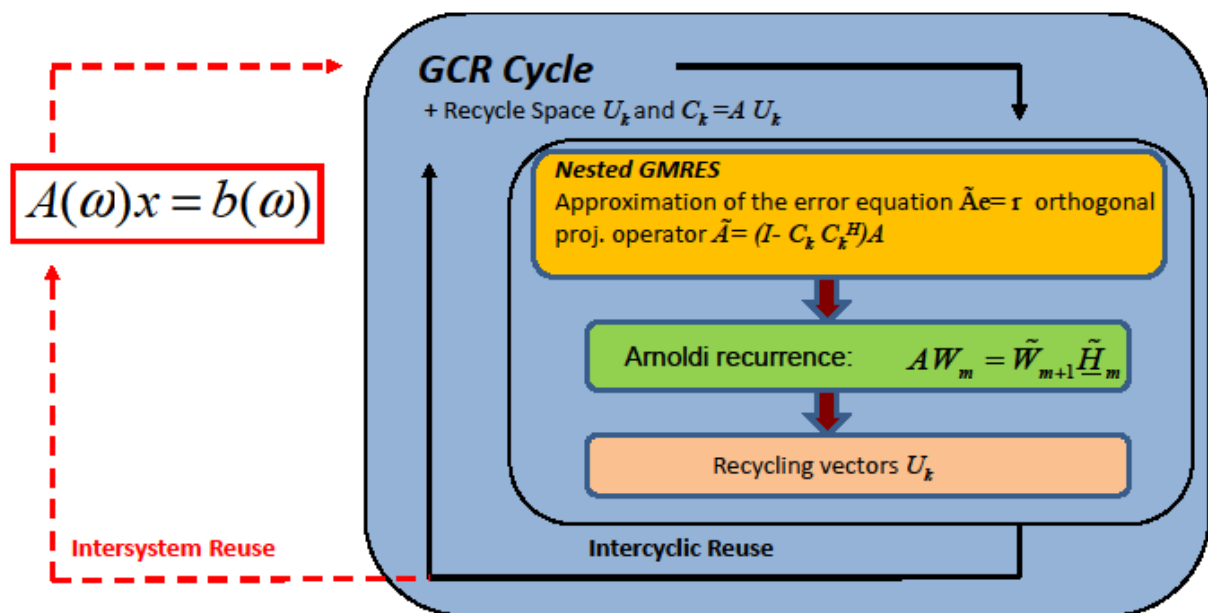


Abb. 36: Schematische Darstellung des Krylov-Subspace-Recycling

Der GCRO Algorithmus ermöglicht nun die Übertragung und den Gewinn der Information des Lösungsprozesses. Die weitere Spezialisierung des Algorithmus beruht auf der Auswahl der zu übertragenden Information. Die Algorithmen GCRODR und GCROT sind solche Spezialisierungen und unterscheiden sich in der Art der Beschleunigung der Konvergenz. GCRODR berechnet die harmonischen Ritzvektoren zu den kleinsten approximierten Eigenwerten mit Hilfe der Arnoldi Rekurrenz. Es werden somit diese Eigenwerte aus dem Spektrum des resultierenden Systems entfernt, wodurch eine bessere Konvergenz entsteht. Der Ansatz des GCROT Algorithmus ist die Erkennung der Richtungsvektoren mit einer größtmöglichen Orthogonalität. Es wird somit der Verlust an Orthogonalität zwischen zwei Lösungsprozeduren minimiert. Zudem bietet der Algorithmus einen weiten Spielraum für neue Möglichkeiten der Auswahl der wiederverwendeten Richtungsvektoren. In Abbildung 37 sind die benötigten Matrix-Vektor-Produkte für eine PKW-Reifen-Berechnung mit ca. 50000 Elementen über der Frequenz aufgetragen. Es wurde hierbei

eine reale Anregung durch eine Straßenoberfläche verwendet. Als Referenzlösung dient ein klassischer GMRES. Insbesondere im oberen Frequenzbereich ist eine deutliche Reduktion der Matrix-Vektor-Produkte bei Verwendung des GCRODR zu erkennen, welches einem Reduktionsverhältnis von fast der Hälfte entspricht. Da in der FMM die Matrix-Vektor-Produkte direkt mit der Rechenzeit korrelieren ist, ist hierdurch ein enormer Rechenzeitvorteil zu erreichen.

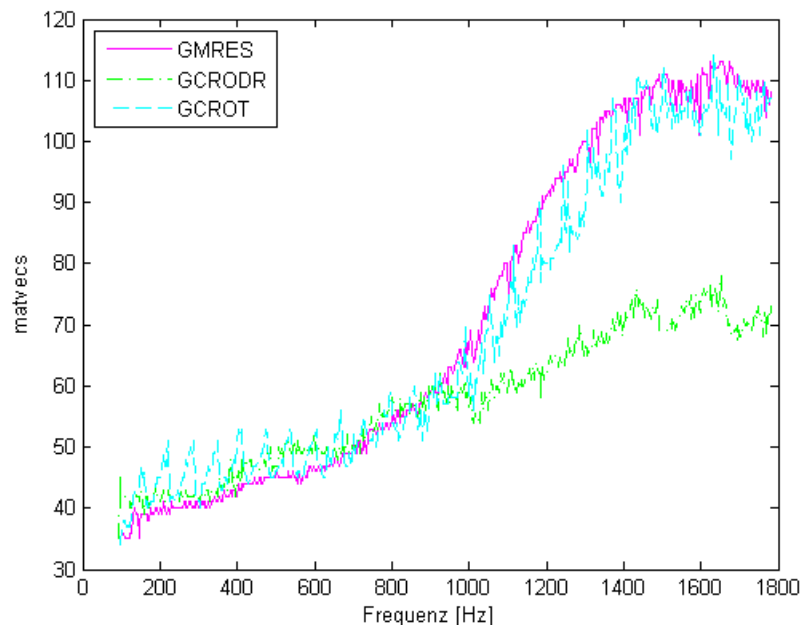


Abb. 37: Matrix-Vektor-Produkte bei Verwendung des Krylov-Subspace-Recycling

3 Numerische Untersuchungen

3.1 PKW-Reifen Validierung

Die Validierung des Modells wird anhand eines PKW-Reifens durchgeführt. Die Fast-Multipole-Boundary-Elemente-Methode (FMBEM) kann mit einer bereits validierten klassischen Boundary-Elemente-Methode (BEM) verglichen werden. Diese wurde bereits für die Berechnung von Reifen-Fahrbahn-Geräuschen validiert und zeigt gute Übereinstimmung mit Messungen. Der gesamte Simulationsablauf zur Bestimmung der Schallabstrahlung soll hierbei getestet werden. Die Strukturmechanik des Reifens wird von der Chalmers Universität berechnet und die resultierenden Oberflächenschnellen an das Akustikmodell der TUHH übergeben. Die Auswertung erfolgt auf einer Halbkugel und die Ergebnisse werden als Terzspektrum dargestellt und verglichen.

3.1.2 Auswertung

Die Auswertung der Ergebnisse soll in Form von Terzspektren erfolgen. Im ersten Simulationsschritt wird die FMBEM-Berechnung mit den Oberflächenschnellen der Strukturberechnung durchgeführt, wobei als Ergebnis die Schalldrücke auf der Oberfläche zur Verfügung stehen (siehe Abbildung 38). Zum Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Messungen wird eine Auswertung auf einer Halbkugel mit einem Radius von 1 m (siehe Abbildung 39) durchgeführt. Dies würde bei einer Messung einem Array von Mikrofonen entsprechen, welche um die Reifen

positioniert werden. Die Bestimmung des Schalldrucks auf der Halbkugel erfolgt in einem Post-Processing-Schritt im Rahmen der BEM.

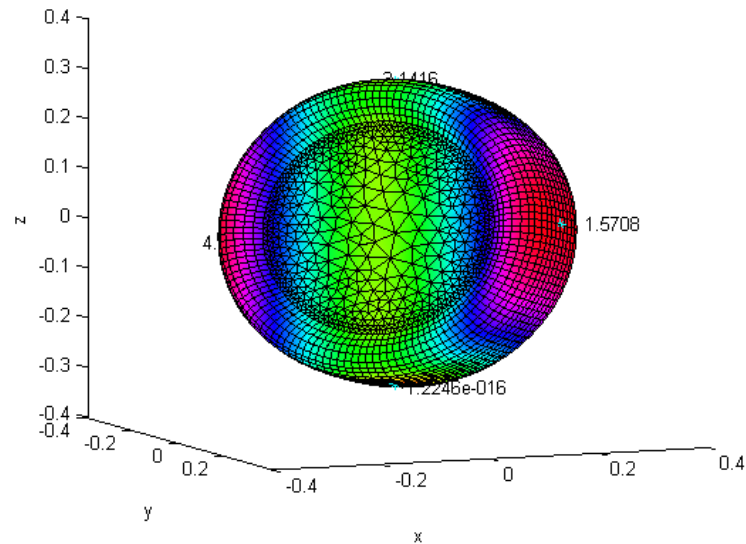


Abb. 38: Schalldruck auf der Oberfläche des Reifens

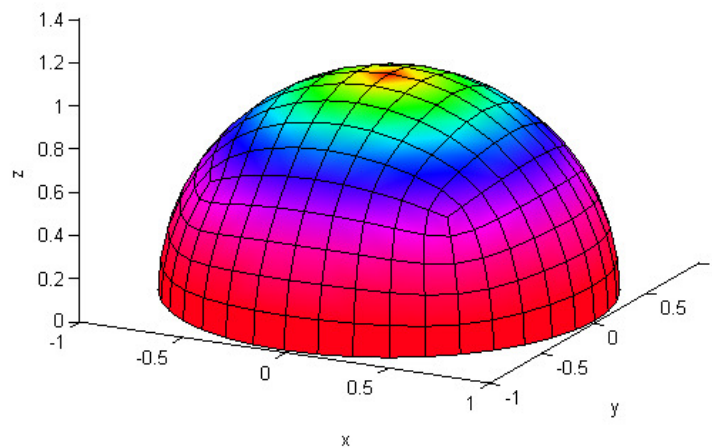


Abb. 39: Auswertung auf einer Halbkugel

Im nächsten Schritt des Simulationsablaufs wird nun ein einzahliger Wert für jede Frequenz aus den Schalldrücken auf der Halbkugel gebildet. Es wird der Mittelwert aus den Effektivwerten des Schalldrucks bestimmt. Der Effektivwert lässt sich aus der Amplitude des Schalldrucks berechnen:

$$p_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{p} .$$

Für das Terzspektrum werden diese gemittelten Effektivwerte innerhalb eines Terzbandes aufsummiert, wodurch jedes Teilband einen Terzpegel besitzt und dieser in dB logarithmisch dargestellt wird:

$$L = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{mean}}{P_0} \right).$$

Der Referenzdruck ist, aufgrund des Mediums Luft, $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa und die Darstellung der Ergebnisse erfolgt als A-bewerteter Schalldruckpegel. Diese Anpassung wird aufgrund der frequenzabhängigen Wahrnehmung des menschlichen Gehörs durchgeführt.

3.1.3 Ergebnisse

Die Validierung des Modells wird anhand einer Diskretisierung mit ca. 8000 Elementen durchgeführt. Als Parameter für die Berechnung werden die als sinnvoll erachteten Werte gewählt. Der Frequenzbereich der Untersuchung geht von ca. 100 Hz bis 1800 Hz, wobei 475 Frequenzschritte berechnet werden. Die Ergebnisse werden wie im vorherigen Kapitel bestimmt und sind in Abbildung 40 dargestellt. Als Referenz werden vorhandene und validierte Berechnungen einer klassischen BEM verwendet.

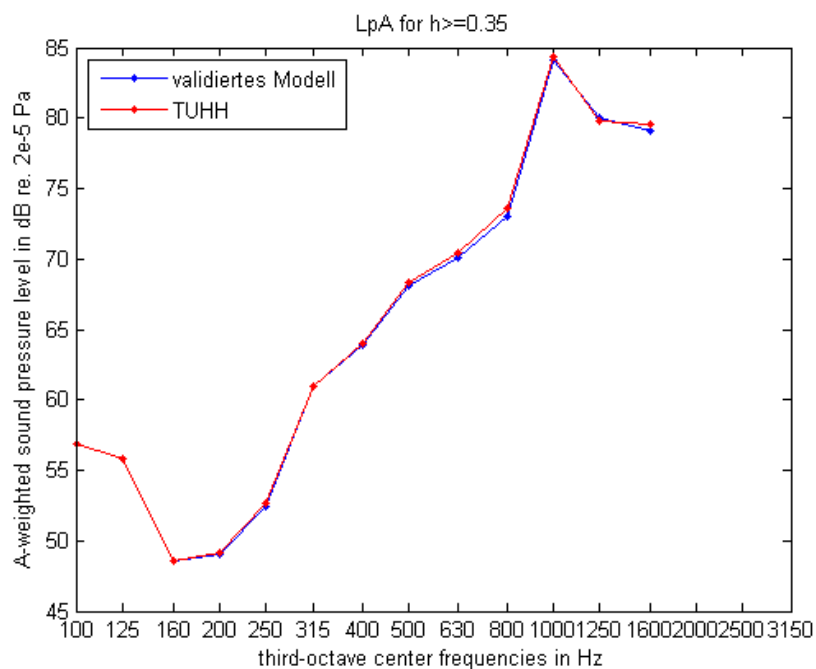


Abb. 40: A-bewertetes Terzspektrum in dB der Reifensimulation

In dem betrachteten Frequenzbereich liegen 13 Terzbänder, die nun zur Validierung zur Verfügung stehen. Die Berechnung mit der FMBEM zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der validierten Lösung. Die maximale Abweichung innerhalb eines Terzbandes beträgt 0,5 dB. Diese Resultate bestätigen die korrekte Umsetzung und Anwendbarkeit des Berechnungsmodells der TUHH. Zudem zeigen diese guten Ergebnisse, dass eine Anpassung der Diskretisierung, wie sie im Projektverlauf angedacht war, nicht notwendig ist. Es ist somit eine Grundlage zur Berechnung von LKW-Reifen gegeben.

3.2 LKW-Reifen

Das entwickelte Programm ermöglicht nun die numerische Simulation von LKW-Reifen-Rollgeräuschberechnungen. Der LKW-Reifen, siehe Abbildung 41, weist einige Änderungen im Vergleich zum validierten Modell des PKW-Reifens auf. Zum einen sind die Abmessungen größer, was bei gleicher Elementauflösung zu einer größeren Systemdimension führt. Zum anderen sind die Umfangsrillen des LKW-Reifens, wie in Abbildung 42 zu sehen, wesentlich größer als die eines PKW-Reifens. Eine Vernachlässigung dieser Eigenschaft für eine Abstrahlungsberechnung wird als wichtig erachtet. Das angepasste Modell besitzt daher circa 14000 Elemente im Gegensatz zu den 8000 Elementen zuvor.

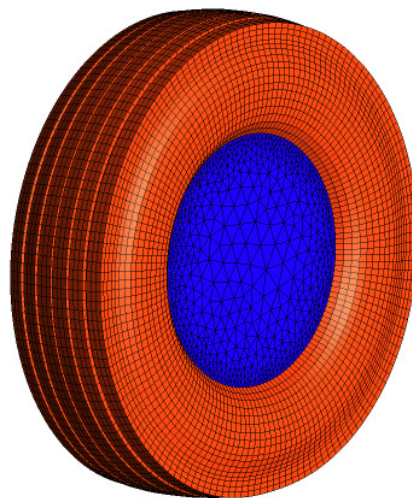


Abb. 41: LKW-Reifen Diskretisierung

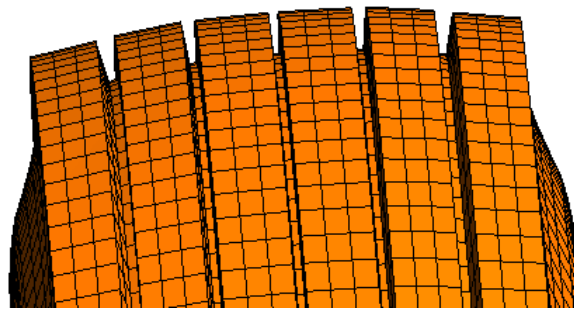


Abb. 42: Umfangsrillen des LKW-Reifens

3.2.1 Einfluss Integrationsordnung

Durch die veränderte Geometrie und Diskretisierung ist es zunächst sinnvoll eine Analyse der neuen Diskretisierung durchzuführen. Hierfür wird eine künstliche Anregung, bei der eine analytische Lösung durch eine Monopolquelle vorhanden ist, gewählt. Einen sehr großen Einfluss auf die Genauigkeit und die Rechenzeit einer BEM-Berechnung hat die Integrationsordnung g . Es werden daher für unterschiedliche Integrationsordnungen Berechnungen im akustisch relevanten Bereich für den LKW-Reifen durchgeführt. Als Vergleich dient ein PKW-Reifen, da die Einflüsse des analytischen Fehlers auf eine Validierung bekannt sind. In Abbildung 43 ist der Dirichlet Fehler über der Frequenz für die Integrationsordnung $g = 2$ und $g = 20$ für PKW- und LKW-Reifen aufgetragen. Die Ergebnisse zeigen, dass der Einfluss einer niedrigen Integrationsordnung bei

einer LKW-Reifen Berechnung einen wesentlich höheren Einfluss als bei einer PKW-Reifen besitzt. Der Fehler beim LKW-Reifen zeigt einen durchschnittlichen Fehler von 60% und im Gegensatz dazu der PKW-Reifen nur 20%. Wird eine Integrationsordnung von $g = 20$ verwendet, so sind die Genauigkeiten beider Berechnungen in einem ähnlichen Bereich. Für die LKW-Reifen-Rollgeräuschberechnung ist eine hohe Integrationsordnung somit von wesentlicher Bedeutung, um korrekte Ergebnisse zu erhalten.

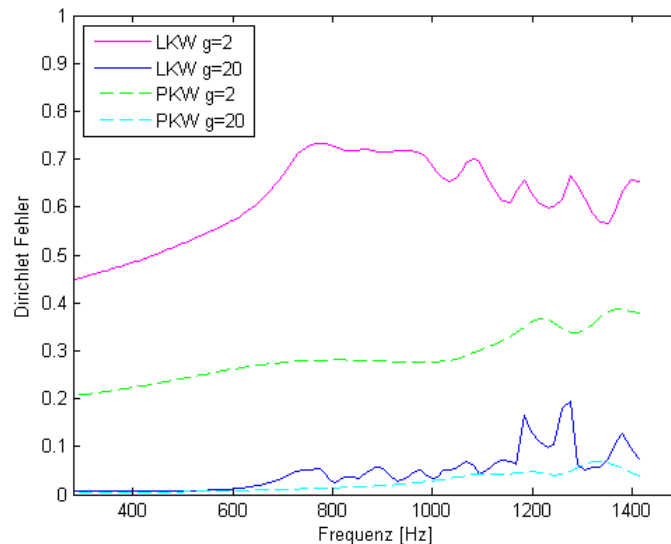


Abb. 43: Fehler für unterschiedliche Integrationsordnungen g für einen PKW- und LKW-Reifen

3.2.2 Validierung

Die Validierung für eine LKW-Reifen-Rollgeräuschberechnung wird in einer ähnlichen Weise wie bei dem PKW-Reifen durchgeführt. Die Oberflächenschnellen aus der Struktursimulation der Chalmers Universität werden im Akustik-Rechenmodell als Eingangsdaten verwendet. Es wird ein Rillen-LKW-Reifen auf einem SMA 0 / 8 S bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h untersucht. Für die Validierung wird eine CPX-Messung durchgeführt und zusätzlich ein Mikrofon-Array aus 9 Messpositionen auf einer Höhe und gleichem Radius in unterschiedlichen Winkeln um den Reifen verwendet. Die Ergebnisse in Abbildung 44 sind gemittelte Werte über das genannte Mikrofon-Array, welche als A-gewichtete Terzspektren dargestellt werden. Die Simulation wird an den gleichen Positionen, wie die Mikrofone ausgewertet. Die numerische Berechnung zeigt eine sehr gute qualitative und quantitative Übereinstimmung mit der Messung. Die Berechnungszeiten für 138 Frequenzen liegen für die Akustiksimulation bei insgesamt 37 Minuten für die Bestimmung der Randwerte und die Nachlaufrechnung zur Auswertung der Messpositionen. Eine Einzelberechnung dauert somit im Mittel 16 s bei einer Systemgröße von 14000 Elementen.

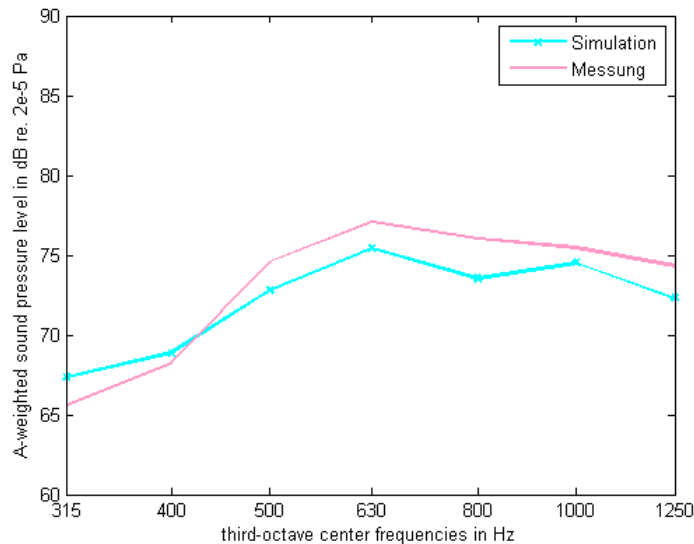


Abb. 44: Vergleich von Messung und Simulation eines LKW-Rillenreifens

Zur Bestätigung der Ergebnisse wurden weitere Berechnungen durchgeführt. Als LKW-Reifen wird ein 315/80R22.5 Antriebsachsenreifen verwendet. Die Geschwindigkeit ist bei dieser Untersuchung 60 km/h und es wird erneut die Straßenoberfläche SMA 0 / 8 S analysiert. Die Daten für die Kontaktmodellierung im Strukturmodell beruht auf 6 unterschiedlichen Messpositionen der Straßenoberfläche auf dem verwendeten Untersuchungsgebiet. Der Einfluss der unterschiedlichen Messpositionen soll eruiert werden. In Abbildung 45 ist der A-bewertete Schalldruckpegel über den untersuchten Terzbändern aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass der Einfluss der Messpositionen nicht unerheblich ist. Besonders in den unteren Terzbändern ist ein deutlicher Einfluss zu sehen. Die gescannte Straßenoberfläche ändert sich somit auch auf einem Testfeld mit gleichem Straßenbelag. Wird diese Toleranz mit einbezogen, so kann trotzdem eine gute Vorhersage der Schallabstrahlung von Reifen-Rollgeräuschen erreicht werden. Die Berechnungszeiten sind durch die gleiche akustische Diskretisierung wiederum in einem sehr guten Bereich von ungefähr 16 s pro Frequenz, wobei die Gesamtzeit in dieser Untersuchung etwas höher liegt. Dies beruht auf einer höheren Anzahl von untersuchten Frequenzen als bei der vorherigen Untersuchung. Die entwickelte Methode ermöglicht somit eine sehr effiziente und genaue Vorhersage von Reifen-Rollgeräuschen.

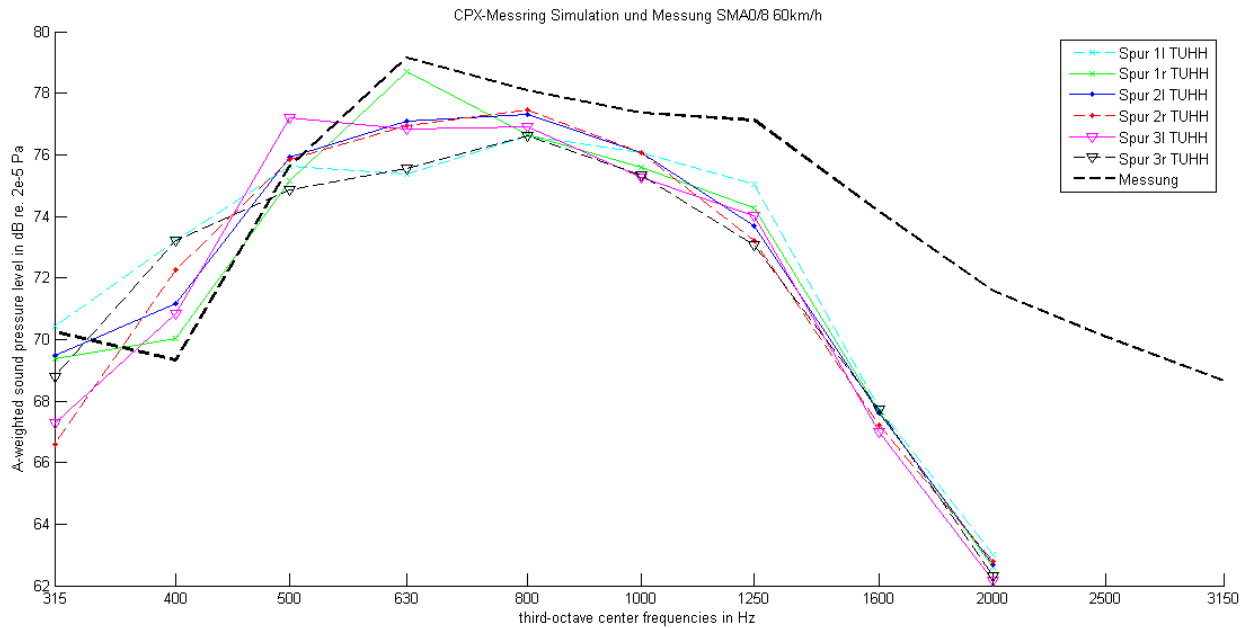


Abb. 45: Vergleich von Messung und Simulation eines LKW-Reifens bei 60 km/h und unterschiedlichen Messpositionen der Straßenoberfläche

4 Zusammenfassung und Ausblick

Die entwickelte Fast-Multipole-Boundary-Elemente-Methode bietet eine performante Möglichkeit die Geräuschabstrahlung von Reifen im Frequenzbereich zu berechnen. Das Modell wurde hinsichtlich der Genauigkeit und der Rechenzeit optimiert und sowohl für PKW-Reifen als auch LKW-Reifen validiert. Die enorm kurzen Rechenzeiten ermöglichen die Untersuchung einer Vielzahl von unterschiedlichen Reifentypen ohne dass diese durch teure Prototypen und Messungen getestet werden müssen. Es können zudem einzelne physikalische Gegebenheiten von Reifen-Rollgeräuschberechnungen erarbeitet werden, da die numerische Simulation das Zu- und Abschalten gewisser Phänomene erlaubt, was im Rahmen einer Messung nicht möglich ist.

5 Literaturverzeichnis

- [1] J. Biermann, O. Estorff, S. Petersen und S. Schmidt, „A computational model to investigate the sound radiation from rolling tires,“ *Tire Sci and Technol., Volume 35, Issue 3*, 2007.
- [2] D. Dreyer, S. Petersen und O. Estorff, „Effectiveness and robustness of improved infinite elements for exterior acoustics,“ *Copmut. Methods Appl. Mech. Eng. 195*, 2006.
- [3] D. Dreyer und O. Estorff, „Improved conditioning of infinite elements for exterior acoustics,“ *Int. J. Numer. Methods Eng. 58*, 2003.
- [4] D. Brunner, *Fast Boundary Element Methods for Large-Scale Simulations of the Vibro-Acoustic Behavior of Ship-Like Structures*, Universität Stuttgart, 2009.
- [5] H. Cheng, „A wideband fast multipole method for the Helmholtz equation in three dimensions,“ *Journal of Computational Physics*, 2006.
- [6] S. Keuchel, J. Biermann, M. Gehlken und O. von Estorff, „Krylov-Unterraumverfahren mit Subspace Recycling zur Beschleunigung der Fast-Multipole-Boundary-Elemente-Methode,“ in *In 40. Jahrestagung für Akustik – DAGA 2014*, Oldenburg.
- [7] N. Nishimura, „Fast multipole accelerated boundary integral equation methods,“ *Journal of Applied Mechanics*, 2002.
- [8] Y. Liu, L. Shen und M. Bapat, „Adaptive fast multipole boundary element method for three-dimensional half-space acoustic wave problems,“ *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2009.
- [9] S. Keuchel, M. Gehlken und O. von Estorff, „Halfspace formulations for the Boundary Element Method in 3D-Acoustics using the Fast Multipole Method,“ in *The 19th International Congress on Sound and Vibration – ICSV2012*, Vilnius, 2012.
- [10] S. Keuchel, M. Gehlken und O. von Estorff, „Analyse zweier Halbraum-Formulierungen zur Lösung der Helmholtz-Gleichung mittels Fast-Multipole-Boundary-Elemente-Methode,“ in *In 38. Jahrestagung für Akustik – DAGA 2012*, Darmstadt, 2012.
- [11] H. Brick, *Application of the Boundary Element Method to combustion noise and half-space problems*, 2009.
- [12] M. Brandao, „Improper integrals in theoretical aerodynamics – The problem revisited,“ *AIAA Journal 25(9)*, 1258-1260, 1987.
- [13] J. Biermann, *Effiziente Simulation von Reifen-Rollgeräuschen*, Technische Universität Hamburg-Harburg, Institut Modellierung und Berechnung, 2013.
- [14] S. Keuchel, J. Biermann, M. Gehlken und O. von Estorff, „Speed Up of 3D-Acoustics in frequency domain by the Fast Multipole Boundary Element Method in combination with Krylov Subspace Recycling based iterative solvers,“ in *In 39. Jahrestagung für Akustik – DAGA 2013*, Meran, 2013.

SPERoN 2020 Teil II:

Entwicklung eines performanten Rechenmodells zur Berechnung und Reduzierung der Geräuschabstrahlung von Reifen

Verbundpartner:

Leibniz Universität Hannover, Institut für Angewandte Mathematik

Inhalt:

1.	Wissenschaftlich - technische Ergebnisse	5
1.1	Zielsetzung und Ergebnisse	5
1.2	Rechenmodell	6
1.3	Wissenschaftlicher Kontext	8
2.	Theoretische Ergebnisse	8
2.1.	Adaptive TDBEM mit residualem Fehlerschätzer	9
2.2	Optimale Quadraturen	10
3.	Software Entwicklung	11
4.	Numerische Experimente	12
4.1.	Validierung: Schallabstrahlung einer Kugel in den Halbraum	12
4.1.1	Der vibrierende PKW- Reifen	13
4.1.2	Rollender Reifen	18
4.2	Der vibrierende LKW Reifen	20
4.3	Die hypersinguläre Integralgleichung- eine Alternative für die Reifenberechnung auf schallharter Fahrbahn	20
5.	Zusammenfassung und Ausblick	23
6.	Literaturangaben	24

1. Wissenschaftlich - technische Ergebnisse

1.1 Zielsetzung und Ergebnisse

Ziel dieses Teilprojektes am IfAM, Leibniz Universität Hannover (Prof. Stephan) war die Entwicklung eines in ein Gesamtkonzept integrierbares Simulationswerkzeug, das die Schallabstrahlung eines Autoreifens im Zeitbereich simulieren kann. Durch die entwickelten effizienten numerischen Verfahren (Fehler kontrollierte adaptive zeitabhängige Randelementmethode in Verbindung mit einem effizienten Zeitschrittverfahren) ist es nun möglich, die Geräuschentwicklung eines Reifens für verschiedene Konfigurationen zu simulieren, und so geräuscharme Reifen ohne aufwändige Produktions- und Messschritte zu produzieren. Um diesem Anspruch gerecht zu werden, wurden experimentelle Daten unseres Partners (Prof. Kropp, Chalmers University Göteborg) in die Validierung des Programms einbezogen.

Als Hauptergebnis wurde eine effiziente und stabile, zeitabhängige Randelementmethode entwickelt, die die Berechnung der Schallemission realistischer PKW- und LKW-Reifen im Zeit- wie Frequenzbereich erlaubt. Insbesondere wurden adaptive Gitterverfeinerungsstrategien entwickelt, welche besonders für die Berechnung des Horneffekts und die komplexe Geometrie der Profilrillen relevant sind. Die Rechnungen im Zeitbereich erlauben die präzise Simulation der Schallabstrahlung auch bewegter und rollender Reifen und die Quantifizierung des Dopplereffekts.

Detailliert formuliert war es das Ziel des Teilprojektes am IfAM (Prof. Stephan) der Leibniz Universität Hannover, eine Galerkin-Randelementmethode im Zeitbereich (time domain Galerkin boundary element method (TDBEM)) für vibrierende, bewegte und rollende Reifen auf der Fahrbahn zu untersuchen und ihre Effizienz, Genauigkeit und Stabilität für Anwendungen im Ingenieurbereich zu demonstrieren. Die voll-transiente Beschreibung ist nicht nur notwendig um die Schallabstrahlung von Fahrzeugen zu modellieren (mit Beschleunigen, Abbremsen und dynamischem Kontakt mit der Straße), sondern nach einer Fouriertransformation in der Zeitvariablen können aus einer solchen Beschreibung Informationen in einem breiten Frequenzbereich gewonnen werden.

Die Berechnung der Schallabstrahlung von Autoreifen ist von großem industriellem Interesse und stellt einen sehr aktiven Bereich der aktuellen Forschung dar. Neben der zeitharmonischen Simulation bildet die vollzeitabhängige Methode einen stark wachsenden Anteil. Diese Methode besitzt gegenüber dem zeitharmonischen Ansatz viele Vorteile. Insbesondere wird das komplette Spektrum in einer Simulation abgedeckt, was vor allem für hochfrequente Terme interessant ist. Zu gegebenen Daten auf der Reifenoberfläche wird die Schallabstrahlung im Außenraum mit Hilfe der Randelementmethode simuliert. Dieses Verfahren erfordert nur eine Diskretisierung der Reifenoberfläche und nicht, wie bei der Methode der finiten Elemente, die Diskretisierung des gesamten Außenraums. Es ermöglicht im Postprocessing die Darstellung des Schalldrucks in jedem beliebigen Punkt im Außenraum. Eine Simulation mit Hilfe der sogenannten retardierten Potentiale in Verbindung mit einem Galerkin Verfahren in Raum und Zeit resultiert in einem Zeitschrittverfahren der Bauart:

$$V^0 p^n = f^n - \sum_{m=1}^{n-1} V^{n-m} p^m,$$

wobei p^j den Druck auf der Reifenoberfläche im j-ten Zeitschritt darstellt und V^j die entsprechende Matrix zur j-ten Zeitdifferenz bezeichnet. Es ist also nötig eine Reihe von Matrizen und

Lösungsvektoren zu speichern. Hierbei ist das Aufstellen der Matrizen der rechenintensive Anteil der Simulation. Das Gleichungssystem wird mit dem CG-Verfahren iterativ gelöst. Um die Rechenzeit zu reduzieren, sind Parallelisierungskonzepte mittels OpenMP und MPI umgesetzt worden, was zu einer deutlichen Beschleunigung führt. Das Raum-Zeit-Galerkin-Verfahren für retardierte Potentiale findet eine numerische Lösung der Wellengleichung, löst also das physikalisch zugrunde liegende Problem ohne weitere Einschränkungen an eine mögliche Lösung, wie sie für den zeitharmonischen Fall notwendig sind. Lange Zeit wurde dieses Verfahren als instabil abgetan doch mit Hilfe moderner numerischer Techniken wurden im Projekt stabile Ansätze entwickelt und auf reale Simulationen der Schallabstrahlung von PKW- und LKW-Reifen angewendet. Des Weiteren haben lange Rechenzeiten von der Umsetzung des transienten Randelemente Verfahrens abgeschreckt. Heutige Rechenleistung und die Möglichkeit zur Parallelisierung ermöglichen eine signifikante Reduktion der Rechenzeiten, die das Verfahren nun auch für Anwender interessant macht. Weitere Möglichkeiten signifikanter Zeitersparnisse bieten schnelle Multipolmethoden und die im Projekt gewonnenen Erkenntnisse zur adaptiv gesteuerten Gitterverfeinerung.

Wir validieren und vergleichen die Ergebnisse unserer zeitabhängigen (time-domain) BEM mit der Burton-Miller stabilisierten BEM-Rechnung im Frequenz-Bereich unseres Hamburger Partners (Prof. von Estorff). Unsere TDBEM, basierend auf der Galerkin-Diskretisierung in Raum und Zeit, führt auf ein Gleichungssystem mit unterer Block-Dreiecks-Matrix, das durch blockweise Rücksubstitution gelöst wird. Dieses oben erwähnte, sogenannte „marching in on-time“ (MOT) Schema involviert die Berechnung einer Reihe von schwach besetzten Matrizen V^{n-m} . Diese fließen ihrerseits nur in die rechte Seite des Gleichungssystems über eine Matrix-Vektor-Multiplikation ein. Die zu invertierende Matrix V^0 ist hingegen in jedem Zeitschritt dieselbe (s.u.).

1.2 Rechenmodell

Wie in [B, G, N, S] beschrieben (siehe auch [N]) führt die Abstrahlung von zeitabhängigen akustischen Wellen außerhalb des Reifens oberhalb einer schallharten Straße nach einem Einfachschichtpotential-Ansatz für den Schalldruck:

$$p(t, x) = S\varphi(t, x) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(t - \frac{|x-y|}{c}, y)}{|x-y|} ds_y + \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(t - \frac{|x-y'|}{c}, y')}{|x-y'|} ds_{y'} \quad (0.1)$$

dank der Neumann-Randbedingung (Schallhart) auf dem Reifen Γ :

$$\frac{\partial p}{\partial n}(t, x) = -\rho \ddot{u}_N - \frac{\partial p'}{\partial n}(t, x) \quad \text{für } t > 0$$

auf eine Integralgleichung 2. Art für die unbekannte Dichte $\varphi(t, x)$ auf Γ :

$$(-I + K')\varphi(t, x) = 2 \frac{\partial p}{\partial n}(t, x) \quad (0.2)$$

Hier ist K' das transiente Doppelschichtpotential des Halbraums [OC], y' der an der Fahrbahn gespiegelte Bildpunkt des Quellpunktes y , x der Empfängerpunkt, t die Zeit, n die äußere Normale auf der Reifenoberfläche Γ , c die Schallgeschwindigkeit, ρ die Luftdichte und p' der Schalldruck einer einfallenden Welle. K' hat die Form:

$$K' \varphi(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{n_x \cdot (y-x)}{|x-y|} \left(\frac{\varphi(t - \frac{|x-y|}{c}, y)}{|x-y|^2} + \frac{\dot{\varphi}(t - \frac{|x-y|}{c}, y)}{c|x-y|} \right) ds_y$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{n_x \cdot (y'-x)}{|x-y'|} \left(\frac{\varphi(t - \frac{|x-y'|}{c}, y)}{|x-y'|^2} + \frac{\dot{\varphi}(t - \frac{|x-y'|}{c}, y)}{c|x-y'|} \right) ds_y \quad (0.3)$$

Die Integralgleichung (1.2) wird mit einem Raum-Zeit-Galerkin-Verfahren gelöst mit stückweise konstanten Ansatz- und Testfunktionen auf einer Näherungsoberfläche (aus Dreiecken bestehend) des Reifens und auf Teilintervallen $I_m = (t_{m-1}, t_m)$ der Länge Δt im Zeitbereich $[B, G, N, S]$, $[N]$. Das zu lösende Problem lautet:

Finde φ_h so dass:

$$\int_{t=0}^T \int_{x \in \Gamma} (-I + K') \varphi_{h, \Delta t}(t, x) \gamma^n(t) \varphi_j(x) ds_x dt = 2 \int_{t=0}^T \int_{x \in \Gamma} \frac{\partial p}{\partial n}(t, x) \gamma^n(t) \varphi_j(x) ds_x dt \quad (0.4)$$

für $j = 1, \dots, N_s$ und $n = 1, \dots, N_t$, wobei:

$$\varphi_{h, \Delta t}(t, x) = \sum_{m=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_s} b_i^m \gamma^m(t) \varphi_i(x) \quad (0.5)$$

mit der zeitlichen Ansatzfunktion:

$$\gamma^m(t) = \begin{cases} 1 & t \in (t_{m-1}, t_m] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Man erhält ein MOT- Schema, das in jedem Zeitschritt gelöst wird:

$$(-\Delta t \cdot M + (K')^0) \varphi^n = 2F^n - \sum_{m=1}^{n-1} (K')^{n-m} \varphi^m \quad (0.6)$$

mit dem Lösungsvektor $\varphi^n = (b_1^n, \dots, b_{N_s}^n)^T$ der Entwicklungskoeffizienten der

Galerkinnäherung $\varphi_{h,\Delta t}$ im n -ten Zeitintervall. Dabei bezeichnet $(K')^l$ die Galerkinmatrix des Integraloperators K' im l -ten Zeitintervall, M die zugehörige Massematrix und F^n die entsprechende BEM-Diskretisierung der rechten Seite in (1.2). Siehe [B,G,N,S].

Beachte, dass die Berechnung jeder Matrix nur von der Zeitdifferenz abhängt [O], [N]. Bei beschränkter Oberfläche Γ , wie bei einem Reifen, verschwinden die Matrizen $(K')^{n-m}$, wenn immer die Zeitdifferenz $l := n - m$ die Relation $l > \left[\frac{\text{Durchmesser}(\Gamma)}{c\Delta t} \right]$ erfüllt, das heißt der

Lichtkegel $E_l = \left\{ (x, y) \in \Gamma \times \Gamma, t_l \leq \frac{|x-y|}{c} \leq t_{l+1} \right\}$ über die ganze Fläche Γ gewandert ist. Der

Beitrag des MOT-Algorithmus, der die meiste CPU-Zeit benötigt, ist die Berechnung der Matrixelemente, obwohl die resultierenden Matrizen dünn besetzt sind. Diese Berechnung geschieht mit einer effizienten, zusammengesetzten hp-Gauß-Quadratur, wobei die Quadraturpunkte zu den Dreiecksseiten hin graduiert sind und lokal verschiedene Ordnungen für die Quadratur erlaubt sind.

1.3 Wissenschaftlicher Kontext

Die Untersuchung zeitabhängiger Randelementmethoden geht zurück auf Arbeiten von Bamberger und Ha-Duong [HD]. In den vergangenen 30 Jahren hat sich insbesondere die französische Schule um Nedelec und Bachelot mit der Analyse und Implementierung dieser Verfahren beschäftigt. Die grundlegenden algorithmische Aspekte sind besonders in den Arbeiten von Terrasse und Abboud entwickelt worden. Darauf aufbauend hat in den vergangenen Jahren speziell Michielssen effiziente Verfahren besonders für elektromagnetische Ingenieur Anwendungen implementiert [Y, J, M]. Auch in der Luftfahrtindustrie haben sich zeitabhängige Randintegralgleichungen als ein Standardwerkzeug etabliert.

Eine Motivation für unsere Arbeit ist die kürzliche Herleitung einer expliziten Fundamentallösung im Halbraum von Ochmann [OC], der die einfache Modellierung einer absorbierenden Straße ermöglicht. Schnelle Verfahren für Berechnungen des Horneffekts zwischen Straße und Reifen stellen die Verbindung zu aktivsten Forschungsfeldern her: Die theoretische Untersuchung der Randintegraloperatoren führt nicht nur, wie in unserer Arbeit [G,N,S2], zu Raum-Zeit-adaptiven Verfahren, sondern ist ebenso eine Basis zur Untersuchung der Faltungsquadratur als alternativem Zeitschrittverfahren oder schneller Löser für die zeitharmonische Helmholtzgleichung bei hoher Frequenz.

2. Theoretische Ergebnisse

Im Projekt haben wir neue theoretische Ergebnisse für die TDBEM gewonnen, wie z.B. a priori Fehlerabschätzungen für die zeitabhängige Galerkin-Randelementmethode für die Wellengleichung außerhalb eines Lipschitz-Hindernisses im absorbierenden Halbraum [G,N,S1]. Dies umfasst die Schallabstrahlung eines (möglicherweise absorbierenden) Reifens auf absorbierender Straße. Die Resultate dieser Publikation liefern einen fundamentalen Hintergrund für weitere theoretische und numerische Analysen. Sie garantieren vor allem die Stabilität und Konvergenz von Galerkinverfahren für zeitabhängige Randintegralgleichungen 1. Art. In [G,N,S2] haben wir erstmalig a posteriori Fehlerabschätzungen für die TDBEM hergeleitet und einen Raum-Zeit adapti-

ven Algorithmus zur Gewinnung einer schnellen Galerkin-Lösung durch Gitter-Verfeinerung angegeben. Der Ausbau dieser innovativen fehlerkontrollierten Rechnungen wird z. T. durchgeführt; insbesondere wird unser Softwarepaket auf die Integralgleichung 1. Art mit dem zeitabhängigen, hypersingulären Operator der Normalenableitung des Doppelschichtpotentials erweitert.

2.1. Adaptive TDBEM mit residualem Fehlerschätzer

Als einfaches Beispiel betrachten wir das äußere Dirichlet-Problem für die Wellengleichung außerhalb der Einheitskugel; d.h. die Schallabstrahlung im Zeitbereich für eine schallweiche Kugel ohne Straße. Dies führt auf die Integralgleichung 1. Art für die Zeitableitung der Dichte $\dot{\phi}$ mit dem Einfachschichtpotential bei vorgegebener Zeitableitung des Schalldrucks:

$$\dot{p}(t, \mathbf{x}) = \dot{f}(t, \mathbf{x}) = \begin{cases} 2, & x_1 > 0 \\ 0, & x_1 < 0 \end{cases}$$

nämlich:

$$V\dot{\phi}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{\dot{\phi}(t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c}, \mathbf{y})}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} ds_{\mathbf{y}} = \dot{f}(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma \text{ Kugeloberfläche.} \quad (0.7)$$

Die Funktion \dot{f} ist ein Testbeispiel für eine zeitunabhängige Singularität, ähnlich der Situation der Horn-ähnlichen Geometrie, in der ein Reifen auf die Straße trifft. Ausgehend von einem groben Anfangsgitter berechnen wir mit einem MOT-Schema eine Galerkin-Näherung $\dot{\phi}_{h,\Delta t}$, die stückweise linear in Raum und Zeit ist. Mit $\dot{\phi}_{h,\Delta t}$ und \dot{f} bestimmt man auf jedem Dreieck Δ und für jedes Zeitintervall $I_n = [t_{n-1}, t_n]$ den lokalen Fehlerindikator:

$$\eta_{\Delta}(I_n)^2 = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \int_{\Delta} [h \nabla_{\Gamma} (\dot{f} - V\dot{\phi}_{h,\Delta t})]^2$$

mit dem Flächengradienten ∇_{Γ} . Daraus ermittelt man den zeitintegrierten Indikator

$$\eta_{\Delta} = \left(\sum_{n=1}^{N_t} \eta_{\Delta}(I_n)^2 \right)^{1/2}$$

Anschließend bestimmt man $\eta_{\max} = \max_{\Delta} \eta_{\Delta}$, den maximalen Fehlerindikator aller Dreiecke.

Man markiert alle Dreiecke $\eta(\Delta_i) > \theta \cdot \eta_{\max}$ mit fest gewähltem θ , $0 < \theta < 1$, und verfeinert Δ_i in 4 neue Dreiecke durch verbinden der Mittelpunkte der Seiten von Δ_i und erhält ein neues Gitter T (und projiziert die neuen Knoten auf die exakte Kugel). Dann wählt man Δt so dass $\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ für alle Dreiecke, wobei Δx die längste Dreieckseite bezeichnet. Man führt diesen **adaptiven Algorithmus** (löse \rightarrow schätze ab \rightarrow markiere \rightarrow verfeinere) so lange aus, bis $\sum_i \eta^2(\Delta_i) < \varepsilon^2$ mit fest vorgewähltem $\varepsilon > 0$.

Damit erhält man Galerkin-Näherungen für die Lösung von (1.7) auf einer Folge adaptiv verfeinerter Gitter, die bedeutend schneller konvergieren als die Galerkin-Lösung auf gleichmäßig verfeinertem Gitter, siehe Abbildung 1 [G,N,S2].

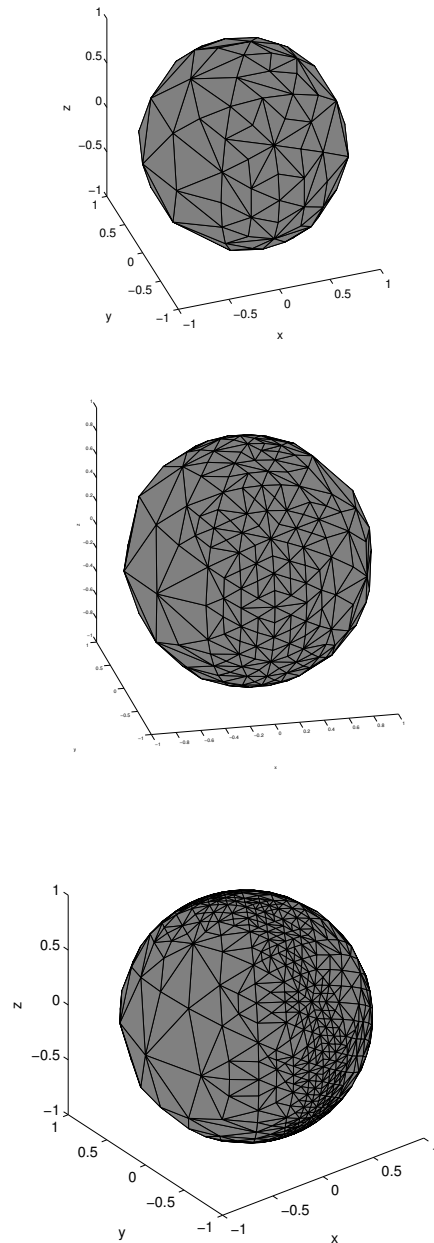


Abb. 1: Die ersten 3 adaptiv erzeugten Gitter für (1.7) ausgehend von einem Ikosaeder mit 80 Knoten, $\Theta = 0.9$

2.2 Optimale Quadraturen

Die Simulation dreidimensionaler zeitabhängiger Probleme ist eine herausfordernde Aufgabe. Ha-Duong [HD] konnte die unbedingte Stabilität der transienten Randelementmethode für das Raum-Zeit-Galerkinverfahren angewendet auf Integralgleichungen erster Art nachweisen. Daher blieb die Frage, warum so viele Instabilitäten in den numerischen Experimenten berichtet werden.

Mit unseren eigenen Vorarbeiten [M,O,S], [S,M,O] konnten wir für die Integralgleichung mit dem Einfachschichtpotential diese Instabilitäten beheben, indem wir optimale hp-Quadraturen [O] zur Berechnung der Matrixelemente hergeleitet haben. Dazu haben wir die Potentiale, die bei der Berechnung der Galerkin-Elemente in [S,M,O] auftreten, analysiert. Unsere Arbeit zeigt, dass eine neue Art von „geometrischen Lichtkegel-Singularitäten“ schwerwiegende Ungenauigkeiten bei der Berechnung der Galerkin-Steifigkeitsmatrix bewirken können. Deshalb muss ein genaues Quadraturverfahren, das diese Singularitäten berücksichtigt, bei der Berechnung der Matrixeinträge benutzt werden. Das leistet die von uns entwickelte effiziente, zusammengesetzte hp-Gauß-Quadratur, die mit einer angemessenen Graduierung und mit variabler Ordnung ausgestattet ist. Im Projekt haben wir diese hp-Quadraturen auf die Integralgleichung 2. Art (1.2) bzw. 1. Art (1.7) angewendet.

3. Software Entwicklung

Das am IfAM für dieses Projekt entwickelte und implementierte Programm besteht aus drei Teilen. Erstens das Preprocessing, zweitens das Berechnungsprogramm und drittens das Postprocessing, welche auch in dieser Reihenfolge ausgeführt werden. Dabei sind das Pre- und Postprocessing in MATLAB implementiert, um von der graphischen Oberfläche und der einfach zu bedienenden Zeichenroutine zu profitieren, sowohl bei der Bedienbarkeit wie auch von der reduzierten Entwicklungszeit. Weil MATLAB den implementierten Quellcode während der Laufzeit in Maschinensprache übersetzt (interpretiert) sind die Rechenzeiten von MATLAB Programmen verglichen mit denen von präkompilierten Programmen typischerweise schlechter. Bei den wenig rechenintensiven Programmteilen ist dies vernachlässigbar, nicht jedoch bei den Teilen, welche die eigentlichen Berechnungen (Lösen der Integralgleichung und Punktauswertung des Potentials) ausführen. Diese wurden in FORTRAN implementiert und in das seit zwei Jahrzehnten kontinuierlich weiterentwickelte Softwarepaket Maiprogs integriert.

Die Aufgabe des Preprocessings ist die Überführung der zur Verfügung gestellten Daten in ein von der Berechnungsroutine weiterverarbeitetes Format. Dazu gehören: Erstens die Zerlegung von eventuell vorkommenden Vierecken in zwei Dreiecke, um eine Triangulierung des Reifens mit nur einem Typ von Elementen zu erhalten, zweitens die Berechnung der äußeren Normalen, welche für die Integralgleichung und die Berechnung der rechten Seite benötigt werden, und drittens das Konvertieren dieses Gitters in das "px"-Gitterformat von Maiprogs. Darüber hinaus setzt das Preprocessing noch die lokalen und globalen Freiheitsgrade über das "rci"-Format. Der zweite integrale Bestandteil des Preprocessing ist die Überführung der Schnellen aus dem Frequenz in den Zeitbereich. Weil die Anwendung der diskreten FFT lediglich Punktauswertung der Schnellen in festen Zeitpunkten liefert, und damit eine unangemessene Zeitdiskretisierung vorgibt, wird aus den Fourierkoeffizienten und den dazugehörigen Frequenzen explizit die Linearkombination der Kosinusfunktionen rekonstruiert, welche dann in beliebigen Zeitpunkten, entsprechend der Zeitdiskretisierung, ausgewertet werden kann. Diese Punktauswertungen werden dann im "cx"-Format für die gesamte Zeitdiskretisierung abgespeichert.

Die Hauptaufgabe des Berechnungsprogramms ist die Ausführung des Marching-in-on-time Algorithmus mit dem Aufstellen und Lösen eines linearen Gleichungssystems in jedem Zeitschritt. Dabei ist der zentrale Bestandteil die Berechnung der lokalen Matrizen, siehe [O], [M,O,S] für eine geeignete hp-zusammengesetzte Quadratur, und deren Zusammensetzung zur globalen Matrix. Da die Berechnungen der lokalen Matrizen sehr zeitintensiv sind, sind mehrere Maßnahmen zu ergreifen. Dazu gehört erstens die parallele Berechnung aller lokalen Matrizen mittels

MPI, zweitens Tests, ob der Kern des adjungierten Doppelschichtpotentials Null ist, wie z.B. auf dem Selbstelement, und drittens Tests, ob durch die Verwendung der Lichtkegel das Integrationsgebiet eine Nullmenge ist. Die Tests ob das Integrationsgebiet Null ist, erfolgen in zwei Schritten. Erstens ein einfacher Test vor der äußeren Quadratur, ob die Ansatz- und Testdreiecke für den aktuellen Zeitschritt den richtigen Abstand haben können. Ist dieser Test positiv, so wird vor der inneren Quadratur der minimale und maximale Abstand von dem äußeren Quadraturpunkt auf dem Testelement zu dem Ansatzdreieck berechnet, um zu überprüfen, ob das Integrationsgebiet für die innere Quadratur eine Nullmenge ist.

Während des Postprocessings werden Punktauswertungen des Schalldrucks mittels Potentialauswertung zu unterschiedlichen Orts- und Zeitpunkten vorgenommen, um diese Werte für weitere Berechnungen, wie z.B. das A-weighting, zu benutzen. Die Steuerung des Postprocessings erfolgt über MATLAB, wobei aber, aus den oben genannten Gründen, für die Potentialauswertung Maipros programmintern aufgerufen wird. Erfolgt die Potentialauswertung für alle Zeitpunkte bei gleichem Ortspunkt zeitgleich, kann durch Wiederverwendung der grundlegenden Integrale, genauso wie bei den Matrizen, die Komplexitätsklasse um eine Ordnung reduziert werden. Wie bei der Berechnung der Matrizen sind auch hier die Parallelisierung und der Test auf Nullmengen als Integrationsgebiet essenziell.

4. Numerische Experimente

4.1 Validierung: Schallabstrahlung einer Kugel in den Halbraum

Zur Validierung unserer numerischen Experimente haben wir eine geschlossene, exakte Lösung der Wellengleichung im Halbraum entwickelt.

Für die Einheitskugel B im Abstand h über einer starren Fahrbahn betrachten wir die Wellengleichung mit Schallgeschwindigkeit $c=1$ m/s und Anfangsbedingung $u(0, x, y, z) = u_0(r) + u_0(r')$, wobei

$$\begin{cases} u_0(r) = 1 + \cos\left(\frac{\pi r}{R}\right) & r < R \\ u_0(r) = 0 & r \geq R \end{cases},$$

$$r = |(x, y, z - h)| = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - 1 - h)^2} \quad \text{und} \quad r' = |(x, y, z + h)| = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + 1 + h)^2}.$$

Für Neumann-Randbedingungen auf der Kugeloberfläche ist die exakte Lösung des Anfangswertproblems gegeben durch:

$$u(t, x, y, z) = \frac{r-t}{2r} u_0(r-t) + \frac{r'-t}{2r'} u_0(r'-t)$$

Abbildung 2 zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung der analytischen und approximativen Lösung in $(0,0,2.8$ m) für $R=0.9$ m, $h=0.63$ m, $\Delta t=0.1$ s und 1080 gleichmäßige Dreiecke [B,G,N,S].

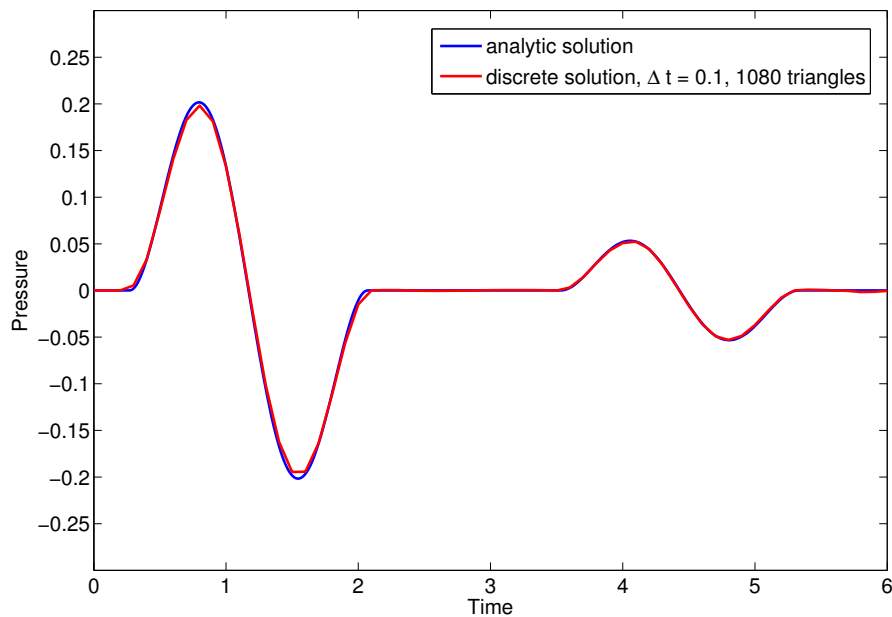


Abb. 2: Exakter Schalldruck und seine Galerkinnäherung in $(0,0,2.8)$

4.1.1 Der vibrierende PKW- Reifen

Ein gleichmäßig rollender Reifen erfährt zyklische Deformationen. Um die Vibrationen, das heißt die rechte Seite in (1.2), zu beschreiben, benutzen wir die Partikelgeschwindigkeit (Schnellen) $\frac{\partial u_n}{\partial t}$ (von Prof. Kropp, Chalmers Univ. zur Verfügung gestellt). Diese Schnellen sind als

Fourierkoeffizienten durch drei komplexe Werte (Amplitude, Phasenverschiebung der Kosinus-Funktion in drei Raumdimensionen) für 513 äquidistante Frequenzpunkte zwischen 0 Hz und 1809.4 Hz in jedem der 6027 Knoten der benutzten Triangulierung gegeben. Gerechnet wurde ein PKW-Glatt-Reifen (205/55R16) Abbildung 3 auf einer Straße mit einer ISO 10844 Oberfläche (Achslast 3415 N, Geschwindigkeit 50 km/h). Abbildung 4 zeigt die Dichte von (1.4) für $\Delta t = 2.9 \cdot 10^{-5} s$ zu verschiedenen Zeitschritten. Zusätzlich zu der Singularität in der Kuppe, wo der Reifen die Fahrbahn trifft (siehe Horn-Effekt) beobachten wir eine Welle mit großer Amplitude, die um den Reifen läuft. Dieser Effekt motiviert unser Studium von a posteriori Fehlerabschätzungen und adaptiven Diskretisierungen für die Lösung von Randintegralgleichungen im Zeitbereich [B,G,N,S].

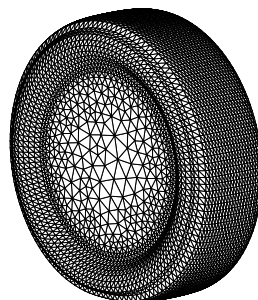


Abb. 3: Diskretisierung des 205/55R16 PKW Reifens, benutzt für Berechnung von Reifenvibration, Horneffekt

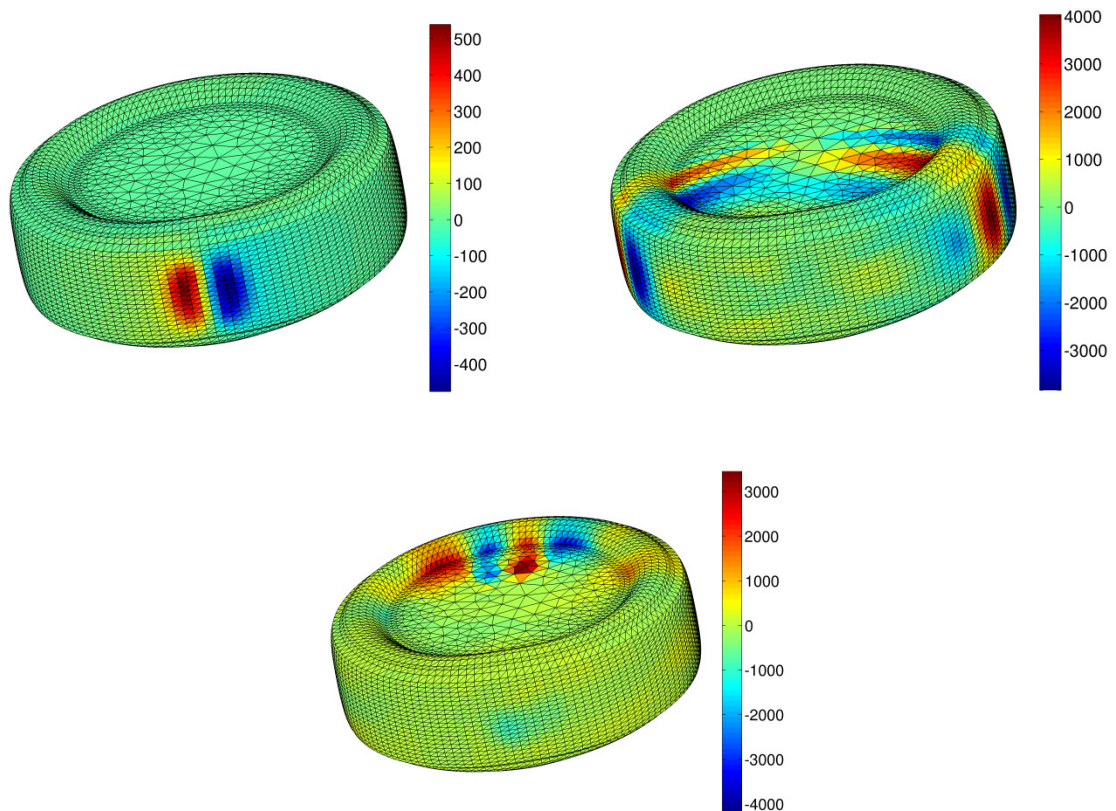


Abb. 4: Visualisierung der Dichte des vibrierenden Reifens für Zeitschrittlänge 0.01, und Zeitschritte: 3, 50, 100 [B,G,N,S].

Der sogenannte **A-weighted Schalldruckpegel** liefert eine Näherung für die menschliche Wahrnehmung des Geräuschs. Abbildung 5 zeigt den Schalldruckpegel für die Schallabstrahlung des obigen Reifens gemittelt über 321 Punkte auf der Halbkugel mit Radius 1 m oberhalb der Straße. Dazu wurde mit der genäherten Dichte (Lösung von (1.4)) der zeitabhängige Schalldruck $p(t, x)$ mit (1.1) bestimmt und dann mit diskreter schneller Fouriertransformation (FFT) in den Frequenzbereich überführt. Schließlich wurde das Resultat zur Berechnung des A-weighted Schalldruckpegels benutzt. Im Bereich zwischen 200 Hz und 2000 Hz besteht qualitative gute Übereinstimmung mit der Kurve TUHH, gewonnen mit BEM Rechnungen im Frequenzbereich an der TUHH.

Die hornförmige Geometrie zwischen Reifen und Straße ist der Grund für die Verstärkung einer Quelle nahe dem Kontakt zwischen Reifen und Fahrbahn. Wir modellieren diesen **Horn-Effekt** mit einem Dirac- Impuls, wodurch das gesamte Frequenzspektrum abgedeckt wird. Wir vernachlässigen die Reifenschwingung $-\rho\ddot{u}_N$ in (1.2) und setzen dort

$$\frac{\partial p^I}{\partial n}(t, x) = \frac{\partial \delta}{\partial n_x} \left(t - s - \frac{|x - y_{scr}|}{c} \right)$$

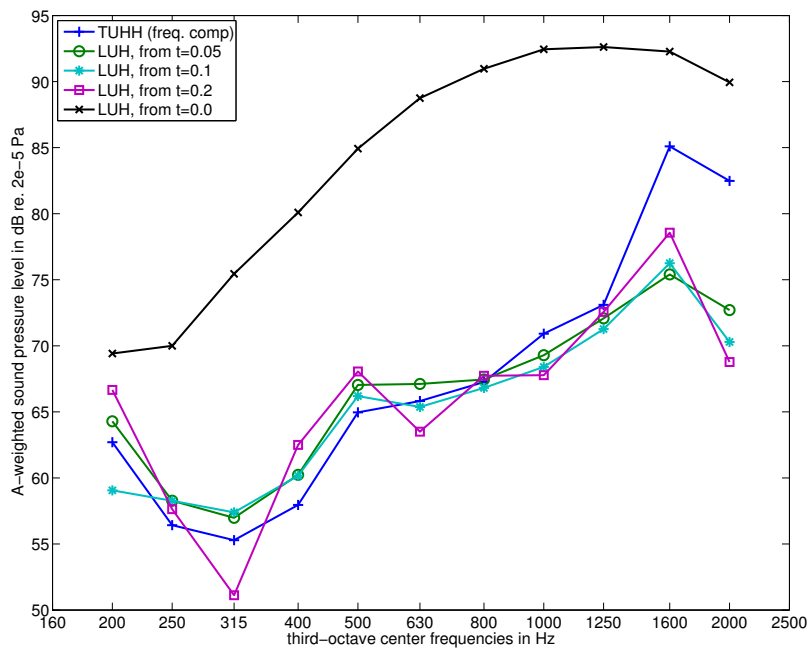


Abb. 5: Vergleich des Schalldruckpegels des PKW Reifens gemittelt über 321 Punkte und Frequenzbändern für die TDBEM und die Frequenzbereich BEM [B,G,N,S].

mit $y_{src} = (0.8 \text{ m}, 0, 0)$. Mit der so modifizierten rechten Seite im MOT Schema (1.6) wird die Dichte gerechnet und der zeitabhängige Schalldruck über das Einfeldschichtpotential im Empfängerpunkt $x_{fp} = (1 \text{ m}, 0, 0)$ ausgewertet. Damit ergibt sich die frequenzabhängige Verstärkung im Empfängerpunkt zu

$$\Delta L_H(\omega) = 20 \log_{10} \left(\frac{|\hat{p}_1(x_{fp}, \omega)|}{|\hat{p}_2(x_{fp}, \omega)|} \right).$$

Dabei ist \hat{p}_2 der Fourier transformierte Schalldruck des Dirac-Impulses, und \hat{p}_1 die Fourier transformation des Schalldrucks des Dirac-Impulses zusammen mit dem Schalldruck des Reifens. Abbildung 6 zeigt die berechnete Verstärkung für Frequenzen zwischen 200 Hz und 2000 Hz. Die gesamte simulierte Zeitspanne beträgt $T=0.07\text{s}$ mit Zeitschrittweiten $\Delta\tau = 4.66 \cdot 10^{-4} \text{ s}, 1.17 \cdot 10^{-4} \text{ s}, 2.92 \cdot 10^{-5} \text{ s}$, mit $\Delta\tau = \frac{\Delta t}{c}$. Abbildung 6 zeigt, dass eine maximale

Zeitschrittweite nicht überschritten werden darf, da die Ergebnisse durch den numerischen Approximationsfehler (siehe Kurve für $\Delta\tau = 4.66 \cdot 10^{-4} \text{ s}$) dominiert werden. Dies wird auch aus den Rechnungen zum LKW-Reifen deutlich. Für kleinere Schrittweiten konvergiert das Verfahren zu der exakten Schallabstrahlung und die Kurven im Frequenzbereich nähern sich einander an [B,G,N,S].

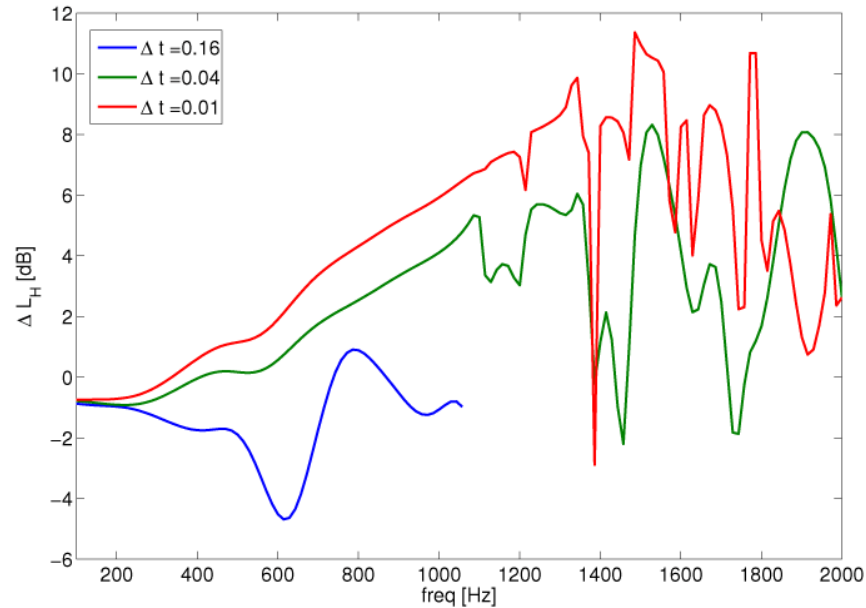


Abb. 6: Verstärkung durch Horneffekt, 205/55R16 Glattreifen 1 mm über Grund

Um den **Doppler-Effekt** zu simulieren, betrachten wir eine akustische Punktquelle auf der Einheitskugel, die sich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v} = (v, 0, 0)$, $v = 6.86$ m/s horizontal (entlang der x_1 -Achse) bewegt. Die Kugel strahlt mit $f_s = (2\pi)^{-1} 343$ Hz ≈ 54.59 Hz bei Schallgeschwindigkeit $c = 343$ m/s. Dank der Theorie des Doppler-Effektes erwarten wir eine Frequenz von $f_R = v(c-v)^{-1} f_s + f_s \approx 55.70$ Hz im Punkt $x_R = (13$ m, 0, 0), wenn wir die Winkeländerung vernachlässigen zwischen Empfänger und Sender bei Annäherung der Kugel an den Empfänger. Für die Berechnung wählen wir 320 gleichseitige Dreiecke zur Diskretisierung der Kugeloberfläche, Zeitschritt $\Delta t = 4.37 \cdot 10^{-4}$ s und 2194 Zeitschritte. Abbildung 7 zeigt den diskret Fourier transformierten Schalldruck $\hat{p}(f, x_R)$ (normalisiert auf 1) in x_R für Frequenzen bis 100 Hz und vergleicht das Signal mit der diskreten Fouriertransformation einer Sinus-Welle $\sin(2\pi f_s t_j)$ in denselben Zeitknoten $t_j = (t-1)\Delta t$. Die erwartete Frequenzverschiebung von 2% ist klar sichtbar im numerischen Experiment.

Als eine Variation des **bewegten Reifens** betrachten wir das folgende idealisierte Modell eine rollenden Reifens: Zusätzlich zur Vorwärtsgeschwindigkeit v entlang x_1 rotiert er um seinen Mittelpunkt mit einer Winkelgeschwindigkeit ω um die x_2 -Achse durch $x_3 = R + h$, wobei $\omega = v/R$, R der Radius des Reifens. Um die Schallabstrahlung eines rollenden Reifens realistischer zu modellieren, transformieren wir eine stationäre Druckverteilung $f = f(t, x_1, x_2, x_3)$ auf die bewegte Oberfläche.

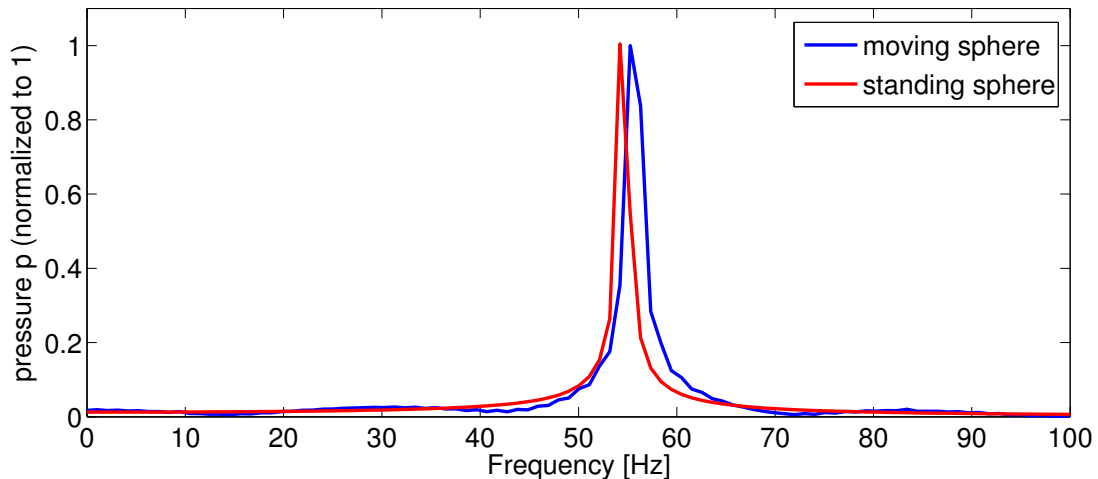


Abb. 7: Dopplereffekt: Fourier transformierter Schalldruck vs. Sinussignal als Funktion der Frequenz im Punkt (13,0,0) [B,G,N,S].

Die Kraft f wirkt dann am Ort:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R+h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & 0 & -\sin(\omega t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\omega t) & 0 & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - \omega R t \\ x_2 \\ x_3 - R - h \end{pmatrix}$$

Auflösen nach (x_1, x_2, x_3) ergibt:

$$\begin{pmatrix} x_1 - \omega R t \\ x_2 \\ x_3 - R - h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & 0 & \sin(\omega t) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\omega t) & 0 & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 - R - h \end{pmatrix}$$

Damit erhalten wir als Dirichlet-Randbedingung auf dem **rollenden Reifen**:

$$f_{roll}(t, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) = f(t, \cos(\omega t)\tilde{x}_1 + \sin(\omega t)(\tilde{x}_3 - h) + \omega R t, x_2, h - \sin(\omega t)\tilde{x}_1 + \cos(\omega t)(\tilde{x}_3 - h))$$

Um den Schalldruck außerhalb des Reifens zu erhalten, der ja die Lösung $U(\tilde{t}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)$ der Wellengleichung ist, lösen wir die Randintegralgleichung (1.2) und benutzen wieder einen Einfachschichtpotential-Ansatz (1.1) auf der Oberfläche des Reifens.

Abbildung 8 zeigt unsere numerischen Ergebnisse für eine rollende Einheitskugel. Dazu haben wir eine Monopol-Schallquelle an der Vorderseite der Kugel genommen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit $v = 24.6$ km/h bewegt. Der Schalldruck ist ausgewertet im Punkt $(2m, 0, 0)$ und die Kugel rollt über diesen Punkt zum Zeitpunkt 0.25 Sekunden. Wir beobachten einen hochfrequenten numerischen Nebeneffekt, sogenannte Wiggles, die dem tatsächlichen Schalldruck überlagert sind.

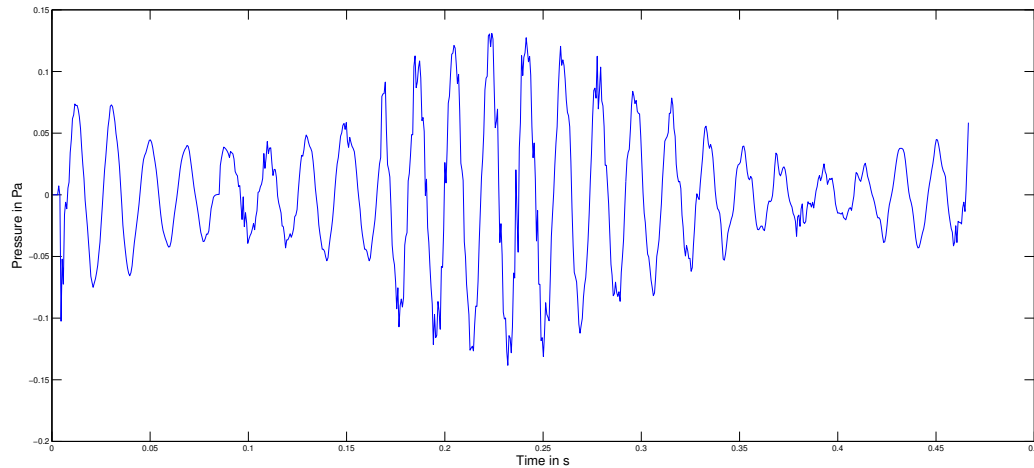


Abb. 8: Rollende Kugel: Schalldruck (in Pa) in (1,0,0) für 343 Hz

4.1.2 Rollender Reifen

Bei der Untersuchung sich bewegender Reifen, beziehungsweise der Wirkung ihrer Oberflächen auf das Schallfeld, ist eine Berechnung im Zeitbereich unumgänglich. Wir beschränken uns auf geradlinige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit des Reifens. Das Schallfeld im Außenraum kann ebenfalls berechnet und mit den Messungen von Vorbeifahrtexperimenten verglichen werden.

Das Thema dieses Abschnitts ist die Entwicklung einer transienten 3D Randelementmethode für den rollenden Reifen auf der Straße.

Eine bewegte Punktquelle im Punkt $y + \vec{v}t$ erzeuge Schall gemäß einer zeitabhängigen Intensitätsfunktion $Q(t)$.

Unter Anwendung einer Lorentz-Transformation lässt sich die Fundamentallösung für die Wellengleichung im mitbewegten Koordinatensystem schreiben als:

$$G(x, t; y, \tau) = \frac{\delta(t - \tau - \frac{R}{c})}{4\pi R[1 - M_R]}$$

wobei $M_R = \frac{M\mathbf{R}}{R}$ und der Machvektor $M = \frac{\vec{v}}{c}$ sind. An einer ebenen Oberfläche wird der Schall je nach Beschaffenheit der Oberfläche reflektiert.

Der einfachste Fall ist wieder die symmetrische Reflektion für schallharte Oberflächen (keine Absorption). Die Fundamentallösung ergibt sich in diesem Fall aus der Addition zweier Vollraum-Fundamentallösungen:

$$G(x, t; y, \tau) = \frac{\delta(t - \tau - \frac{R}{c})}{4\pi R[1 - M_R]} + \frac{\delta(t - \tau - \frac{R'}{c})}{4\pi R'[1 - M_{R'}]}$$

Die theoretischen Ergebnisse unserer Arbeiten zu Konvergenz und adaptiven Methoden [G,N,S1], [G,N,S2] übertragen sich auf diesen Fall. Wir erhalten wieder die Integralgleichung (1.2) und ihre diskrete Variante (1.4), wobei hier der adjungierte Doppelschichtoperator im Zeitbereich im bewegten Koordinatensystem gegeben ist durch:

$$K'\varphi(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{n_x \cdot \bar{R}}{R[1-M_R]} \dot{\varphi}\left(t - \frac{\bar{R}}{c}, y\right) ds_y + \frac{n_x \cdot \bar{R} + R n_x \cdot M}{R[1-M_R]^2} \varphi\left(t - \frac{\bar{R}}{c}, y\right) ds_y \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{n_x \cdot \bar{R}'}{R'[1-M_R']} \dot{\varphi}\left(t - \frac{\bar{R}'}{c}, y'\right) ds_{y'} + \frac{n_x \cdot \bar{R}' + R' n_x \cdot M}{R'[1-M_R']^2} \varphi\left(t - \frac{\bar{R}'}{c}, y'\right) ds_{y'}.$$

Zur Validierung unserer Rechnungen benutzen wir die im Folgenden hergeleitete exakte Lösung der Wellengleichung im Halbraum, die zu einer mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix}$ bewegten

Kugel mit Dirichlet Randbedingungen gehört.

Wir nehmen an, dass die Kugel in Richtung der x-Achse rollt ($v_y = 0$) und sich in $z = h$ um die y-Achse dreht. Mit der Lorentz-Transformation:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(t - \frac{v}{c^2}x) \\ \gamma(x - vt) \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

transformieren wir für die Lösung $U(t, x, y, z)$ der Wellengleichung in eine Lösung $U(t', x', y', z')$ im bewegten Koordinatensystem.

Die neue Lösung der Wellengleichung lautet:

$$U(t', x', y', z') = \frac{r - \gamma(t - \frac{v}{c^2}x)}{2r} u_0(r - \gamma(t - \frac{v}{c^2}x)) + \frac{r' - \gamma(t - \frac{v}{c^2}x)}{2r'} u_0(r' - \gamma(t - \frac{v}{c^2}x))$$

mit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + (z' - 1 - h)^2} = \sqrt{\gamma^2(x - vt)^2 + y^2 + (z - 1 - h)^2} \\ r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + (z' + 1 + h)^2} = \sqrt{\gamma^2(x - vt)^2 + y^2 + (z + 1 + h)^2}$$

Die Lösung $U(t, x, y, z)$ beschreibt die Schallabstrahlung einer Einheitskugel, die sich mit Geschwindigkeit v_x in x-Richtung auf einer schallharten Straße bewegt.

Für einen Betrachter, der unter dem Reifen auf der Straße sitzt, sieht die Lösung so aus:

$$U(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \frac{\tilde{r} - \frac{\tilde{t}}{\gamma} + (\gamma - \frac{1}{\gamma})\tilde{x}}{2\tilde{r}} U_0\left(\tilde{r} - \frac{\tilde{t}}{\gamma} + (\gamma - \frac{1}{\gamma})\tilde{x}\right) + \frac{\tilde{r}' - \frac{\tilde{t}}{\gamma} + (\gamma - \frac{1}{\gamma})\tilde{x}}{2\tilde{r}'} U_0\left(\tilde{r}' - \frac{\tilde{t}}{\gamma} + (\gamma - \frac{1}{\gamma})\tilde{x}\right)$$

Hier sind $c = 1$,

$$\tilde{r} = \sqrt{\gamma^2 \tilde{x}^2 + y^2 + (z-1-h)^2}, \quad \tilde{r}' = \sqrt{\gamma^2 \tilde{x}^2 + y^2 + (z+1+h)^2}, \quad \tilde{x} = x - v_x t$$

Diese Lösung der bewegten Wellengleichung im Halbraum haben wir zur Verifizierung unserer numerischen Ergebnisse verwendet.

4.2 Der vibrierende LKW Reifen

Unser neuentwickeltes Programm ermöglicht die numerische Simulation von LKW-Reifen-Rollgeräuschen (über einen breiten Frequenzbereich). Die Oberfläche des LKW Reifens 315/80R22.5 ist diskretisiert durch 26064 Dreieckselemente [B,G,N,S] (Abbildung 9). Die Geschwindigkeit ist 60 km/h auf einer SMA 0/8 Straßenoberfläche. Wie bei der Untersuchung des PKW Reifens schwebt auch der LKW Reifen 1 mm über der Straße. Abbildung 10 zeigt den A-gewichteten Schalldruckpegel über den untersuchten Terzbändern, berechnet mit diskret Fourier transformierten Mittelwerten des Schalldrucks φ aus (1.4) mit $\Delta t = 7.29 \cdot 10^{-4} s$. Die unterschiedlichen Kurven wurden erhalten für verschiedene Bereiche $t \geq t_0$ mit $t_0 = 0s, 2.92 \cdot 10^{-6} s, 1.16 \cdot 10^{-6} s, 2.92 \cdot 10^{-5} s, 5.83 \cdot 10^{-5} s, 8.75 \cdot 10^{-5} s, 1.17 \cdot 10^{-4} s$. Im Bild sind die Zeitschrittweiten in Einheiten mit $c = 1$ angegeben. Alle Kurven zeigen für den Bereich 200 - 1000 Hz qualitativ ähnliches Verhalten. Für höhere Frequenzen ist eine kleinere Zeitschrittweite wie beim PKW Reifen nötig, da für die obige Zeitschrittweite dann zu wenige Zeitpunkte pro Schwingung verwandt werden. Der Vergleich mit Abb. 44 im Bericht der TUHH zeigt, dass die mit der TDBEM gewonnenen Lösungen qualitativ gleiche Vorhersagen liefern wie die Lösungen der Frequenzbereich-BEM, zumindest im von unseren Experimenten erfassten Bereich bis 900 Hz. Für höhere Frequenzen zeigt Abbildung 11, wie der zuverlässig berechnete Frequenzbereich sich bei Halbierung der Zeitschrittweite verdoppelt. Weitere numerische Studien mit kleineren Zeitschrittweiten finden derzeit statt, verzögert von einem unvorhersehbaren Wartungszeitraum des verwendeten Rechenclusters.

Die Rechnungen wurden durchgeführt auf dem Intel Xeon Hochleistungsserver des Instituts für Angewandte Mathematik der Leibniz Universität Hannover (X5675 Hexacore CPU's (3,06 GHz)). Ohne weitere Optimierung des Programms benötigt die Randelementmethode zur Berechnung der Dichte für den LKW-Reifen etwa 2 Tage, das Postprocessing für den Schalldruck 4h. Mit Verwendung der implementierten adaptiven Methoden auch in diesen großen Rechnungen sowie, in der Zukunft, schnellen Multipolmethoden zur Berechnung der Matrixeinträge erwarten wir eine Reduktion der Rechenzeiten um eine Größenordnung, wie etwa in [Y, J, M].

4.3 Die hypersinguläre Integralgleichung- eine Alternative für die Reifenberechnung auf schallharter Fahrbahn

Nehmen wir einen Doppelschichtpotentialansatz für den Schalldruck dann führt die Neumann-Randbedingung (Schall hart) auf dem Reifen Γ auf eine Integralgleichung 1. Art mit dem hypersingulären Operator W für die unbekannte Dichte $\psi(t, x)$ auf Γ :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \int_\Gamma W \psi(x, t) \eta(x, t) ds_x dt = & \int_0^\infty \int_\Gamma \int_\Gamma \left\{ \frac{-n_x \cdot n_y}{|x-y|} \psi\left(t - \frac{|x-y|}{c}, y\right) \dot{\eta}(t, x) ds_x ds_y dt \right\} \\ & + \int_0^\infty \int_\Gamma \int_\Gamma \frac{1}{4\pi |x-y|} \text{curl}_{\Gamma_y} \psi\left(t - \frac{|x-y|}{c}, y\right) \text{curl}_{\Gamma_x} \eta(t, x) ds_x ds_y dt \end{aligned} \quad (0.8)$$

mit dem tangentiellen Oberflächen-curl-Operator $curl_{\Gamma}$ sowie Zusatztermen mit y' statt y .

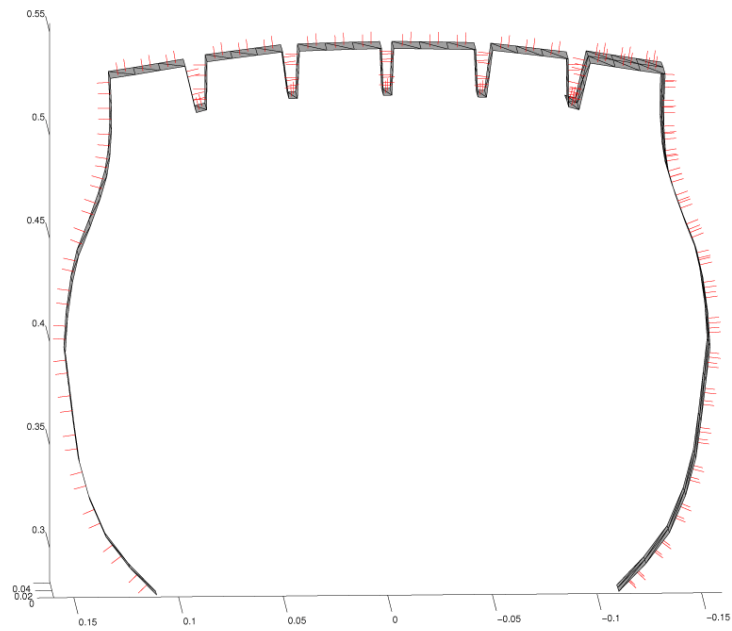


Abb. 9: Querschnitt des LKW Reifens mit Verteilung der Normalenvektoren

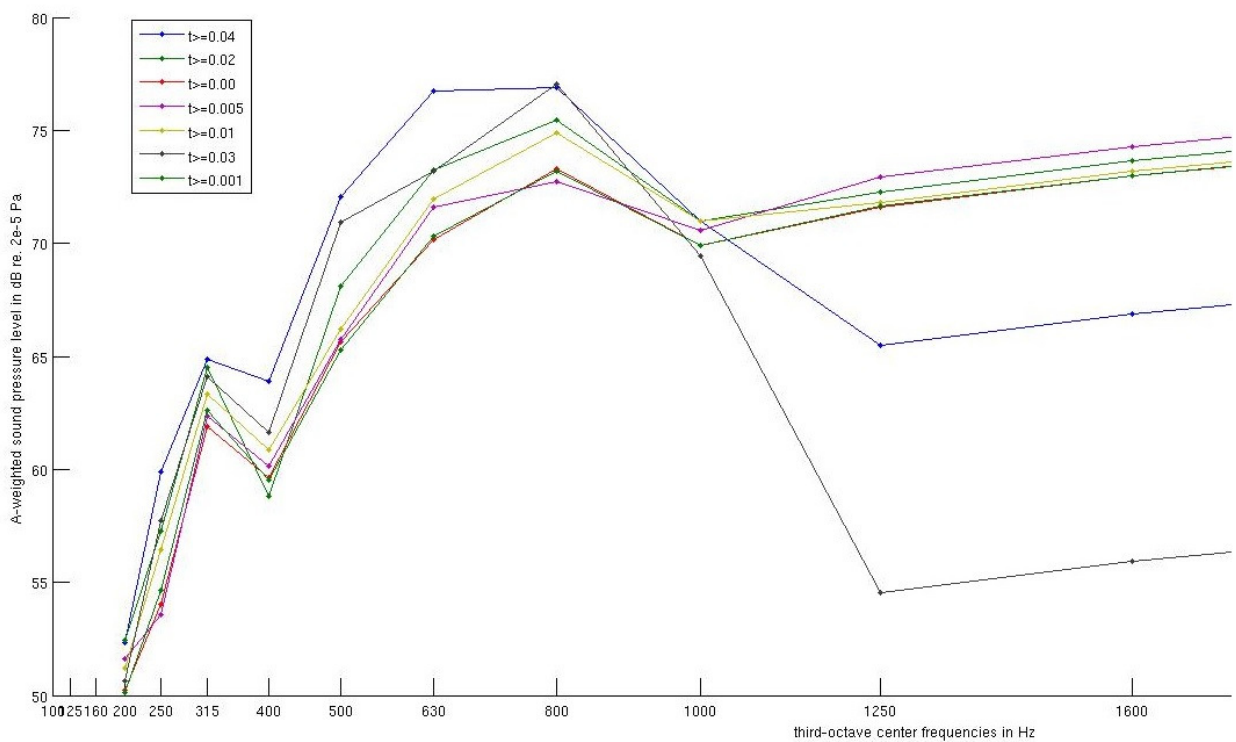


Abb. 10: Schalldruckpegel des LKW Reifens gemittelt über 321 Punkte auf einer Halbkugel vom Radius 2 m um (0,0,0) und gemittelt über Frequenzbänder für die TDBEM mit Zeitschrittweite $7.29 \cdot 10^{-4}$ s [B,G,N,S].

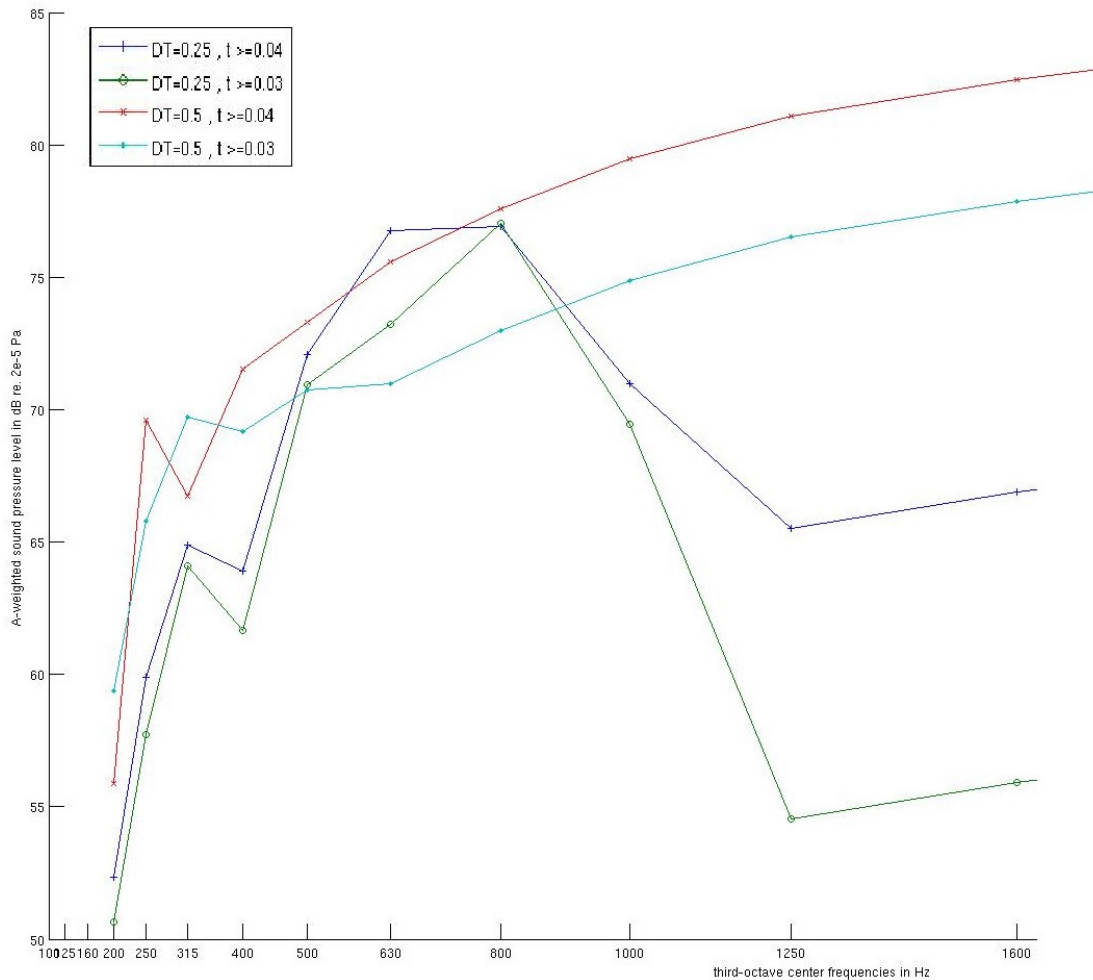


Abb. 11: Vergleich der Schalldruckpegel für Schrittweiten $1.46 \cdot 10^{-3}$ s und $7.29 \cdot 10^{-4}$ s.

Analog zu Abschnitt 1.2 kann (1.8) durch das Raum-Zeit-Galerkin-Verfahren gelöst werden, wobei die BEM Diskretisierung wieder auf ein MOT-Schema führt. In [G,N,S2] haben wir auch für die Lösung der hypersingulären Integralgleichung 1. Art (1.8) a posteriori Fehlerabschätzungen und adaptive Gitterverfeinerungsalgorithmen gewonnen.

Mit dem Einfachschichtpotential V in (1.7) dem Operator K' in (1.3), seinem adjungierten Operator K und dem hypersingulären Operator W in (1.8) haben wir alle für eine symmetrische FEM-BEM Kopplung im Zeitbereich nötigen Integraloperatoren implementiert und analysiert. Wir können nun allgemeine akustische Randbedingungen auf dem Reifen [G,N,S1], [G,N,S2], [HD] sowie nicht-lineare Probleme (Reifenverformung bei Fahrbahnkontakt) und zugehörige Schallabstrahlung adaptiv voll zeitabhängig rechnen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Die entwickelte zeitabhängige Randelementmethode bietet eine performante Möglichkeit, die Geräuschabstrahlung von Reifen im Zeitbereich zu berechnen. Das Modell wurde hinsichtlich der Genauigkeit optimiert und sowohl für ruhende und bewegte PKW Reifen als auch für LKW Reifen validiert. Adaptive Algorithmen wurden für Fehler kontrollierte Verfahren zur effizienten numerischen Simulation mit lokaler Gitterverfeinerung gewonnen. Dies ermöglicht eine Verkürzung der Rechenzeiten, welche ebenso durch Parallelisierung des Codes erreicht wurde. Die Simulation im Zeitbereich eröffnet ein breites Anwendungsspektrum jenseits der mit Frequenzbereichsmethoden behandelbaren Ingenieursproblemen. Insbesondere bietet sich die Möglichkeit zur quantitativen Simulation nichtlinearer dynamischer Prozesse und transienter Phänomene. Zukünftige Forschungsvorhaben umfassen die Modellierung der Brems- und Beschleunigungsvorgänge des Stadtverkehrs, die dynamische Verformung des rollenden Reifens und den Kontakt zwischen Reifen und Fahrbahn in einem gekoppelten Finite Elemente/Randelemente-Verfahren. Der effiziente und hochpräzise entwickelte Code stellt alle für diese Kopplungsprozesse benötigten Bausteine zur Verfügung, ein hochaktives Feld internationalen Interesses.

Darüber hinaus bieten die hier präsentierten Arbeiten eine Basis, auch höherfrequente Schallemission quantitativ zu studieren. Die Herausforderung ist es, die numerische Pollution mit hp-adaptiven oder an die Physik angepassten Ansatzfunktionen zu beheben.

6. Literaturangaben

- [B,G,N,S] Banz, L. Gimperlein, H. Nezhi, Z., Stephan E. P. *Time domain BEM for sound radiation of tyres*, (2014) to appear
- [G,N,S1] Gimperlein, H. Nezhi, Z., Stephan E. P. A priori error estimates for a time-dependent boundary element method for the acoustic wave equation in half- space, *Math. Meth. Appl. Sci.* (2014) to appear
- [G,N,S2] Gimperlein, H. Nezhi, Z., Stephan E. P. A residual a posteriori error estimate for the time- domain boundary element method, in preparation
- [HD] Ha-Duong, T. On retarded potential boundary integral equations and their discretizations, *Topics in computational wave propagation*, pp. 301-336, *Lect. Notes Comput. Sci. Eng.*, 31, Springer, Berlin (2003).
- [M,O,S] Maischak, M., Ostermann, E., Stephan, E.P. TD-BEM for sound radiation in 3 dimensions and the numerical evaluation of retarded potentials, *International Conference on Acoustics, NAG/DGA.* (2009).
- [N] Nezhi, Z. Adaptive time- domain boundary element method for sound radiation of tyres, Ph.D. thesis, Leibniz University Hannover, (2014)
- [O] Ostermann, E. Numerical methods for space-time variational formulations of retarded potential boundary integral equations, Ph.D. thesis, Leibniz University Hannover, 2009.
- [OC] Ochmann, M. Closed form solutions for the acoustical impulse response over a masslike or an absorbing plane. *J. Acoust. Soc. Am.* 129(6), 3502-3512 (2011).
- [S,M,O] Stephan, E.P., Maischak, M., Ostermann, E., Transient boundary element method and numerical evaluation of retarded potentials, *Computational Science-ICCS* (2008) 321-330.

Berichtsblatt

1. ISBN oder ISSN geplant	2. Berichtsart (Schlussbericht oder Veröffentlichung) Schlussbericht
3. Titel SPERoN 2020 Teil II: Entwicklung eines performanten Rechenmodells zur Berechnung und Reduzierung der Geräuschabstrahlung von Reifen	
4. Autor(en) [Name(n), Vorname(n)] Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff Dipl.-Ing., Keuchel, Sören Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Kropp Prof. Dr. rer. nat. Ernst P. Stephan Dr.-Ing. Thomas Beckenbauer	5. Abschlussdatum des Vorhabens 30.06.2014
	6. Veröffentlichungsdatum
	7. Form der Publikation
8. Durchführende Institution(en) (Name, Adresse) TU Hamburg-Harburg, Institut für Modellierung und Berechnung Denickestraße 17, 21073 Hamburg Chalmers University of Technology, Division of Applied Acoustics S-41296 Gothenburg, SCHWEDEN Leibniz Universität Hannover, Institut für Angewandte Mathematik Welfengarten 1,30167 Hannover Müller-BBM GmbH Robert-Koch-Straße 11, 82152 Planegg/München	9. Ber. Nr. Durchführende Institution
	10. Förderkennzeichen 19 U 10016 E , 19 U 10016 F , 19 U 10016 C
	11. Seitenzahl 94
12. Fördernde Institution (Name, Adresse) Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (BMWi) 53107 Bonn	13. Literaturangaben 32
	14. Tabellen 3
	15. Abbildungen 79
16. Zusätzliche Angaben	
17. Vorgelegt bei (Titel, Ort, Datum)	
18. Kurzfassung Das Verbundprojekt Leiser Straßenverkehr 3 (LEISTRA3) hat sich als zentrales Ziel gesetzt, Maßnahmen zur Minderung des Straßenverkehrslärms in Ballungsräumen zu entwickeln, die dort aufgrund der hohen Bevölkerungsdichte besonders wirkungsvoll sind. Verfolgt wurden verschiedene Forschungsansätze, die die Geräuschemission an der Lärmquelle nachhaltig reduzieren. Da die Geräuschemission des fließenden Verkehrs maßgeblich durch Wechselwirkungen an der Kontaktstelle von rollendem Reifen und Fahrbahn bestimmt wird, standen die Reifen-Fahrbahn-Geräusche im Fokus der Untersuchungen. Darüber hinaus wurde ein leistungsfähiges Modul zur Reifenoptimierung entwickelt, mit dem der Einfluss der Profilierung und des Reifenaufbaus auf die Schallabstrahlung und den Rollwiderstand untersucht werden kann. Im Fokus stand dabei die Auswahl und Anwendung geeigneter numerischer Verfahren zur Verkürzung der Rechenzeiten, um ein praxistaugliches Optimierungstool bereit zu stellen. Dies ermöglicht eine effiziente Bestimmung von Schallabstrahlung und Rollwiderstand ohne aufwendigen Prototypenbau.	
19. Schlagwörter Reifen-Fahrbahn-Geräusch; Rechenmodell; Schallabstrahlung; Rollwiderstand; numerisches Verfahren	
20. Verlag	21. Preis

Document Control Sheet

1. ISBN or ISSN planned	2. type of document (e.g. report, publication) Final report
3. title SPERoN 2020 part II: Development of a high-performance mathematical model for calculation and reduction of the noise emission of tyres	
4. author(s) (family name, first name(s)) Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff Dipl.-Ing., Keuchel, Sören Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Kropp Prof. Dr. rer. nat. Ernst P. Stephan Dr.-Ing. Thomas Beckenbauer	5. end of project June 2014 6. publication date 7. form of publication planned
8. performing organization(s) (name, address) TU Hamburg-Harburg, Institut für Modellierung und Berechnung Denickestraße 17, 21073 Hamburg Chalmers University of Technology, Division of Applied Acoustics S-41296 Gothenburg, SCHWEDEN Leibniz Universität Hannover, Institut für Angewandte Mathematik Welfengarten 1,30167 Hannover Müller-BBM GmbH Robert-Koch-Straße 11, 82152 Planegg/München	9. originator's report no. 10. reference no. 19 U 10016 E , 19 U 10016 F , 19 U 10016 C 11. no. of pages 94
12. sponsoring agency (name, address) Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (BMWi) 53107 Bonn	13. no. of references 32 14. no. of tables 3 15. no. of figures 79
16. supplementary notes	
17. presented at (title, place, date)	
18. abstract The Quiet Road Traffic 3 (LEISTR3) Joint Project is primarily aimed at developing methods to reduce the road traffic noise in urban agglomerations, which would be particularly effective due to the high density of population in such places. A wide range of research approaches was pursued for the purpose of lowering the source of noise in a sustainable manner. As the noise emission from moving traffic is primarily caused by interaction at the contact point of rolling tyres and road surface, research was focused on the resulting tyre road noise. Furthermore, a powerful module for the optimisation of tyres has been developed as a basis for researching the effect of the profile and structure of the tyre on sound radiation and rolling resistance. The focus here was on the selection and application of suitable numerical methods for shortening the calculating time for the purpose of providing a practical optimisation tool. This enables an efficient determination of sound radiation and rolling resistance without the need for time-consuming prototype construction.	
19. keywords tyre road noise; mathematical model; sound radiation; rolling resistance; numerical analysis	
20. publisher	21. price