

Gefördert durch das



Bundesministerium  
für Wirtschaft  
und Energie

Abschlussbericht  
Forschungsvorhaben FKZ:  
03ET2012G



AG-Turbo 2020  
Verbundprojekt:

Vorhaben-Nr. 4.1.5

**Optimierung von linearen Simulationstechniken für die  
aeroelastische Auslegung gekoppelter Turbinenschaufeln**

Zeitraum: 01.10.2012-31.05.2016

Projektleitung: Christian Frey

Bearbeiter: Christian Frey

Forschungsstelle: DLR

Industriepartner: Siemens AG, MTU Aero Engines GmbH

Autor: Christian Frey

Datum: 14.11.2016

Gefördert vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines  
Beschlusses des Deutschen Bundestages

Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor

Förderkennzeichen: 03ET2012G

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Vorhabensziele</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Der zeitlinearisierte Strömungslöser linearTRACE</b>	<b>7</b>
3.1	Ansätze zur Simulation von Flattern und Forced-Response . . . . .	7
3.2	Instationäre Strömungssimulation mit bewegten Netzen . . . . .	7
3.3	Linearisierung und Übergang in den Frequenzbereich . . . . .	9
3.4	Randbedingungen . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Das hybride zeitlinearisierte Verfahren</b>	<b>13</b>
4.1	Erweiterung des Numerisches Verfahrens . . . . .	13
4.2	Validierung Standardkonfiguration 4 . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Verwertung</b>	<b>19</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>20</b>

## Zusammenfassung

Dieser Bericht fasst die wesentlichen Ziele und Ergebnisse des Projekts 4.1.5 des Verbundvorhabens AG-Turbo 2020 zusammen. In diesem Projekt wurde ein hocheffizientes Simulationswerkzeug auf der Basis der linearisierten Navier-Stokes-Gleichungen weiterentwickelt. Ziele waren die Genauigkeitssteigerung durch eine flexiblere Vernetzung. Durch letztere wird ermöglicht, den Einfluss von Geometriedetails zu bewerten. Diese Verbesserungen sind in den beim DLR entwickelten Löser linearTRACE eingeflossen.

Eine große Herausforderung für CFD-basierte Strömungsvorhersagen liegt in der Abbildungsgenauigkeit der tatsächlichen Geometrie. Bei Turbomaschinen muss häufig auf eine vereinfachte Darstellung von Deckplatten, Fillets, Kavitäten und Snubbern zurückgegriffen werden. Diese ist mit blockstrukturierten Netzen nur sehr eingeschränkt möglich. Daher wurde in diesem Projekt der bestehende Löser linearTRACE für unstrukturierte Netze erweitert.

In diesem Bericht werden die Entwicklungsfortschritte in linearTRACE zusammengefasst sowie die Validierung und Anwendbarkeit der neuen Module an Hand von Turbomaschinenkonfigurationen gezeigt.

# 1 Einleitung

Die windabhängige Schwankung der Einspeisung von Strom durch Windkraftkraftanlagen erfordert von den konventionell fossil befeuerten Kraftwerken eine erhöhte Flexibilität bzgl. Teillast sowie das Vorhalten von erheblichen Leistungsreserven. Kombikraftwerke unter Verwendung von luftgekühlten Gasturbinen mit großer Einheitsleistung und schnellem Hochfahren sind das Rückgrad zum Ausgleich dieser Schwankungen (Leuchtturm „Irsching“).

Der Betrieb von Gas- und Dampfturbinen unter verschiedenen Umgebungsbedingungen und Lastanforderungen ist beschränkt durch sog. Grenzkurven der verschiedenen Komponenten und Disziplinen (z.B. Verdichterstabilität, Brennkammerstabilität, Gehäusebelastung, Sekundärluftsystem). Bei Turbinen hoher Einheitsleistung ist auch Schaufelflattern der großen Turbinenschaufeln eine mögliche Begrenzung des Betriebes, insbesondere im Hinblick auf maximale Leistungsabgabe (auch benötigt für den Ausgleich von Netzschwankungen durch Einspeiseschwankungen regenerativer Energiequellen). Parallel zum Trend zu ständiger Steigerung der Einheitsleistung ist eine ständige Steigerung des Kraftwerkwirkungsgrades (Effizienzverbesserung, geringerer Brennstoffverbrauch) ein Haupttreiber der Entwicklung. Dieser bricht sich über die Steigerung des Gasturbinenwirkungsgrades auf eine notwendige Steigerung des Turbinenkomponentenwirkungsgrades herunter. Durch Lastverlagerung hin zu den Endstufen (der letzten bzw. der beiden letzten Stufen) lässt sich der Turbinenwirkungsgrad steigern, da diese durch die große Blattlänge die höchsten Stufenwirkungsgrade aufweisen (geringer Einfluss von Sekundärströmungen). Eine derartige Lastverlagerung auf die hinteren Stufen, die einer weiteren Optimierung des Wirkungsgrades dient, erhöht allerdings gleichzeitig das Risiko von Schaufelflattern. Eine weitere (nicht unbeträchtliche) Möglichkeit der Wirkungsgradsteigerung besteht in der Optimierung/Reduzierung von in Endstufen verwendeten Kopplungselementen wie Deckbändern und Midspan-Snubbern. Diese Kopplungselemente reduzieren die Flutter-Anfachung von Endstufenschaufeln, sind aber mit aerodynamischen und thermodynamischen Nachteilen verbunden. Midspan-Snubber stellen einen Strömungswiderstand in einem aerodynamisch hoch belasteten Teil der Schaufel dar. Optimierung bzw. Verzicht verringert die aerodynamischen Verluste und erhöht den Stufenwirkungsgrad. Deckbänder in gekühlten Turbinenlaufschaufeln von Kraftwerks-Gasturbinen (insbesondere in der vorletzten Stufe) müssen mitgekühlt werden. Eine Optimierung bzw. ein Verzicht auf eine Deckbandkopplung reduziert den Kühlluftbedarf einer gekühlten Turbinenlaufschaufel und erhöht damit direkt den Gasturbinenwirkungsgrad. Quantitativ ergeben sich die folgenden Optimierungspotentiale:

- Erhöhung des Gasturbinenwirkungsgrades um +0.3%-Punkte durch Lastverlagerung auf die hinteren Turbinenstufen.
- Erhöhung des Gasturbinenwirkungsgrades um +0.15%-Punkte durch Optimierung/Verzicht von Kopplungselementen in hinteren Turbinenstufen (letzte und vorletzte Turbinenstufe).

Eine Optimierung bzw. ein Verzicht auf diese Elemente, die die Flutterneigung reduzieren sollen, bei gleichzeitiger Gewährleistung des sicheren Betriebes im gesamten Betriebsbereich ist nur bei genauer Flattervorhersage – einschließlich der Kopplungselemente – möglich.

Die aeromechanische Belastung der Turbinenschaufeln insbesondere durch Flattern muss daher immer mehr als Begrenzungsfaktor gesehen werden und bereits beim Entwurf der Schaufeln berücksichtigt werden,

insbesondere bei verschiedenen Betriebszuständen. Hauptanforderungen sind neben der Vorhersagegenauigkeit eine geringe Durchlaufzeit in der Rechnungsvorbereitung/-auswertung sowie geringe Rechenzeiten, um eine Vielzahl von Betriebspunkten im Design-Prozess bewerten zu können.

Ziel ist eine direkte Nutzung der entwickelten Methode durch die Industriepartner Siemens Energy und MTU Aero Engines nach Abschluss der Projektarbeiten. Gas- und Dampfturbinen, insbesondere flattergefährdete Endstufen, können dann wie oben beschrieben verbessert ausgelegt werden und die Ziele hinsichtlich Einsatzflexibilität und Effizienzsteigerung erreicht werden.

## 2 Vorhabensziele

Der Schwerpunkt dieses Projektes liegt in der Entwicklung und Erprobung eines Lösungsalgorithmus für unstrukturierte Gitternetze auf der Basis der linearisierten Navier-Stokes-Gleichungen, um die Durchlaufzeiten bei der Auslegung von Turbinenschaufeln zu reduzieren. Unstrukturierte Gitternetze kommen insbesondere bei der Vernetzung komplexer Schaufelgeometrien (Snubber, Deckbänder, etc.) zum Einsatz. Dadurch entfällt die bei blockstrukturierter Vernetzung manuell vorzunehmende Idealisierung des Rechengebiets. Außerdem erhöht die Berücksichtigung von geometrischen Details die Genauigkeit der Simulation. Lineare Lösungsverfahren ermöglichen extrem kurze Antwortzeiten für die aeroelastische Bewertung von Turbinenschaufeln, wie sie in der industriellen Auslegung erforderlich sind. Diese liegen bei einem linearen Verfahren zur Flatterrechnung um 2 Größenordnungen unter den Rechenzeiten entsprechender nichtlinearer instationärer Simulationen. Die Linearisierung der Navier-Stokes-Gleichungen soll im Rahmen dieses Projektes über einen zeitharmonischen Ansatz realisiert werden. Dabei wird das Strömungsfeld in einen stationären und einen instationären Teil zerlegt. Der instationäre Teil kann dann unter der Annahme kleiner Amplituden durch eine modale Zerlegung unter Vernachlässigung Terme höherer Ordnung in der Zeit durch ein lineares Gleichungssystem beschrieben werden. Mit diesem Ansatz lässt sich das Verhalten der Schaufel bei Anregung bei einer bestimmten Frequenz untersuchen. Zwei Fragestellungen sind dabei von Interesse:

- Stabilität der Schaufel gegen Flattern, d. h. Dämpfung oder Anregung der mechanischen Eigenmode der Schaufel durch die angreifenden Luftkräfte.
- Das Verhalten der Schaufel bei aufgeprägten Störungen, die von stromauf oder stromab stehenden Schaufelreihen erzeugt werden (Forced-Response).

Um zu auslegungsrelevanten Ergebnissen bezüglich der Belastung zu kommen, genügt es, diese Simulationen für einige wenige Grundmoden an verschiedenen Betriebspunkten durchzuführen. Für Flatterrechnungen muss für vorgegebene Verformungen der Schaufeloberfläche (strukturmechanische Eigenmoden) aus dem Netz der stationären Rechnung ein Netz generiert werden, welches diese Verformung widerspiegelt. Dazu soll das bestehende Verfahren der elliptischen Netzdeformation auf unstrukturierte Netze verallgemeinert werden. Hierzu werden neue Kopplungstechniken an den Blockgrenzen zwischen unstrukturierten und strukturierten Blöcken benötigt. Das linearisierte Lösungsverfahren wird in das vorhandene DLR-Simulationsprogramm TRACE implementiert. Da TRACE bereits über ein nichtlineares unstrukturiertes Modul verfügt, können Programmteile (Setup, Parallelisierung, Diskretisierungsverfahren, etc.) für das linearisierte unstrukturierte Modul verwendet werden [22]. Für die Entwicklung von Algorithmen zur Aufstellung und Lösung des linearisierten Systems kann auf Erfahrungen bei der Linearisierung des blockstrukturierten Löser zurückgegriffen werden. Insbesondere wurden für Nicht-1-1-Blockverbindungen zwischen strukturierten Blöcken ein Interface geschaffen, dass in diesem Projekt für unstrukturierte Oberflächennetze verallgemeinert werden muss. Das beschriebene unstrukturierte lineare Berechnungsverfahren soll die Antwortzeit bei der Untersuchung von Phänomenen wie Schaufelflattern und Forced-Response zur aeromechanische Bewertung der Schaufelbelastung reduzieren und die Genauigkeit der numerischen Simulationsergebnisse gegenüber bestehenden Verfahren deutlich erhöhen.

# 3 Der zeitlinearisierte Strömungslöser linearTRACE

## 3.1 Ansätze zur Simulation von Flattern und Forced-Response

Für aeroelastische Untersuchungen an Turbinenkonfigurationen wird eine gekoppelte Simulation von Strömung und Struktur benötigt, d.h. es werden Tools aus den Disziplinen Computational Structural Mechanics (CSM) und Computational Fluid Dynamics (CFD) benötigt. Erstere basieren meist auf einer Diskretisierung mit Finiten Elementen. Prinzipiell kann man selbst- und fremderregte Schaufelschwingungen vorhersagen, indem man mit Hilfe dieser Löser die instationären Gleichungen für Strömung und Struktur in der Zeit integriert. Zusätzlich zu den eigentlichen Lösern wird lediglich ein Verfahren zur Kopplung benötigt, d.h. zum Austausch von Schaufelauslenkung und aerodynamischen Druckkräften. Für den täglichen Einsatz bei der Bewertung des Designs einer Turbomaschine kommen gekoppelte aeroelastische Simulationen allerdings nicht in Frage, da sie einen übermäßigen Zeitaufwand bedeuten. Dies ist auf die sehr unterschiedlichen Zeitskalen für die zu betrachtenden Störungen in Strömung und Struktur zurückzuführen.

Statt dessen wird im industriellen Einsatz meist auf die Energiemethode zurückgegriffen. Hierbei wird zunächst eine Modalanalyse mit Hilfe eines CSM-Verfahrens durchgeführt, d.h. es werden die Schaufel-eigenmoden und ihre Frequenzen berechnet. Für die Bestimmung der aerodynamischen Dämpfung einer Eigenmode muss nun die periodisch instationäre Strömung bestimmt werden, die auftritt, wenn die entsprechende Schaufelschwingung vorgeschrieben wird. Durch Integration über die Periode und die Schaufeloberfläche kann dann an Hand der instationären Druckkräfte die aerodynamische Arbeit aufintegriert werden, d.h. die Arbeit  $W_{cyc}$ , die die Strömung an der Schaufelschwingung pro Periode verrichtet. In der Regel ist  $W_{cyc}$  negativ, d.h. die Strömung dämpft die Schaufelschwingung. Im umgekehrten Fall ist die Schaufelschwingung aerodynamisch angefacht, und die Schaufel insgesamt flattergefährdet. Analog wird neben dieser sogenannten Wirkarbeit die entsprechende Blindarbeit pro Periode gerechnet. Diese ist proportional zur aerodynamischen Steifigkeit und damit zur Verschiebung der Eigenfrequenz der Schwingungsmode im Strömungsmedium gegenüber Vakuumsbedingungen.

Für Forced-Response-Untersuchungen werden zunächst aerodynamische Dämpfung und Steifigkeit einer Eigenmode wie für Flattern untersucht, allerdings bei der Frequenz der Anregung. Dann wird eine instationäre Simulation mit der Störung (z.B. mit dem Nachlauf einer stromauf liegenden Schaufelreihe), aber mit stehender Schaufel durchgeführt. Aus diesen beiden Rechnungen kann dann – unter der Annahme, dass das Verhalten der Struktur weitgehend linear ist – die Schwingungsamplitude abgeschätzt werden [13].

Durch Linearisierung und Übergang in den Frequenzbereich können die Flutter- und Forced-Response-Analysen auf lineare Probleme reduziert und damit weiter beschleunigt werden. In den folgenden Abschnitten sollen der instationäre und zeitlinearisierte Ansatz genauer beschrieben werden.

## 3.2 Instationäre Strömungssimulation mit bewegten Netzen

Wir betrachten im Folgenden ein zeitabhängiges Netz und eine Strömung  $\mathbf{q}$ , wobei  $\mathbf{q}_i$  für jede Zelle  $i$  den mittleren Zustand bezeichne. Die Finite-Volumen-Diskretisierung der Navier-Stokes-Gleichungen im rotie-

renden System

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{U}) &= 0 \\
 \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{U}} \mathbf{U} + \frac{1}{\rho} (\nabla p - \operatorname{div} \boldsymbol{\tau}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U} - |\boldsymbol{\Omega}|^2 r \mathbf{e}_r &= 0 \\
 \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{U}} p + \gamma p \operatorname{div} \mathbf{U} + \operatorname{div} \mathbf{Q} - \operatorname{Tr}[\boldsymbol{\tau} \nabla \mathbf{U}] &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

lässt sich dann schreiben als

$$\frac{\partial}{\partial t} (V_i \mathbf{q}_i) + \sum_j \mathbf{F}'_j + \mathbf{S}_i V_i = 0, \tag{3.2}$$

wobei  $j$  über alle Zellflächen läuft.  $\mathbf{F}'_j$  bezeichnet den numerischen Fluss durch die  $j$ -te Zellfläche.  $V_i$  ist das  $i$ -te Zellvolumen,  $\mathbf{S}_i$  der zu Zentrifugal- und Corioliskraft gehörende, über die Zelle  $i$  gemittelte, Quellterm.

Im zu Grunde liegenden Verfahren TRACE basieren die numerischen Flussfunktionen  $\mathbf{F}'_j$  auf dem MUSCL-Ansatz [19], der wiederum eine Verallgemeinerung auf eine Ortsgenauigkeit zweiter Ordnung des Roe-Schemas darstellt [15]. Die viskosen Flüsse werden aus Strömungsgradienten berechnet, die ebenfalls bis auf zweite Ordnung genau diskretisiert sind. Die Flussfunktion  $\mathbf{F}'_j$  für eine bewegte Zellfläche mit Geschwindigkeit  $\mathbf{w}$  erhält man aus der entsprechenden numerischen Flussfunktion für stehende Netze  $\mathbf{F}_j$  durch

$$\mathbf{F}'_j = \mathbf{F}_j - \mathbf{q} (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_j), \tag{3.3}$$

wobei  $\mathbf{n}_j$  die nach außen zeigende Zellflächeneinheitsnormale bezeichnet [2].

Definiert man das Stromungsresiduum durch

$$\mathbf{R}_i = V_i^{-1} \sum_j \mathbf{F}'_j + \mathbf{S}_i, \tag{3.4}$$

so wird aus Gl. (3.2):

$$\frac{\partial}{\partial t} (V_i \mathbf{q}_i) + V_i \mathbf{R}_i = 0. \tag{3.5}$$

Man beachte, dass  $\mathbf{R}_i$  von den Strömungsvariablen  $\mathbf{q}$ , den Gitterkoordinaten  $\mathbf{x}$  und  $\dot{\mathbf{x}}$ , wegen Gl. (3.3), auch von den Gittergeschwindigkeiten ab, d.h.

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_i(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}). \tag{3.6}$$

Im nichtlinearen instationären Löser kann z.B. das Crank-Nicolson-Schema für die zeitliche Integration von Gl. (3.5) verwendet werden:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\Delta t} \left( V^{(n+1)} \mathbf{q}^{(n+1)} - V^{(n)} \mathbf{q}^{(n)} \right) \\
 + \frac{V^{(n+\frac{1}{2})}}{2} \left( \mathbf{R}^{(n+1/2)}(\mathbf{q}^{(n+1)}) + \mathbf{R}^{(n+1/2)}(\mathbf{q}^{(n)}) \right) = 0,
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

wobei

$$\mathbf{R}^{(n+\frac{1}{2})}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}(\mathbf{q}, \mathbf{x}^{(n+\frac{1}{2})}, \dot{\mathbf{x}}^{(n+\frac{1}{2})}). \tag{3.8}$$

Das nichtlineare System in Gl. (3.7) wird in TRACE mit einem impliziten Pseudozeitschrittverfahren gelöst, [16, 13].

### 3.3 Linearisierung und Übergang in den Frequenzbereich

Die oben beschriebene Energiemethode kann noch einmal deutlich beschleunigt werden, wenn von der vereinfachenden Annahme Gebrauch gemacht wird, dass die instationären Strömungsanteile klein. In diesem Fall kann das Residuum durch seine Linearisierung ersetzt werden, wie dies von Hall und Clark vorgeschlagen wurde [3]. Im Folgenden soll dies näher beschrieben werden.

Zur Linearisierung von Gl. (3.2) werden zunächst die Netzkoordinaten und die Lösung in einen zeitunabhängigen mittleren und einen instationären Anteil zerlegt:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{x}^0 + \delta\mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t) \\ \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{q}^0(\mathbf{x}^0) + \delta\mathbf{q}(\mathbf{x}^0, t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Im zeitlinearisierten Ansatz wird  $\mathbf{q}^0$  als stationäre Lösung gewählt, d.h.

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}^0, \mathbf{x}^0, 0) = 0. \quad (3.10)$$

Darüberhinaus wird die vereinfachende Annahme getroffen, dass für eine kleine Schaufelauslenkung auch kleine instationäre Störungen der Strömung vorliegen, so dass das nichtlineare Residuum  $\mathbf{R}$  durch die Linearisierung

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \approx \mathbf{R}(\mathbf{q}^0, \mathbf{x}^0, 0) + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}} \delta\mathbf{q} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \delta\dot{\mathbf{x}} \quad (3.11)$$

ersetzt werden kann.

Mit Hilfe der Gln. (3.10) und (3.5) erhält man die *linearisierten* instationären Gleichungen für die Störung  $\delta\mathbf{q}$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta\mathbf{q} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}} \delta\mathbf{q} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \delta\dot{\mathbf{x}} + \frac{\mathbf{q}^0}{V^0} \frac{\partial}{\partial t} \delta V = 0. \quad (3.12)$$

Werden nun die instationären Störungen durch eine harmonische Schaufelschwingung hervorgerufen, so können die Netzverformung und Strömungsstörung ebenfalls als harmonische Störung geschrieben werden, d.h.

$$\delta\mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t) = \text{Re} \left[ \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{x}^0) e^{i\omega t} \right], \quad (3.13)$$

bzw.

$$\delta\mathbf{q}(\mathbf{x}^0, t) = \text{Re} \left[ \tilde{\mathbf{q}}(\mathbf{x}^0) e^{i\omega t} \right]. \quad (3.14)$$

Analog gilt für die Störung des Zellvolumens  $\delta V = \text{Re}[\tilde{V}(\mathbf{x}^0) e^{i\omega t}]$ .

Insgesamt erhält man nun das zeitlinearisierte Gleichungssystem

$$\left( i\omega + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}} \right) \tilde{\mathbf{q}} = - \left[ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \tilde{\mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} i\omega \tilde{\mathbf{x}} + i\omega \frac{\mathbf{q}^0}{V^0} \tilde{V} \right]. \quad (3.15)$$

In diesem Projekt wurden Turbulenz- und Transitionsmodelle nicht linearisiert, sondern mit der Annahme zeitlich konstanter Wirbelviskosität (englisch: *constant-eddy-viscosity*, CEV) behandelt.

Da die Lösung des linearen System (3.15) in etwa so aufwendig wie die Lösung der stationären Gleichungen ist, bedeutet der Übergang in den Frequenzbereich eine deutliche Beschleunigung gegenüber instationären Simulationen. Dies trifft insbesondere auf Flattersimulationen von Turbinenstufen im Kraftwerksbereich zu, bei denen auf Grund der Größe der Schaufeln die Eigenfrequenzen vergleichsweise klein sind und entsprechend viele Zeitschritte benötigt werden, um bei einem instationären Verfahren eine Periode aufzulösen. Hier leistet der zeitlinearisierte Ansatz, d.h. Linearisierung und Frequenzbereichsübergang eine Beschleunigung um bis zu drei Größenordnungen.

Im Institut für Antriebstechnik des DLR wird seit den frühen 1990er Jahren das Verfahren TRACE entwickelt, mit dem Schaufelschwingungen in Turbomaschinen im Zeitbereich simuliert werden können, [17, 16]. Im Hinblick auf die deutlichen Vorteile des zeitlinearisierten Ansatzes wurde 2005 begonnen TRACE um einen zeitlinearisiertes Modul, linearTRACE, zu erweitern. Hierbei konnte auf weitreichende Erfahrungen bei aeroelastischen Untersuchungen mit dem nicht-linearen Löser zurückgegriffen werden. Zu Projektbeginn stand daher ein zeitlinearisiertes Verfahren zur Verfügung, das für Standardkonfigurationen, für die Referenzlösungen in der Literatur angegeben sind, validiert wurde, mit dem der theoretisch prognostizierte Zeitvorteil an Hand von ersten Turbomaschinenkonfigurationen demonstriert werden konnte [10]. Abb. 3.1 zeigt beispielhaft den Vergleich der von linearTRACE vorhergesagten aerodynamischen instationären Drücke für Standardkonfiguration 10 bei einer reduzierten Frequenz von 1 mit in der Literatur veröffentlichten Referenzergebnissen [4]. Der Vergleich der daraus berechneten aerodynamischen Dämpfung mit Referenzergebnissen aus der Literatur zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, siehe Abb. 3.2. linearTRACE wurde darüber hinaus für aeroakustische Anwendungen gegen instationäre Simulationen validiert [5].

### 3.4 Randbedingungen

Die Lösung des komplex-linearen Gleichungssystems (3.15) ist deutlich einfacher als die Zeitintegration des nicht-linearen Systems in den Gln. (3.1). Ein weiterer Vorteil des Frequenzbereichsansatzes ist die vereinfachte Implementierung hochwertiger Randbedingungen an Ein- und Austritten sowie an den periodischen Rändern. Die Qualität dieser Randbedingungen ist entscheidend für die Güte der Flattervorhersage. Implementierungen im Zeitbereich sind in der Regel sehr komplex [6, 18, 9].

Im Frequenzbereich ist die periodische Randbedingung für einen Phasendifferenzwinkel  $\sigma$  lediglich

$$\hat{\mathbf{q}}_{\omega}(\vartheta + \Delta\vartheta) = e^{i\sigma} \hat{\mathbf{q}}_{\omega}(\vartheta),$$

wobei  $\Delta\vartheta$  den Teilungswinkel bezeichnet. Die Implementierung ist entsprechend einfach. Ähnlich verhält es sich mit der Implementierung nicht-reflektierender Randbedingungen, die typischerweise im Frequenzbereich formuliert sind [7]. In linearTRACE sind diese in den vergangenen Jahren erfolgreich integriert worden [5, 9].

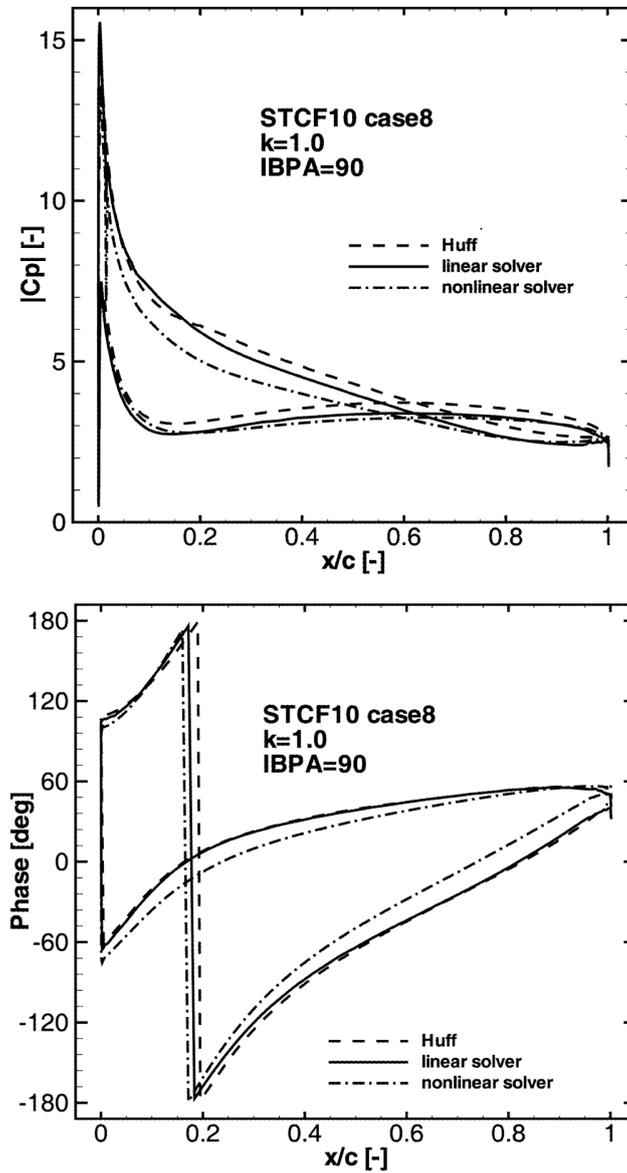


Abbildung 3.1: Amplitude und Phase für Standard Konfiguration 10.

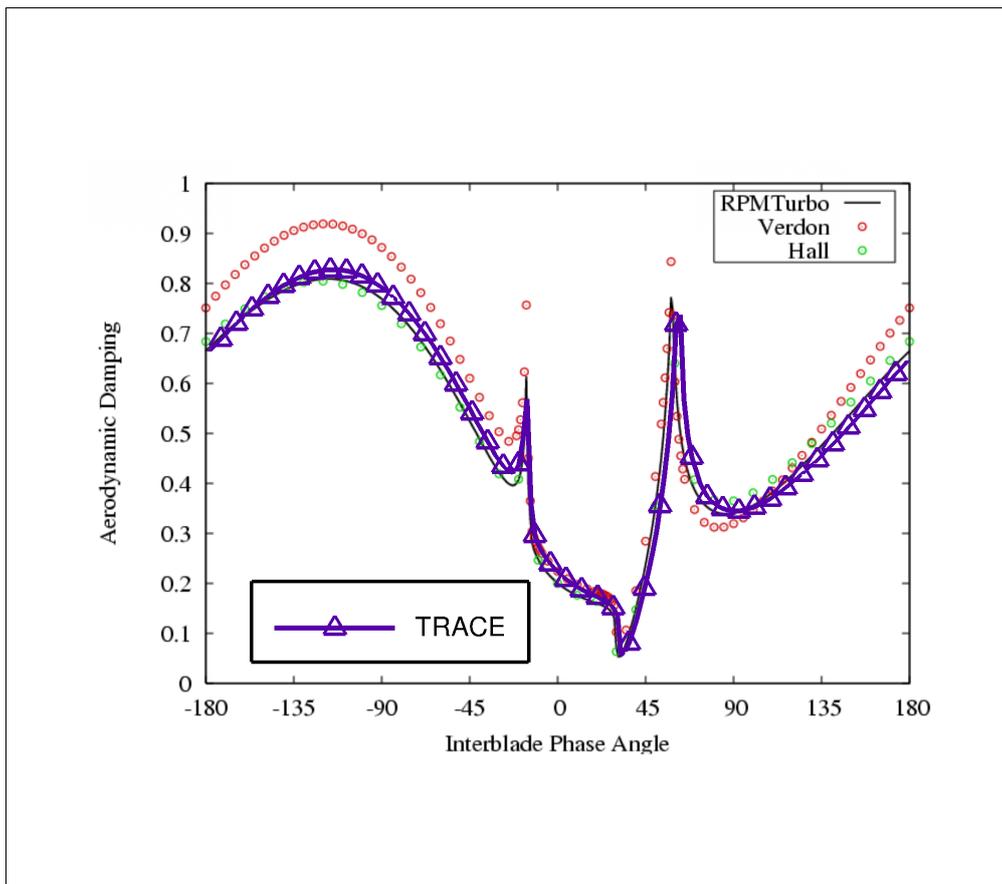


Abbildung 3.2: Aerodynamische Dämpfung über Phasendifferenzwinkel.

## 4 Das hybride zeitlinearisierte Verfahren

Dieses Kapitel beschreibt die Verallgemeinerung des linearisierten Verfahren für sog. *hybride* Netze, d.h. Netze, die sowohl aus strukturierten und unstrukturierten Blöcken bestehen. Für strukturierte Blöcke stand zu Projektbeginn ein Löser zur Verfügung, der mit den im vorherigen Kapitel beschriebenen Ansätzen erfolgreich entwickelt wurde.

Details zu dem zu Grunde liegenden Lösungsverfahren TRACE können in [11] und [1] gefunden werden.

### 4.1 Erweiterung des Numerisches Verfahrens

Das Turbulenzmodell wurde im Rahmen dieses Projekts als eingefroren betrachtet, d.h. es wird eine zeitlich konstante Wirbelviskosität angenommen. Zum Aufstellen der linken Seite des Systems (3.15), im Wesentlichen die Residuenjakobische

$$\frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial \mathbf{q}} = \left( \frac{1}{V_i} \sum_{\sigma \in c_i} \frac{\partial \mathbf{F}_\sigma}{\partial \mathbf{q}} \right) - \frac{\partial \mathbf{S}_i}{\partial \mathbf{q}}$$

berechnet werden muss, welche, im Kontext von Finite-Volumen-Verfahren, in jeder Zelle  $i$  eine Linearkombination der numerischen Flussjakobischen sind. Die Navier-Stokes-Flüsse,

$$\mathbf{F}_{\sigma,c}(\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R) + \mathbf{F}_{\sigma,\text{visc}}(\mathbf{q}_\sigma, (\nabla \mathbf{q})_\sigma) \quad (4.1)$$

bestehen dabei aus konvektiven und viskosen Anteilen. Erstere werden in TRACE mit Hilfe des Upwind-schemas nach Roe [15] gebildet. Die Erhöhung der Genauigkeit auf zweite Ordnung erfolgt für strukturierte Netze durch eine MUSCL-Extrapolation nach van Leer [19]. Im unstrukturierten wird diese Extrapolation über numerische Gradienten gewährleistet. Die numerischen Gradienten werden z.B. über kleinste Quadrataapproximationen oder den sog. Green-Gauss-Ansatz berechnet [1]. Diese Gradienten werden auch für die Berechnung der viskosen Flüsse verwendet. Die konvektiven Schemata werden dadurch verkompliziert, dass die Gradienten mit für unstrukturierte Netze geeigneten Limiterfunktionen behandelt werden [8, 20, 1]. In beiden Fällen, strukturiert und unstrukturiert, werden durch die Extrapolation zweiter Ordnung die linken und rechten Zustände  $\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R$  bestimmt. Im strukturierten Löser gilt also

$$\mathbf{q}_L = \mathbf{q}_i + \frac{1}{2}(\tilde{\Delta \mathbf{q}})_L, \quad \mathbf{q}_R = \mathbf{q}_{i+1} - \frac{1}{2}(\tilde{\Delta \mathbf{q}})_R, \quad (4.2)$$

während im unstrukturierten Löser

$$\mathbf{q}_L = \mathbf{q}_i + (\tilde{\nabla \mathbf{q}})_L \cdot (\mathbf{x}_\sigma - \mathbf{x}_i), \quad \mathbf{q}_R = \mathbf{q}_{i'} + (\tilde{\nabla \mathbf{q}})_R \cdot (\mathbf{x}_\sigma - \mathbf{x}_{i'}) \quad (4.3)$$

gilt.  $\Delta \mathbf{q}_{L/R}$  ist hierbei die Approximation der Ableitung bzgl. der zur Zellfläche  $\sigma$  senkrechten Netzkoordinate.  $\nabla \mathbf{q}_{L/R}$  sind die numerischen Strömungsgradienten an der Zellmitte. Die limitierten Gradienten werden mit  $\tilde{\Delta \mathbf{q}}_{L/R}$  bzw.  $\tilde{\nabla \mathbf{q}}_{L/R}$  bezeichnet.

In der hier verwendeten Form wird der viskose Fluss aus den Gradienten an den Zellflächen,

$$(\nabla \mathbf{q})_\sigma = w_L (\nabla \mathbf{q})_L + w_R (\nabla \mathbf{q})_R \quad (4.4)$$

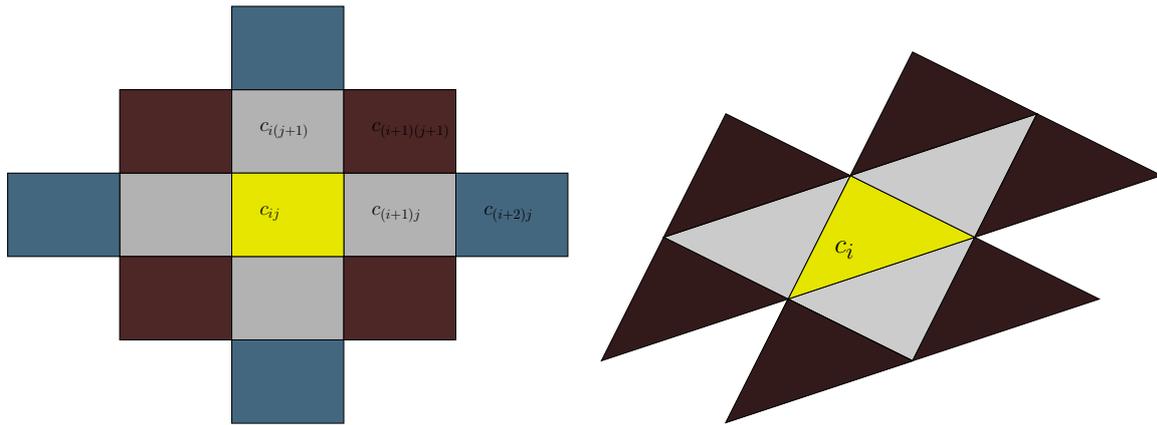


Abbildung 4.1: Stempel für die Diskretisierung zweiter Ordnung der Navier-Stokes-Flüsse in strukturierten (links) und unstrukturierten (rechts) Netzen.

bestimmt.

Typische Stempel für strukturierte und unstrukturierte Netze sind in Abb. 4.1 skizziert. Die direkt benachbarten Zellen, die für einen Stempel erster Ordnung verwendet werden, sind grau dargestellt, während die zur Gradientenberechnung benötigten Zellen braun sind. Beim strukturierten Löser werden zusätzlich noch die blau gefärbten Zellen für die MUSCL-Extrapolation benötigt. Die schwarzen Flächen stellen die im unstrukturierten Löser indirekt für die Gradientenberechnung verwendeten Zellen dar.

Für strukturierte Netze wird in diesem Verfahren die Residuenjakobische

$$\frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial \mathbf{q}_i} \quad (4.5)$$

als dünnbesetzte Blockmatrix gespeichert. Die Bandbreite beträgt bei dreidimensionalen Konfigurationen 25. Jeder Unterblock (4.5) ist selbst eine  $5 \times 5$ -Matrix und wird mit Hilfe von zentralen finiten Differenzen bzgl. der primitiven Variablen approximiert. Das Ergebnis wird nachträglich von rechts mit der Jakobischen

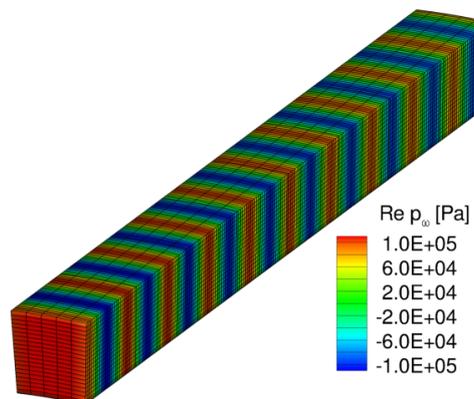


Abbildung 4.2: Harmonische Lösung für die Messung der numerischen Dissipation.

der Transformation von konservativen nach primitiven Variablen multipliziert [10]. An Blockrändern hängt das Residuum einer inneren Zelle von bis zu zwei Geisterzellschichten ab. Daher werden an strukturierten Blöcken – sowohl im nichtlinearen als auch linearen Löser – zwei Zellschichten über MPI [14] kommuniziert.

In diesem Projekt musste dieser Ansatz für unstrukturierte Netze angepasst werden, da hier die Flüsse von numerischen Gradienten auf Nachbarblöcken abhängen, die aber selbst von „Nachbarn des Nachbarn“ abhängen. Daher wurde die Strategie der Berechnung der linken Seite des linearisierten Systems dahingehend umgestellt, dass zunächst die Finite-Differenzen-Methode verwendet wird, um die Ableitung der Residuen nach Strömungswerten und -gradienten in den Zellzentren zu berechnen. Auf diese Weise erhält man die partiellen Ableitungen des Flusses in (4.1) nach den Komponenten von  $\mathbf{q}_L$ ,  $\mathbf{q}_R$ ,  $(\nabla\mathbf{q})_L$ ,  $(\nabla\mathbf{q})_R$ , siehe Gln. (4.3) und (4.4). Die Ableitungen

$$\frac{\partial \mathbf{F}_\sigma}{\partial \mathbf{q}_{cc}}, \quad \frac{\partial \mathbf{F}_\sigma}{\partial (\nabla_x \mathbf{q})}, \quad \frac{\partial \mathbf{F}_\sigma}{\partial (\nabla_y \mathbf{q})}, \quad \frac{\partial \mathbf{F}_\sigma}{\partial (\nabla_z \mathbf{q})}, \quad (4.6)$$

werden wieder durch zentrale Differenzen approximiert. Man beachte, dass sich hieraus eine dünnbesetzte Matrix ergibt, deren  $i$ - $j$ -Einträge genau dann nicht verschwinden, wenn  $i = j$  oder  $i$  einem direkten Nachbarn von  $j$  entspricht. Um nun das linearisierte Residuum aus gegebenen harmonischen Zustandsgrößen  $\hat{\mathbf{q}}_\omega$  in den Zellen zu berechnen, werden vier Matrix-Vektor-Multiplikationen durchgeführt, d.h.

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}} \hat{\mathbf{q}}_\omega = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}_{cc}} \hat{\mathbf{q}}_\omega + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial (\nabla_x \mathbf{q})} \nabla_x \hat{\mathbf{q}}_\omega + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial (\nabla_y \mathbf{q})} \nabla_y \hat{\mathbf{q}}_\omega + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial (\nabla_z \mathbf{q})} \nabla_z \hat{\mathbf{q}}_\omega. \quad (4.7)$$

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Interblock-Kommunikation für die Berechnung gemäß Gl. (4.7) angepasst werden muss. Nachdem für alle inneren Zellen die Strömungsgradienten berechnet worden sind, werden durch Kommunikation die Gradienten auf den Geisterzellen synchronisiert.

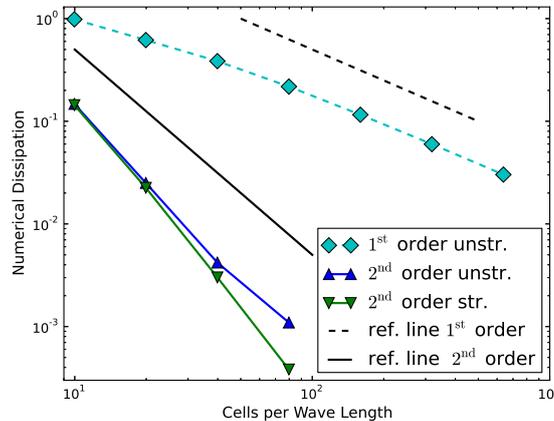


Abbildung 4.3: Numerische Dissipation des linearisierten strukturierten und unstrukturierten Schemas als Funktion der Zellen pro Wellenlänge.

Um zu demonstrieren, dass die räumliche Diskretisierungsordnung des Schemas bei dieser Vorgehensweise erhalten bleibt, wird ein numerisches Experiment durchgeführt, bei dem ein akustisches Signal durch einen Rechengebiet mit konstanter Grundströmung ausgebreitet wird, siehe Abb. 4.2. Indem die Frequenz des Signals, und damit die Wellenlänge, variiert wird, kann die numerische Dissipation als Funktion der

Anzahl der Zellen pro Wellenlänge dargestellt werden, siehe Abb. 4.3. Der Vergleich zeigt, dass die formale Ordnung von eins bzw. zwei erreicht wird. Obwohl die Netze identisch sind, liegt der Dissipationsfehler im unstrukturierten Verfahren etwas über dem des strukturierten Verfahrens.

## 4.2 Validierung Standardkonfiguration 4

In den 1980er Jahren sind an der EPFL in Lausanne elf sog. *Standardkonfigurationen* (STCF) entwickelt worden, die als Standardtestfälle v.a. der Entwicklung und Validierung numerischer Verfahren dienen [4]. STCF 4 und 11 stellen Niederdruckturbinenschaukeln dar. Allerdings sind nur für STCF 4 subsonische, transsonische und supersonische Abströmbedingungen definiert worden. Im Hinblick auf die Anwendung auf transsonische Gas- und Dampfturbinen ist der sog. Fall 628 der STCF 4 besonders geeignet, da dieser einer Flatteranalyse bei Überschallabströmung entspricht. Die Ergebnisse wurden mit veröffentlichten Referenzergebnissen verglichen [21]. Wie in [21] wurde mit einem korrigierten Eintrittswinkel gerechnet. Die genaue Definition des Betriebspunkt ist in Tab. 4.1 aufgeführt. Die stationäre Machzahlverteilung ist in Abb. 4.4

Parameter	Wert
$M_{1,is}$	0.199
$M_{2,is}$	1.31
$p_{tot,1}$	217.1 kPa
$p_2$	69.4 kPa
$T_{tot,1}$	330 K
$\beta_1$	27.9°
$\beta_2$	69.9°

Tabelle 4.1: Definition des Betriebspunkt 628. Numerische Ergebnisse bzw. Randbedingungen

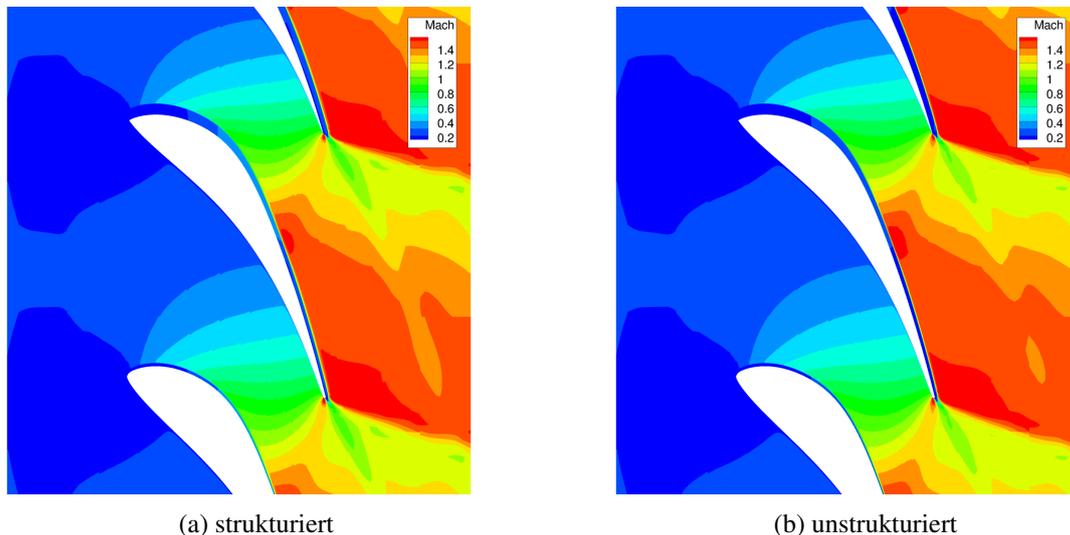


Abbildung 4.4: Stationäre Machzahlverteilungen für Standard Konfiguration 4

dargestellt. Die Rechnungen wurden mit dem SST- $k-\omega$ -Turbulenzmodell nach Menter [12] durchgeführt. Der Turbulenzgrad am Eintritt betrug 1%. Abbildung 4.5 zeigt die Verteilung der turbulenten kinetischen

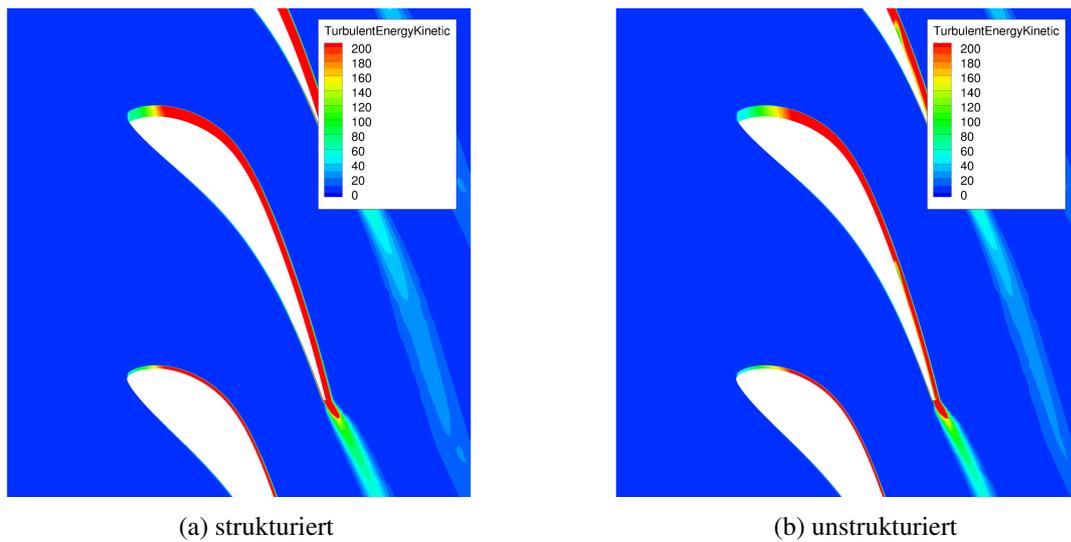


Abbildung 4.5: Stationäre turbulente kinetische Energie für Standard Konfiguration 4

Energie. In beiden Abbildungen wird die stationäre Lösung, die auf einem strukturierten Netz erzeugt wurde, mit der auf dem unstrukturierten Hexaedernetz berechneten verglichen. Die Übereinstimmungen sind, vor allem in Schaufelnähe, sehr gut. Für die Validierung des linearisierten Lösers wurde eine Eigenmode betrachtet, die einer translatorischen Bewegung um die Auslenkung  $h$ , senkrecht zur Profilsehne entspricht, siehe Abb. 4.6. Alle Rechnungen wurde mit 2D nicht-reflektierenden Randbedingungen durchgeführt. Die

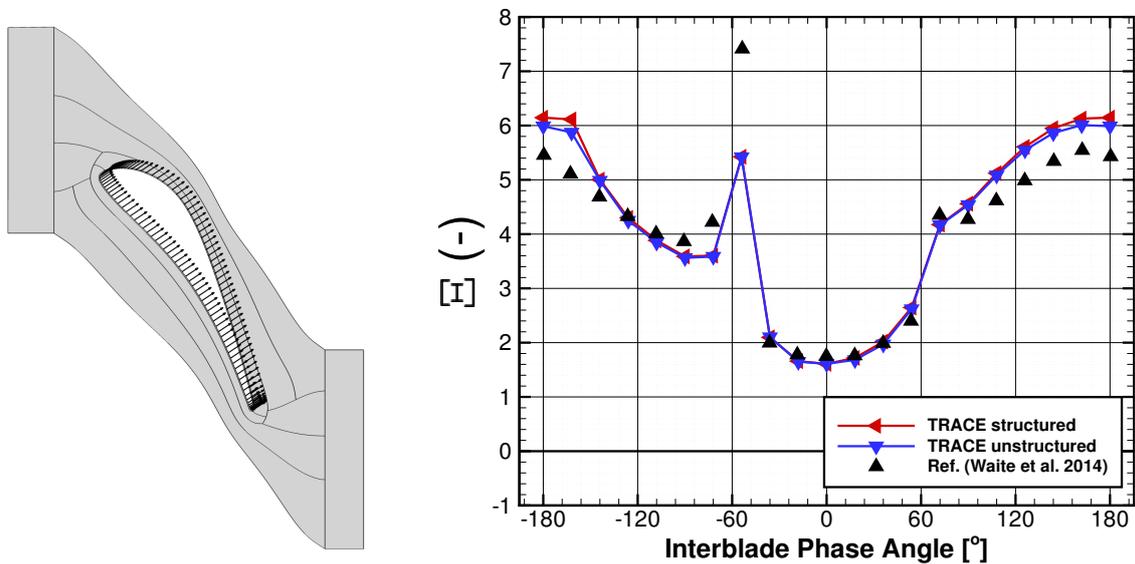


Abbildung 4.6: Biegemode repräsentierende translatorische Bewegung und Vorhersage der aerodynamischen Dämpfung.

auf die volle Sehnenlänge bezogene reduzierte Frequenz,

$$k = \frac{\omega a}{v_2}$$

betrug  $k = 1$ . Der Dämpfungskoeffizient bei Amplitude  $h$  wurde über

$$\bar{\xi} = -\frac{\operatorname{Re} W_{\text{cyc}}}{\pi(p_{\text{tot},2} - p_2)h^2\Delta r}$$

berechnet. Dabei bezeichnet  $\Delta r$  die Differenz der Gehäuse- und Nabenradien. Die mit dem strukturierten bzw. unstrukturierten linearen Verfahren berechneten aerodynamischen Dämpfungen sind im rechten Teil von Ab. 4.6 aufgetragen. Der Vergleich der linearisierten Module in TRACE untereinander, und der Vergleich mit der in [21] zeigen eine sehr hohe Übereinstimmung.

## 5 Verwertung

Die in diesem Projekt entwickelten Verfahren erlauben den Industriepartnern ihre Auslegung von Turbomaschinen sehr viel stärker als bisher auf CFD-Simulationen zu stützen. Konservative Designmaßnahmen, die auf Erfahrungswerten basieren und Flattergefährdung vermeiden sollen, können nun sehr viel gezielter eingesetzt werden. Damit können Überdimensionierungen vermieden sowie kritische Anregungsformen rechtzeitig im Design erkannt werden. Dies ermöglicht wiederum, sehr viel aggressiver das Ziel der aerodynamischen Performance zu verfolgen, da das konkurrierende Ziel der Dauerfestigkeit im Design ausreichend genau und schnell vorgesagt werden kann.

Neben der aerodynamischen Performance kann die deutsche Turbomaschineindustrie künftig das Ziel größerer Arbeitsbereiche und schnellerer Lastwechsel bei Kraftwerken in Angriff nehmen. Einschränkungen an Arbeitsbereiche und Fahrlinien, die bisher vor allem der Belastung der Struktur geschuldet waren, können nun aufgehoben oder neu definiert werden. Da es nun möglich ist, viele Eigenmoden in vielen Betriebspunkten auf Flattergefährdung zu untersuchen, können künftige Gas- und Dampfturbinen gezielt auf große Arbeitsbereiche hin ausgelegt werden. Vor allem in Zusammenhang mit den ebenfalls im Rahmen des im AG-Turbo-Verbund unternommenen Untersuchungen (z.B. thermische Belastungen, Niedrigzyklusermüdung etc.) bietet sich die Chance, künftig Kraftwerke bereitzustellen, die die Lücke zwischen Strombedarf und Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien effizienter schließen können.

Daneben ist der zweite große Anwendungsbereich die Turbomaschinenforschung selbst. TRACE wird – zusammen mit dem Untermodul linearTRACE – mittlerweile an nahezu allen auf dem Gebiet der Turbomaschinen forschenden deutschen Hochschulinstituten sowie den entsprechenden Instituten des DLR eingesetzt. Hier wird die effiziente Flattervorhersage einerseits zum tieferen Verständnis der aeroelastischen Phänomene verwendet. Als Beispiel sei hier das Projekt AG-Turbo 2020 1.2.3 (Förderkennzeichen 0327719D, „Aeroelastische Vorgänge im Blattspitzenbereich hochbelasteter Verdichter“) genannt, in dessen Rahmen mit Hilfe von linearTRACE Schaufelschwingungen bei Androsselversuchen eines Forschungsverdichters verwendet wurden. Ein weiterer Forschungsschwerpunkt sind Studien zu künftigen Turbomaschinendesigns, die die Potentiale künftiger Generationen von Kraftwerken, Flugtriebwerken, aber auch rein industriell eingesetzter Turbinen und Verdichter ausleuchten sollen. Werden hier CFD-basierte Designmethoden eingesetzt, so wird die Aussagequalität von Optimierungsergebnissen deutlich gesteigert, wenn Strukturwechselwirkungen in den Kostenfunktionen bzw. Nebenbedingungen mit berücksichtigt werden.

## 6 Zusammenfassung

Im Rahmen des AG-Turbo Projekts AG-Turbo 2020 4.1.5. „Optimierung von linearen Simulationstechniken für die aeroelastische Auslegung gekoppelter Turbinenschaufeln“ konnten wesentliche Beiträge zur Erhöhung der Vorhersagequalität und des Einsatzgebiets des Verfahrens linearTRACE geleistet werden.

Die bisher eingesetzte Strategie zur Bestimmung des komplex-linearen Gleichungssystems wurde weiterentwickelt. Der Löser wurde verallgemeinert, Randbedingungen und Kommunikationsroutinen sind für hybride, d.h. Blocknetze mit sowohl strukturierten und unstrukturierten Netzen erweitert worden. Die Qualität der Lösungen wurde an Hand sogenannter Standardkonfiguration nachgewiesen. Darüber hinaus ist die Diskretisierungsordnung in numerischen Experimenten überprüft worden.

Die neuen Vernetzungsmöglichkeiten erhöhen die Flexibilität und damit die industrielle Einsatzfähigkeit des linearisierten Verfahrens. Die erzielten Fortschritte sind als neue Features im Strömungslöser linearTRACE verfügbar. Der intensive Austausch zwischen Industriepartnern und DLR hat dazu geführt, dass die Anwendbarkeit, Robustheit und industrielle Einsatzfähigkeit der neuen Module weiter verbessert und an Hand von zahlreichen industrierelevanten Testfällen demonstriert wurden.

# Literaturverzeichnis

- [1] K. Becker and G. Ashcroft. A comparative study of gradient reconstruction methods for unstructured meshes with application to turbomachinery flows. In *52nd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, National Harbor, MD, USA, Jan. 2014.
- [2] J. Blazek. *Computational fluid dynamics: principles and applications*. Elsevier Science, 2001.
- [3] W. S. Clark and K. C. Hall. A numerical model of onset of stall flutter in cascades. 1995. ASME Paper No. 95-GT-337.
- [4] T. H. Fransson and J. M. Verdon. Updated report on Standard Configurations for the Determination of unsteady Flow Through Vibrating Axial-flow Turbomachine-Cascades. Technical Report TRI-TA/KRV/92.009, KTH, Stockholm, 1992.
- [5] C. Frey, G. Ashcroft, H.-P. Kersken, and C. Weckmüller. Advanced numerical methods for the prediction of tonal noise in turbomachinery — Part II: Time-linearized methods. *Journal of Turbomachinery*, 136(2):021002, 2013.
- [6] M. Giles. UNSFLO: A numerical method for the calculation of unsteady flow in turbomachinery. Technical report, Gas Turbine Laboratory Report GTL 205, MIT Dept. of Aero. and Astro., 1991.
- [7] M. B. Giles. Non-reflecting boundary conditions for the Euler equations. Technical report, MIT Dept. of Aero. and Astr., 1988. CFDL Report 88-1.
- [8] C. Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows – Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*, volume 2. Wiley, 1 edition, 1990.
- [9] H.-P. Kersken, G. Ashcroft, C. Frey, N. Wolfrum, and D. Korte. Nonreflecting boundary conditions for aeroelastic analysis in time and frequency domain 3D RANS solvers. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014*, 2014.
- [10] H.-P. Kersken, C. Frey, C. Voigt, and G. Ashcroft. Time-linearized and time-accurate 3D RANS methods for aeroelastic analysis in turbomachinery. *Journal of Turbomachinery*, 134(5):051024, 2012.
- [11] E. Kügeler, A. Weber, and S. Lisiewicz. Combination of a transition model with a two-equation turbulence model and comparison with experimental results. In *4th European Conference of Turbomachinery*, 2001.
- [12] F. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry. Ten years of industrial experience with the SST model. In K. Hanjalić, Y. Nagano, and M. Tummers, editors, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, 2003.
- [13] D. Nürnberger, F. Eulitz, and S. Schmitt. Time accurate simulation of turbomachinery flow using an implicit time integration scheme. In *AIAA-Paper 2001-0082*, 2001.
- [14] P. S. Pacheco. *Parallel Programming with MPI*. Morgan Kaufmann, 1997.

- [15] P. L. Roe. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2):357–372, 1981.
- [16] S. Schmitt. *Simulation von Flattern und aerodynamischer Zwangserregung in Turbomaschinenbeschaufelungen*. PhD thesis, 2003. DLR-Forschungsbericht. 2003-22.
- [17] S. Schmitt, F. Eulitz, D. Nürnberger, and V. Carstens. Erweiterung eines parallelen und zeitgenauen Navier-Stokes-Verfahrens auf aeroelastische Anwendungen. Technical report, DGLR, 1999. LIDO-Berichtsjahr=1999,.
- [18] R. Schnell and D. Nürnberger. Investigation of the tonal acoustic field of a transonic fanstage by time-domain CFD-calculation with arbitrary blade counts. In *ASME-Paper*, 2004.
- [19] B. van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov’s method. *J. Comput. Phys.*, 32(1):101–136, 1979.
- [20] V. Venkatakrishnan. On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions. In *31st Aerospace Sciences Meeting*, number AIAA 93-0880, Reno, USA, January 11-14 1993.
- [21] J. J. Waite and R. E. Kielb. Physical understanding and sensitivities of low pressure turbine flutter. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 137(1):012502–012502, Aug. 2014.
- [22] H. Yang, D. Nürnberger, and H.-P. Kersken. Towards excellence in turbomachinery CFD: A hybrid structured-unstructured RANS solver. In A. S. of Mechanical Engineers, editor, *ASME Turbo Expo 2005 : Power for Land, Sea and Air, June 6-9, 2005*, June 2005.

# Abbildungsverzeichnis

3.1	Amplitude und Phase für Standard Konfiguration 10. . . . .	11
3.2	Aerodynamische Dämpfung über Phasendifferenzwinkel. . . . .	12
4.1	Stempel für die Diskretisierung zweiter Ordnung der Navier-Stokes-Flüsse in strukturierten (links) and unstrukturierten (rechts) Netzen. . . . .	14
4.2	Harmonische Lösung für die Messung der numerischen Dissipation. . . . .	14
4.3	Numerische Dissipation des linearisierten strukturierten und unstrukturierten Schemas als Funktion der Zellen pro Wellenlänge. . . . .	15
4.4	Stationäre Machzahlverteilungen für Standard Konfiguration 4 . . . . .	16
4.5	Stationäre turbulente kinetische Energie für Standard Konfiguration 4 . . . . .	17
4.6	Biegemode repräsentierende translatorische Bewegung und Vorhersage der aerodynamischen Dämpfung. . . . .	17

# Tabellenverzeichnis

4.1	Definition des Betriebspunkt 628. Numerische Ergebnisse bzw. Randbedingungen . . . . .	16
-----	--	----