

Abschlussbericht

zum

Forschungsvorhaben DO 190/126-1 bzw. WE 550/156-1

der Deutschen Forschungsgemeinschaft

Auslegung von Getrieben mit unrunderen Zahnrädern für Kurbelpressen zur Verbesserung der Pressenkinematik und Leistungssteigerung

- Bericht über die Bearbeitung der ersten beiden Förderungsjahre -

Hannover / Aachen, 14. Februar 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
2	Stand der Erkenntnisse	5
2.1	Modifikation der Kinematik mechanischer Pressen.....	5
2.1.1	Kinematikmodifikation durch das Hubgetriebe.....	5
2.1.2	Kinematikmodifikation durch Motor, Bremse und Kupplung	8
2.1.3	Kinematikmodifikation durch Vorschaltgetriebe	9
2.2	Unrunde Zahnräder.....	12
2.2.1	Einsatzbereiche unrunder Zahnräder	12
2.2.2	Berechnungszusammenhänge und Auslegungsprogramme	13
2.2.3	Herstellungsverfahren.....	17
2.3	Berechnung der Tragfähigkeit von unrundern Stirnradverzahnungen.....	18
2.3.1	Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe und Anwendung der Tragfähigkeitsauslegung auf Basis von DIN 3990	18
2.3.2	FE-Stirnradkette – Grundlagen der Zahnkontaktanalyse unter Last mit der Finite-Elemente-Methode (FEM)	23
2.3.3	Konvergenzuntersuchung an finiten 2D- und 3D-Elementen.....	35
3	Zielsetzung und Arbeitsprogramm.....	38
4	Entwicklung und Umsetzung von Algorithmen für die Berechnung unrunder Zahnräder.....	42
4.1	Mathematische Beschreibung der Stößelweg-Zeit-Funktion und Wälzkurvenberechnung	42
4.1.1	Grundlegende Algorithmen.....	42
4.1.2	Anpassung des Achsabstandes unrunder Zahnräder.....	55
4.2	Verzahnungsberechnung.....	60

4.2.1	Verzahnung ohne Profilverschiebung	60
4.2.2	Verzahnung mit Profilverschiebung	67
4.3	Geometrische Grenzkriterien / Eingriffsverhältnisse	73
4.4	Berechnung der Gleitgeschwindigkeiten	76
4.5	Untersuchung der Unwuchterregung	83
4.6	Berechnung der Zahntragfähigkeit	85
5	Nachrechnung der Zahntragfähigkeit mit FEM und Vergleich mit DIN-Berechnungen	87
5.1	Tragfähigkeitsberechnung für momentane Ersatzgetriebe mit der FE-Stirnradkette	87
5.1.1	Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe an einem Beispiel	88
5.1.2	Grenzen für momentane Ersatzgetriebe	92
5.1.3	Ergebnisse der Tragfähigkeitsberechnung für momentane Ersatzgetriebe an einem Beispiel	93
5.2	Tragfähigkeitsberechnung für unrunde Zahnräder mit kommerziellen CAE-Systemen	95
5.2.1	FE-Modellierung und Berechnung von unrunder Zahnrädern mit kommerziellen CAE-Systemen	96
5.2.2	Ergebnisse der Tragfähigkeitsberechnung von unrunder Zahnrädern mit kommerziellen CAE-Systemen für eine Beispielverzahnung	97
5.3	Tragfähigkeitsberechnung für die Ersatzverzahnungen in Anlehnung an DIN 3990	99
6	Untersuchung des Betriebsverhaltens unrunder Zahnräder	100
7	Zusammenfassung	112
8	Literatur	115
9	Veröffentlichungen aus diesem Vorhaben	122

1 Einleitung

Pressen haben sowohl in der Blech- als auch in der Massivumformung die Aufgabe, Bewegungen, Kräfte und Arbeit auf ein Werkzeug zu übertragen, um damit ein Werkstück auszuschneiden oder umzuformen [LANG-84], [SCHU-96].

Hieraus leiten sich die Anforderungen an moderne Umformmaschinen ab, die jedoch weit über diese grundsätzlichen Aufgaben hinausgehen. So sollen der Aufbau und die Stößelkinematik der Pressen für ein optimales Umformergebnis sorgen. Weitere Anforderungen sind die Realisierung einer minimalen Lärmemission sowie minimaler mechanischer Belastungen von Werkzeug und Umformmaschine. Ferner muss das Zusammenspiel mit peripheren Anlagenkomponenten wie Ziehapparaten und Automatisierungseinrichtungen sichergestellt werden [WEGE-00]. Um diese Anforderungen bei den zahlreichen Umformverfahren erfüllen zu können, wurden bis in die Gegenwart eine Vielzahl von Umformmaschinen entwickelt. Diese lassen sich nach ihrem Wirkprinzip in weg-, kraft- und energiegebundene Maschinen aufteilen [LANG-84], [MANK-94].

Weggebundene, d. h. mechanische Pressen haben aufgrund ihrer möglichen hohen Taktzahl eine im Vergleich zu hydraulischen Pressen große Produktivität. Verglichen mit diesen kraftgebundenen hydraulischen Pressen weisen die mechanischen Pressen wegen ihres geringeren Energieverbrauchs einen günstigeren Wirkungsgrad auf. Ein Vorteil hydraulischer Pressen ist jedoch, dass nur bei ihnen die Stößelkinematik in Grenzen frei gestaltet werden kann [WEGE-00].

Die Kinematik der einfachsten Bauform einer mechanischen Presse, der Kurbel- oder Exzenterpresse, weist einen annähernd cosinusähnlichen Verlauf auf. Bei der in **Abbildung 1** gezeigten Exzenterpresse kann zudem der Stößelhub verstellt werden. Hierzu wird im Stillstand der Presse der Doppelsexzenter gegenüber der Exzenterwelle verdreht. Neben der eigentlich gewünschten Veränderung des Stößelhubs kommt es dabei zu einer Verschiebung der Umkehrpunkte in Relation zur Winkelstellung der Exzenterwelle.

Dieser cosinusähnliche Verlauf der Exzenterpresse entspricht jedoch oftmals nicht den prozesstechnischen Erfordernissen, wie im Folgenden anhand einiger Beispiele gezeigt werden soll:

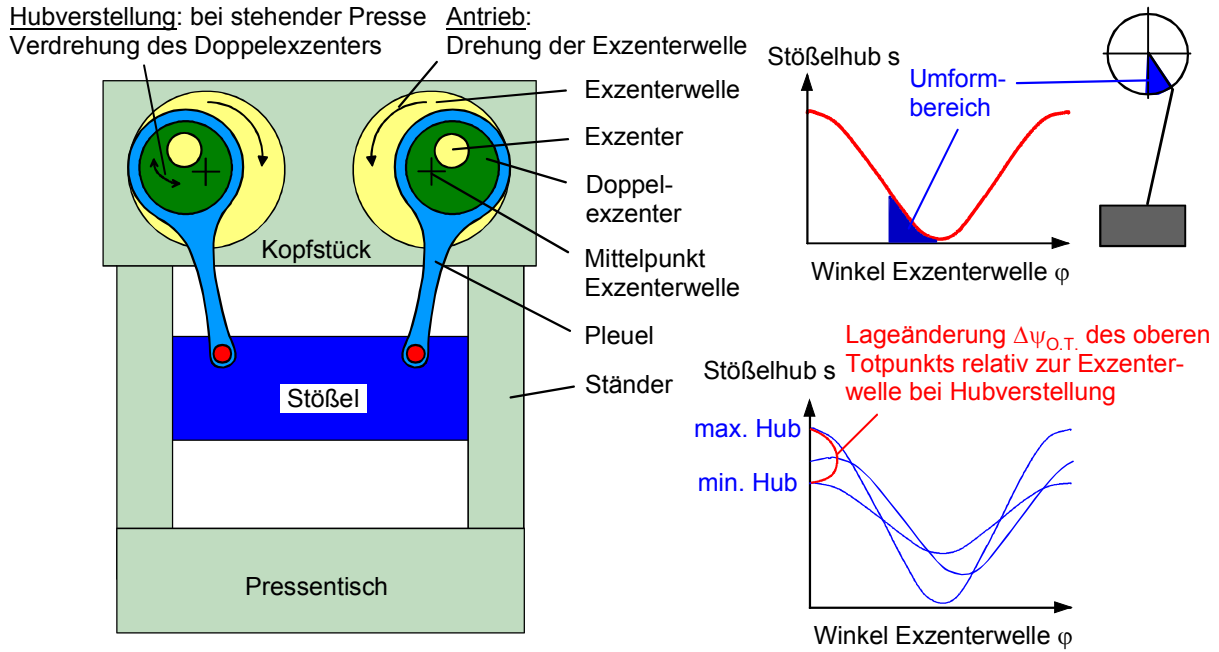


Abbildung 1: Exzenterpresse mit cosinusähnlicher Kinematik

Bei Prägepressen, die beispielsweise zur Herstellung von Münzen eingesetzt werden, wird eine verlangsamte Bewegung des Stößels im Bereich vor dem unteren Totpunkt gefordert, um dem umzuformenden Werkstoff ausreichend Zeit zu geben, die Gravur zu füllen (**Abbildung 2** links).

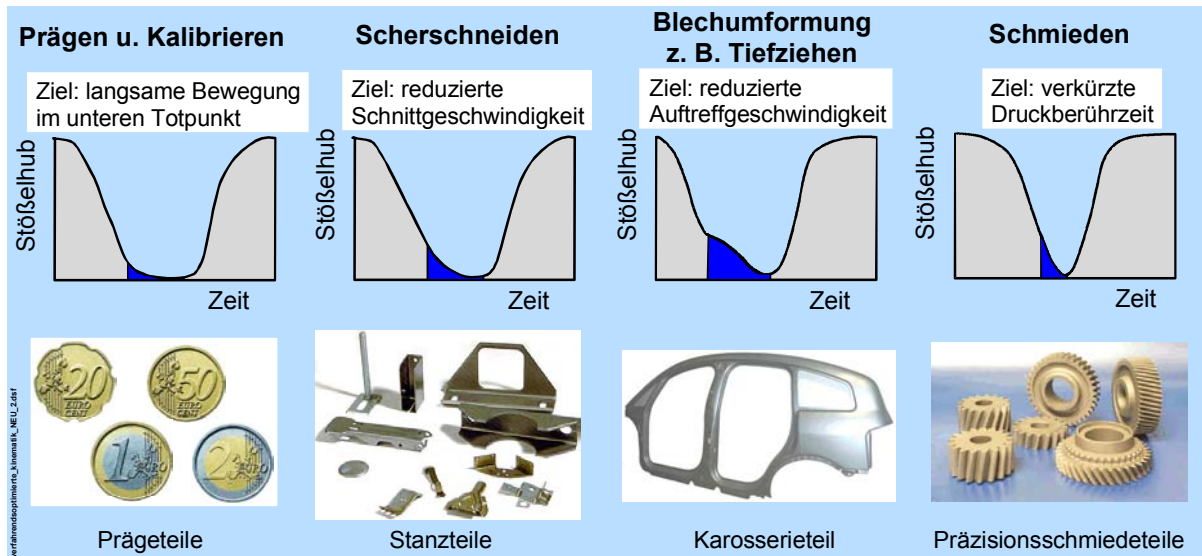


Abbildung 2: Beispiele verfahrensoptimierter Stößelkinematiken

Bei Schneidoperationen ist es sinnvoll, die Stößelgeschwindigkeit während des Schnittes zu verkleinern, um den Verschleiß der Schneidelemente zu reduzieren.

Dabei ist es wichtig, die Stößelgeschwindigkeit nicht nur vor, sondern auch kurz nach dem Durchlaufen des unteren Totpunktes zu reduzieren [NELS-98].

In der Blechumformung, beispielsweise bei Tiefziehvorgängen, wird oft eine verringerte Geschwindigkeit des Stößels beim Auftreffen des Oberwerkzeugs auf das Blech gefordert. Dieser reduzierte Auftreffstoß soll eine Beschädigung der Blechoberfläche sowie ein Abreißen des zum Umformen notwendigen Schmierfilms verhindern. Ferner soll die Belastung von Maschine und Werkzeug reduziert werden, um so deren Lebensdauern zu erhöhen [DOEG-69], [WAWR-91]. Die Umformung sollte im Anschluss mit verringerter, nahezu gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgen.

In der Massivumformung werden dagegen hohe Umformgeschwindigkeiten angestrebt, um die Druckberührzeit zwischen dem Werkstück und dem Werkzeug kurz zu halten und somit den thermisch bedingten Verschleiß der Werkzeuge zu verringern (Abbildung 2 rechts). Insbesondere in der Warmmassivumformung führt eine kurze Druckberührzeit in Verbindung mit einer hohen vertikalen Steifigkeit und einer großen Kippsteifigkeit der Presse zu höheren Standmengen der Werkzeuge [MEYE-77], [SCHL-94]. Aus diesem Grund sind hydraulische Pressen aufgrund der mit ihrer geringen Umformgeschwindigkeit sowie der geringen Steifigkeit der Ölsäule verbundenen langen Druckberührzeit für die Massivumformung nur bedingt geeignet [KÖRN-98].

Um diesen unterschiedlichen Anforderungen an die Stößelkinematik begegnen zu können, wurde eine Vielzahl von Antriebslösungen für weggebundene Pressen entwickelt, von denen eine Auswahl im folgenden Kapitel vorgestellt wird. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Weiterentwicklung und Umsetzung des Pressenantriebs mit unrunder Zahnrädern (**Abbildung 3**). Dieser vergleichsweise neue Pressenantrieb wurde erstmals von HINDERSMANN durch Umbau einer bestehenden Presse realisiert [HIND-98].

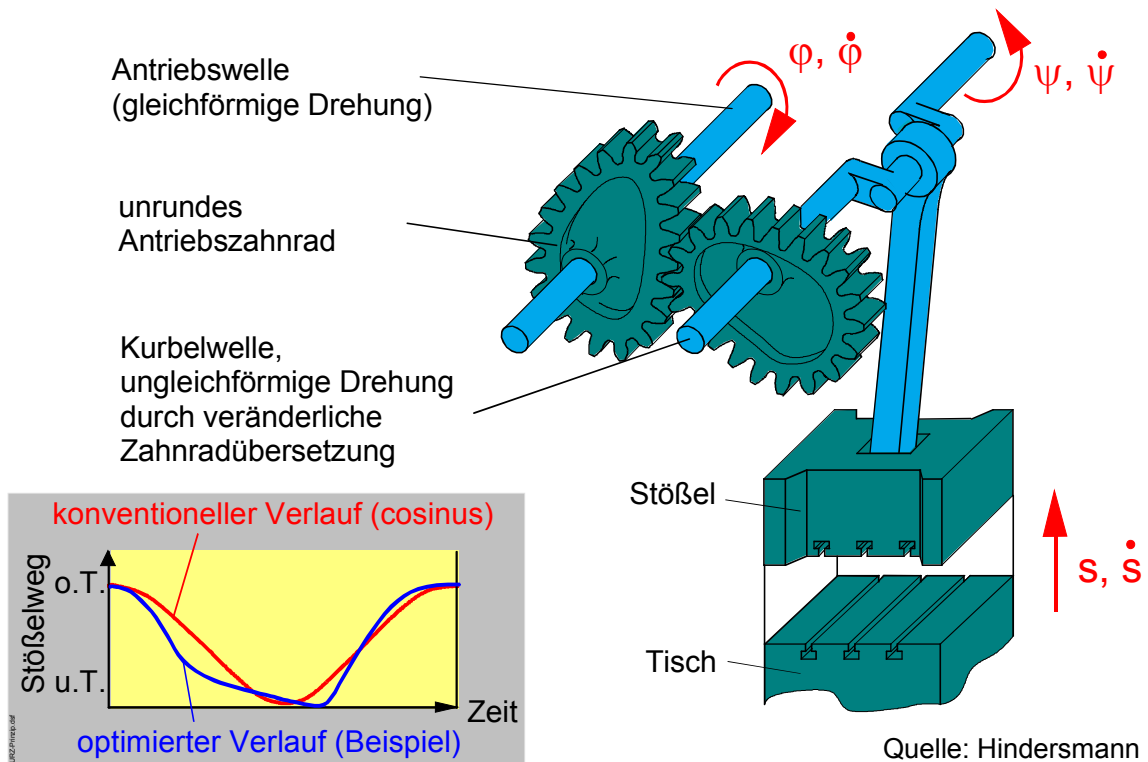


Abbildung 3: Prinzip des Pressenantriebs mit unrundern Zahnrädern [HIND-98]

Das Antriebsprinzip basiert im einfachsten Falle auf einem Kurbeltrieb, dem ein Paar unrunder Zahnräder vorgeschaltet wird. Der Antrieb der unrunder Zahnradstufe erfolgt über das Schwungrad und ggf. das Vorgelege mit einer nahezu gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$. Die über den Umfang der Zahnräder veränderliche Übersetzung $i(\varphi)$ führt zu einer ungleichförmigen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}(\varphi)$ der Kurbelwelle, so dass sich eine Stößelkinematik $s(\varphi)$ ergibt, die deutlich von dem cosinusähnlichen Verlauf bei konventionellen Kurbelpressen abweichen kann.

2 Stand der Erkenntnisse

2.1 Modifikation der Kinematik mechanischer Pressen

Die Stößelkinematik weggebundener Pressen wird durch den mechanischen Aufbau des Antriebsstranges vorgegeben. Die Kinematik einer mechanischen Presse wird damit durch die Komponenten

- Motor, Schwungrad
- Kupplung, Bremse,
- Vorgelegegetriebe (mit einer oder mehreren Getriebestufen) sowie
- Hubgetriebe zur Wandlung der rotatorischen Antriebsbewegung in translatorische Stößelbewegung

bestimmt. Eine Veränderung der Stößelkinematik lässt sich somit prinzipiell durch konstruktive Änderungen an jedem dieser Elemente erreichen [NEUG-00].

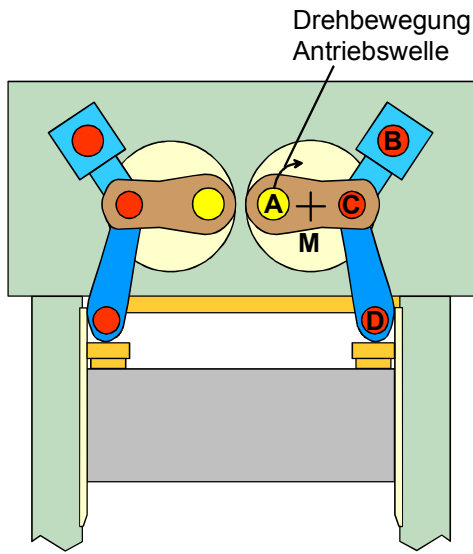
Im Folgenden werden ausgewählte Lösungen für Pressenantriebe vorgestellt, bei denen durch Anwendung einer der o. g. Variationsmöglichkeiten eine geänderte Stößelkinematik erreicht wird. Es erfolgt hierbei eine Beschränkung einerseits auf Antriebe, die verbreitet im Praxiseinsatz zu finden sind, sowie andererseits auf Lösungen, deren Entwicklung und Realisierung erst in den letzten Jahren begonnen haben.

2.1.1 Kinematikmodifikation durch das Hubgetriebe

Ausgehend vom viergliedrigen Grundtyp der mechanischen, weggebundenen Presse mit Kurbel- oder Exzenterantrieb werden im Folgenden solche Pressenantriebe vorgestellt, die eine vom cosinusähnlichen Stößelweg-Zeit-Verlauf der Kurbel- und Exzenterpressen abweichende Stößelkinematik besitzen.

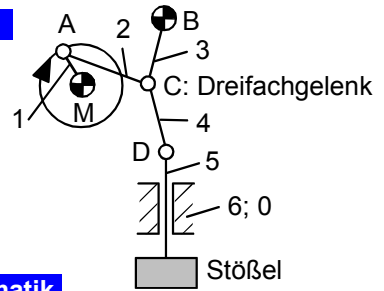
Eine erste Weiterentwicklung stellte die Gruppe der Pressen mit Kniehebelantrieb dar [MÜLL-66], [WECK-88], [SCHU-96]. Mit diesen sechsgliedrigen Antrieben wird eine Verzögerung der Stößelbewegung vor dem unteren Totpunkt erreicht (**Abbildung 4**), wodurch sich bei diesen Antrieben eine nicht zum unteren Totpunkt symmetrische Stößelkinematik ergibt. Aufgrund der verringerten Umformgeschwindigkeit werden diese Pressen u. a. bei der Kaltmassivumformung eingesetzt [KELL-89].

Ausführungsbeispiel



kniehebel_beispiel_V1.dsf

Kinematisches Schema



Beispielhafte Stößelkinematik

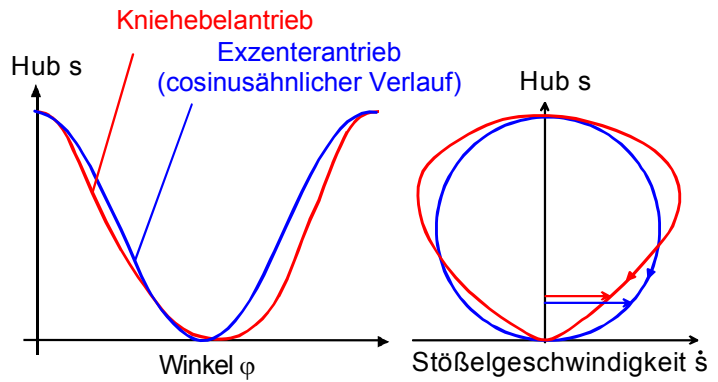
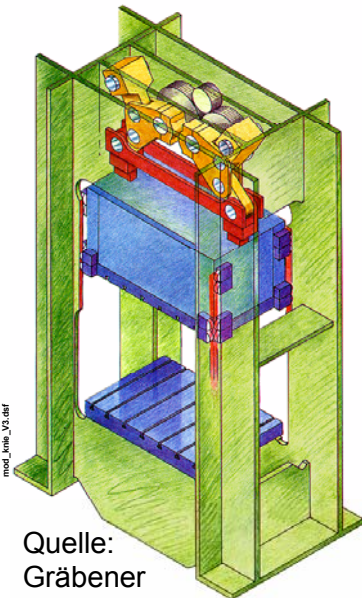


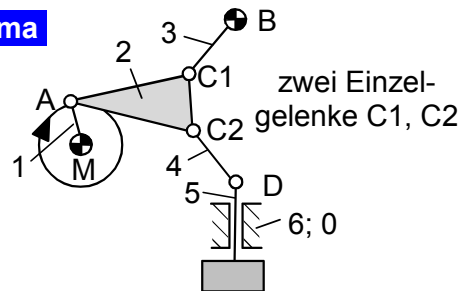
Abbildung 4: Aufbau und Kinematik einer Presse mit konventionellem Kniehebelantrieb

Ausführungsbeispiel



Quelle:
 Gräbener

Kinematisches Schema



Stößelkinematik

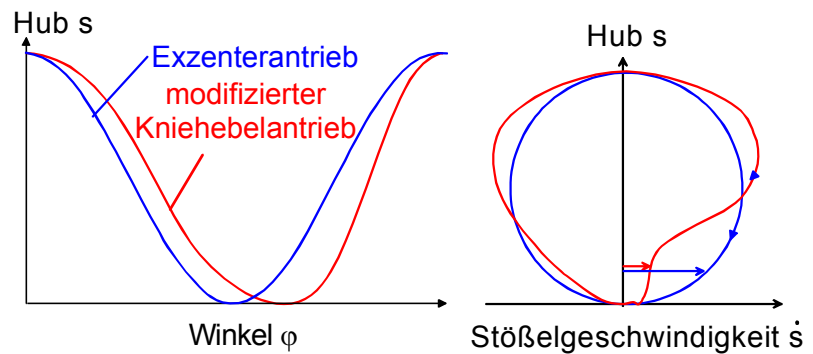


Abbildung 5: Aufbau und Kinematik einer Presse mit modifiziertem Kniehebelantrieb

Eine Abwandlung dieses konventionellen Kniehebelantriebs stellt der in **Abbildung 5** gezeigte modifizierte Kniehebelantrieb dar. Durch die im kinematischen Schema ersichtliche Ausbildung der Koppel 2 als ternäres Getriebeglied, bei dem das

Doppelgelenk C des konventionellen Kniehebels in zwei räumlich getrennte Gelenke C1 und C2 aufgelöst wird, kann eine weitergehendere Modifikation der Stößelkinematik in Form einer weiter verlangsamten Abwärtsbewegung realisiert werden.

Pressen mit modifiziertem Kniehebelantrieb werden zum einen für die Kalt- und Halbwarm-Massivumformung eingesetzt [PANK-78], [KÖRN-98].

Beim Einsatz in der Blechverarbeitung verhindert die gegenüber einem konventionellen Kniehebel weiter verlangsamte Abwärtsbewegung des Stößels durch das sanfte Aufsetzen eine Beschädigung der Blechoberfläche [SCHU-96], [TYLE-00]. Bewährt haben sich Pressen mit modifiziertem Kniehebelantrieb deshalb beispielweise in der Umformung von hochfesten Stahlqualitäten, die bis dahin eine Domäne der hydraulischen Pressen war. Durch den gegenüber konventionellen Kniehebelantrieben beschleunigten Rückhub steht außerdem ein größeres Zeitfenster für die Teilehandhabung zur Verfügung [GRÄB-00].

In der Blechumformung kommen auch achtgliedrige Gelenkantriebe für den Stößel sowie bei doppelwirkenden Pressen auch für den Blechhalter zum Einsatz (**Abbildung 6**) [DOEG-69], [SCHU-96].

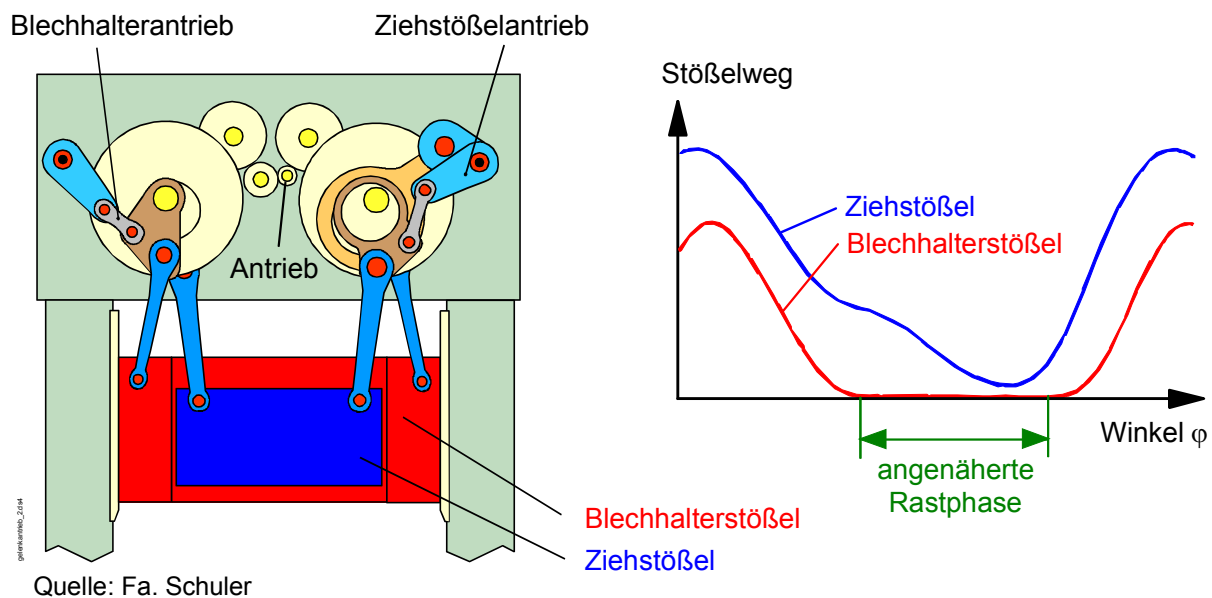


Abbildung 6: Antrieb und Kinematik von Stößel und Blechhalter einer doppelwirkenden Presse [SCHU-96], [DOEG-71]

Beim Antrieb des Stößels führt der Gelenkantrieb auch hier zu einem sanften Aufsetzen des Oberwerkzeugs auf die Blechoberfläche sowie zu einer Reduzierung der Umformgeschwindigkeit bei gleich bleibender Hubzahl. Auf diese Weise ist es

möglich, die Hubzahl und damit die Produktivität der Presse zu erhöhen, ohne technologisch bedingte Obergrenzen für die Umformgeschwindigkeit zu überschreiten. Es wird weiterhin eine verringerte Lärmentwicklung erreicht [SCHU-96].

Beim Blechhalter führt die Ausgestaltung des Gelenkantriebs zu einer angenäherten Rastphase im unteren Umkehrpunkt der Blechhalterbewegung. Die bei diesen Antrieben prinzipiell unvermeidlichen geringfügigen Rastabweichungen werden durch das elastische Verhalten der Presse kompensiert. Um jedoch die daraus folgenden Schwankungen der Blechhalterkraft zu minimieren, müssen hydropneumatische Ausgleichseinrichtungen eingesetzt werden [DOEG-71].

Eine Kombination aus hydraulischer und mechanischer Presse stellen die auch als Hybridpressen bezeichneten mechanisch-hydraulischen Pressen dar [WAWR-91], [KELL-94]. Die Kinematik des unteren Stößels wird bei diesen Pressen gegenüber dem mechanisch angetriebenen oberen Stößel durch einen hydraulischen Antrieb aktiv variiert. Hierdurch ist auch bei diesen Pressen beispielsweise ein verzögertes Aufsetzen des Oberwerkzeugs realisierbar, wobei aufgrund des mechanischen Hauptantriebs gleichzeitig eine hohe Hubzahl gewährleistet werden kann. Wegen der im Kraftfluss liegenden Ölsäulen vermindert sich jedoch die Steifigkeit dieser Pressen gegenüber ausschließlich mechanisch angetriebenen Maschinen.

2.1.2 Kinematikmodifikation durch Motor, Bremse und Kupplung

Ein Pressenantrieb, der auf einem Umlaufrädergetriebe basiert, in dem einer gleichförmigen Hauptantriebsbewegung eine veränderliche zweite Bewegung überlagert wird, wird in [NEUG-00] vorgestellt. In der mit diesem Antrieb ausgerüsteten Prototyppresse erfolgt die Erzeugung der veränderlichen Drehbewegung durch einen elektrischen Servomotor. Das vorgestellte System erlaubt aber lediglich die Modifikation der Stößelkinematik außerhalb der eigentlichen Umformphase. Es wird eine Erhöhung der Hubzahl durch eine Beschleunigung der Aufwärtsbewegung des Stößels gezeigt, wohingegen während der Umformung vor dem unteren Totpunkt die Kinematik des konventionellen Exzenterantriebs beibehalten wird. Das System ist bisher nur anhand einer Institutspresse untersucht worden. Kenntnisse über den praktischen Einsatz liegen nicht vor.

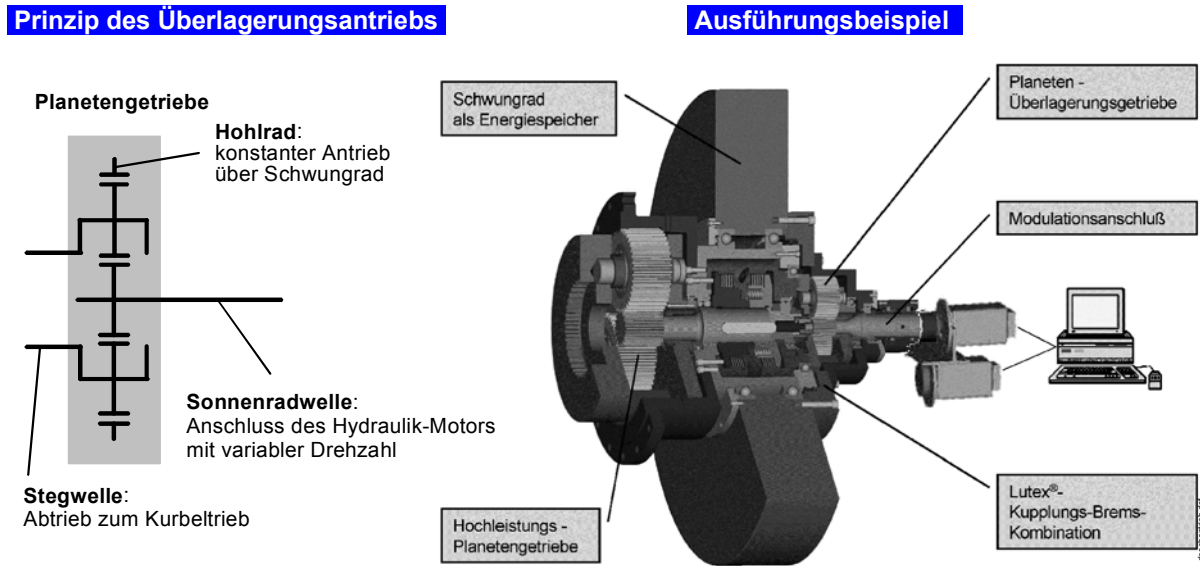


Abbildung 7: Pressenantrieb mit Überlagerungsgetriebe und Zweittrieb [VOLB-02]

Ein ebenfalls auf dem Überlagerungsprinzip beruhender Pressenantrieb wird in [TENB-01] und [VOLB-02] vorgestellt (**Abbildung 7**). Der Antrieb besteht aus einem schnelllaufenden Schwungrad und einer Kupplungs-Brems-Kombination und kann als sogenannter Kompakt- oder Komplettantrieb in den Antriebsstrang jeder konventionellen Presse eingebracht werden. Kern dieses Antriebs ist ein Umlauf- rädergetriebe, das die Summation der konstanten Schwungrad-drehzahl mit einer zyklisch veränderlichen Zusatzbewegung erlaubt. Diese wird durch eine durch das Schwungrad betriebene Kombination aus Hydraulikpumpe und -motor erzeugt, wodurch sowohl eine hohe Leistung als auch eine kurze Stellzeit dieses Zweittriebs gewährleistet werden. Diese Eigenschaften sollen im Gegensatz zum vorgenannten System gemäß eine Modifikation der Stößelkinematik auch während des Umformprozesses erlauben.

Ein neues Pressenkonzept mit flexibler Stößelkinematik zur Herstellung kleinster Teile wird in [WEGE-00] vorgestellt. In Rahmen eines Forschungsvorhabens wird derzeit eine Presse mit elektrischen Linearantrieben für den Stößel entwickelt. Bisher wurde jedoch nur das Konzept vorgestellt, Aussagen über erreichbare Kräfte und Hubzahlen wurden nicht veröffentlicht. Es ist allerdings nicht zu erwarten, dass dieses System in absehbarer Zeit für große Umformkräfte einsetzbar sein wird.

2.1.3 Kinematikmodifikation durch Vorschaltgetriebe

Eine weitere Möglichkeit zur Beeinflussung der Stößelkinematik besteht darin, das Hubgetriebe mit einer ungleichmäßigen Umlaufbewegung anzutreiben. Aus der Lite

Durch Arbeiten am Institut für Umformtechnik und Umformmaschinen (IFUM) der Universität Hannover wurde der Nachweis erbracht, dass die Antriebstechnologie mit unrunderen Zahnrädern grundsätzlich zum Einsatz in Pressenantrieben geeignet ist [DOEG-97], [HIND-98]. Es wurde hierzu eine mechanische C-Gestell-Presse als Prototyp-Presse mit einem für eine Nennkraft von 1.000 kN ausgelegten neuen Antrieb mit unrunderen Zahnrädern ausgerüstet (**Abbildung 9**).

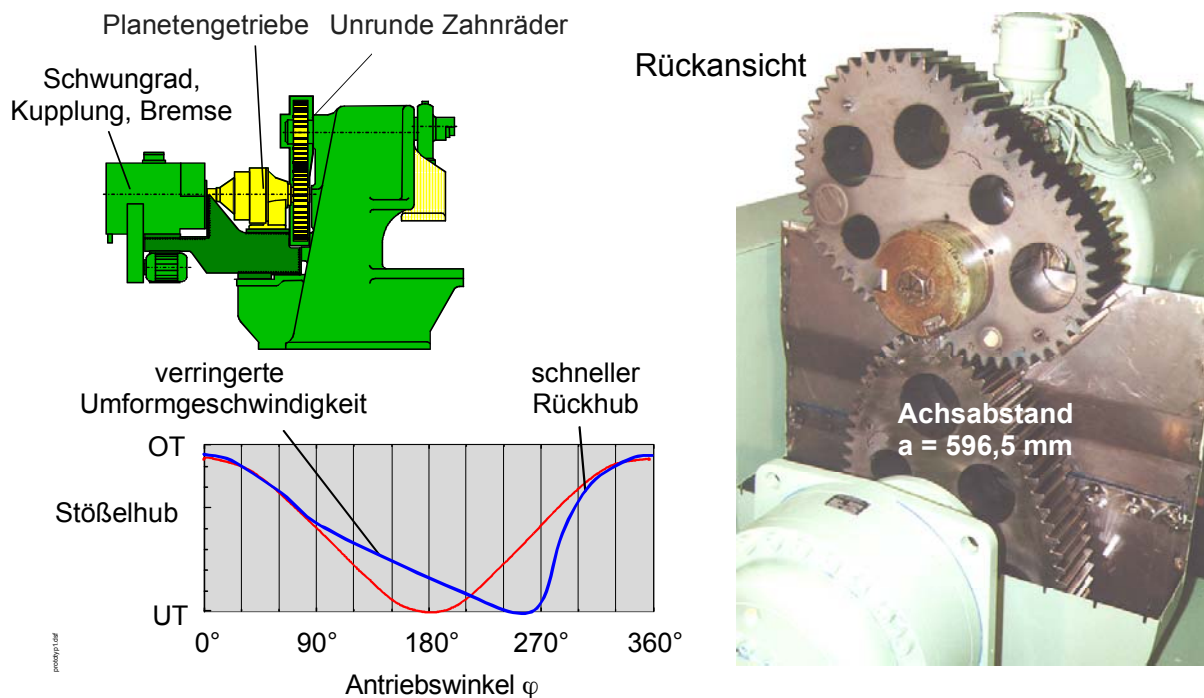


Abbildung 9: Am IFUM befindliche Prototyp-Presse mit unrunderen Zahnrädern [HIND-98]

Die Stößelkinematik wurde durch den Einbau der in **Abbildung 10** gezeigten unrunderen Zahnräder für Tiefziehprozesse optimiert, indem der Stößel im Umformbereich vor dem unteren Totpunkt eine gegenüber einem herkömmlichen Exzenterantrieb deutlich reduzierte, annähernd gleichförmige Geschwindigkeit aufweist (Abbildung 9). Die in die Prototyp-Presse integrierten unrunderen Zahnräder wurden im Wälzstoßverfahren hergestellt und anschließend gasnitriert.

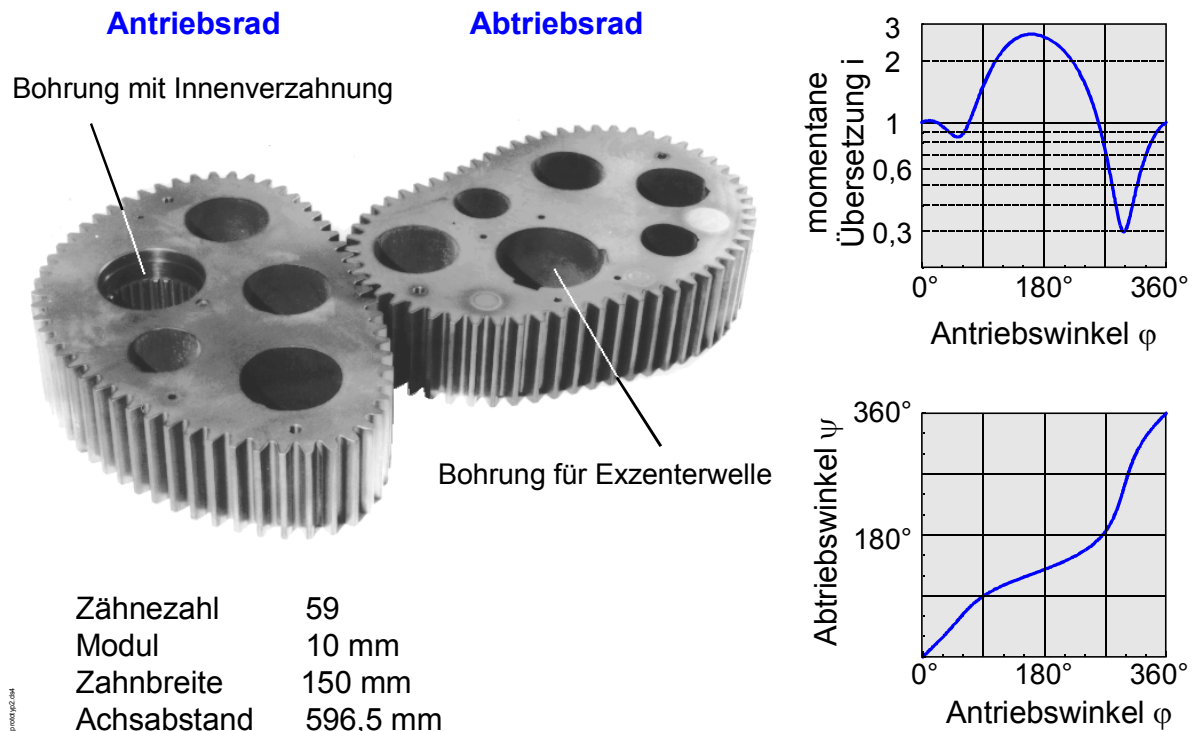


Abbildung 10: In der Prototyp-Presse eingesetzte unrunde Zahnräder [HIND-98]

2.2 Unrunde Zahnräder

Nach der Vorstellung der wichtigsten Antriebsprinzipien im Bereich mechanischer Pressen wird im Folgenden näher auf unrunde Zahnräder eingegangen. Der Fokus dieses Überblicks liegt auf bisherigen Einsatzfällen, bekannten Berechnungsansätzen und Programmen zur Zahnradauslegung sowie Herstellungsverfahren für unrunde Zahnräder.

2.2.1 Einsatzbereiche unrunder Zahnräder

Unrunde Zahnräder sind prinzipiell seit langem bekannt. Bisher wurden sie allerdings vornehmlich in Bewegungsgetrieben mit dem Ziel eingesetzt, eine ungleichförmige Bewegung bei geringer Belastung am Abtriebsglied zu erzeugen. Ein ausführlicher Überblick über bisher realisierte Bewegungsgetriebe mit unrunder Zahnrädern findet sich z. B. in [HIND-98]. Über eine Anwendung in Leistungsgetrieben, in denen neben der Erzeugung einer ungleichförmigen Bewegung auch ein großes Drehmoment übertragen werden muss, wird in vergleichsweise wenigen Veröffentlichungen detailliert berichtet:

NIJAZOV ET AL. setzen im Antrieb eines Raupenschleppers unrunde Zahnräder ein. Diese sollen die bei einem gleichförmigen Antrieb prinzipbedingt auftretende

ungleichförmige Bewegung des Kettentriebs ausgleichen und somit den Verlauf des notwendigen Antriebsmomentes glätten [NIJA-78].

Die Verwendung eines Paares unrunder Zahnräder im Fadengebergetriebe einer Webmaschine wird von GRILL ET AL. beschrieben [GRIL-93]. Die Zahnräder ersetzen bei dieser Anwendung einen vorher verwendeten Gelenkantrieb, in dessen Lagern aufgrund der auftretenden großen dynamischen Lasten hoher Verschleiß auftrat.

DOFEK berichtet über die Verwendung von im Brennpunkt gelagerten elliptischen Zahnrädern in einer Trommelschere, die Stahlband während der Vorschubbewegung in vorgegebene Abschnittslängen teilt [DOFE-93].

Es bleibt jedoch festzuhalten, dass bei allen oben genannten Anwendungsbeispielen keine Angaben zu übertragbaren Drehmomenten bzw. Leistungen gemacht werden.

2.2.2 Berechnungszusammenhänge und Auslegungsprogramme

Bereits 1953 legte OLSSON eine umfassende Betrachtung der Zusammenhänge zur Auslegung unrunder Zahnräder vor [OLSS-53]. Gemäß den damals verfügbaren Fertigungsverfahren beschränken sich diese Ausführungen auf unrunder Zahnradpaare mit analytisch beschreibbaren Wälzkurven wie beispielsweise elliptische Zahnräder. Die in **Abbildung 11** dargestellten Zusammenhänge zwischen den Wälzkurven unrunder Zahnräder sind jedoch auch für frei geformte Wälzkurven allgemein gültig.

Für die 1. Ableitung der Übertragungsfunktion $\psi'(\varphi)$ (im weiteren Verlauf auch als Übertragungsfunktion 1. Ordnung bezeichnet) als dem Kehrwert der momentanen Übersetzung i unrunder Zahnräder gilt

$$\psi'(\varphi) = \frac{1}{i(\varphi)} = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\omega_{ab}}{\omega_{an}} . \quad (2-1)$$

Gleichzeitig bestimmt diese Übertragungsfunktion ψ' das Verhältnis der Wälzkurvenradien von An- und Abtriebsrad:

$$\psi' = -\frac{r_{an}}{r_{ab}} . \quad (2-2)$$

Das negative Vorzeichen in obiger Gleichung resultiert aus den entgegengesetzten Drehrichtungen der beiden unrunder Zahnräder. Im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit wird aus Anschauungsgründen oftmals mit dem Betrag der Übertragungsfunktion ψ' bzw. der Übersetzung i gearbeitet.

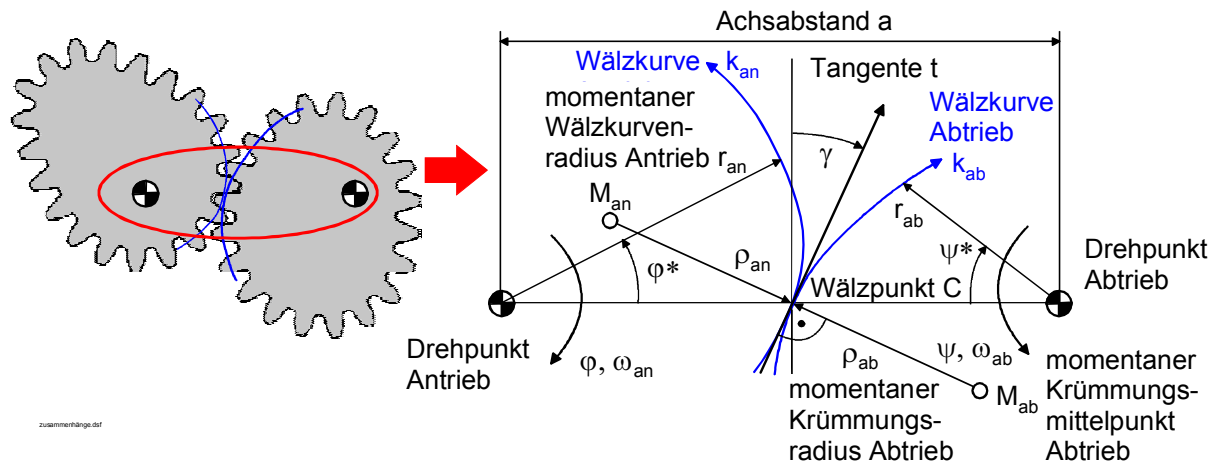


Abbildung 11: Bezeichnungen zur Beschreibung der Wälzkurven

Mit dem konstanten Achsabstand a der unrunder Zahnräder ergeben sich die Wälzkurven in Polarkoordinaten:

$$r_{an} = -a \cdot \frac{\psi'}{1 - \psi'} ; \quad \varphi^* = -\varphi , \quad (2-3)$$

$$r_{ab} = +a \cdot \frac{1}{1 - \psi'} ; \quad \psi^* = -\psi . \quad (2-4)$$

Der Winkel der gemeinsamen Tangente γ der Wälzkurven im Wälzpunkt in Bezug auf die Senkrechte der Gestellgeraden, die die Verbindung beider Zahnraddrehpunkte darstellt, ergibt sich aus

$$\tan \gamma = -\frac{1}{r_{an}} \cdot \frac{dr_{an}}{d\varphi^*} . \quad (2-5)$$

Mit den momentanen Krümmungsradien und den dazugehörigen Krümmungsmittelpunkten der Wälzkurven ist es möglich, zu jeder Stellung eines Paares unrunder Wälzkurven ein momentanes Ersatzgetriebe zu definieren [DOEG-94]. Für den Krümmungsradius ρ_{an} des Antriebsrades gilt nach [BRON-89]

$$\rho_{an} = \frac{\sqrt{\left[r_{an}^2 + \left(\frac{dr_{an}}{d\varphi^*} \right)^2 \right]^3}{r_{an}^2 + 2 \cdot \left(\frac{dr_{an}}{d\varphi^*} \right)^2 - \frac{d^2 r_{an}}{d\varphi^{*2}}} . \quad (2-6)$$

Der Krümmungsradius des Abtriebsrades ergibt sich durch einen entsprechenden Austausch der Indizes. Durch Kombination der Gl. 2-5 und 2-6 können auch die

Drehpunkte M_{an} und M_{ab} der momentanen runden Ersatzgetriebe ermittelt werden, die den momentanen Krümmungsmittelpunkten der unrunder Wälzkurven entsprechen.

Der Nutzen des momentanen Ersatzgetriebes liegt in der Ähnlichkeit der geometrischen Verhältnisse von Wälzkurve und Verzahnung in einer betrachteten Getriebestellung. Zur Vermeidung von Missverständnissen sei darauf hingewiesen, dass diese Ähnlichkeit nicht für das momentane Übersetzungsverhältnis gilt.

Im einfachsten Fall werden die Wälzkurven durch analytische Ansätze wie Ellipsen oder Ovale beschrieben. Charakteristisch für diese Wälzkurvenpaare ist jedoch die Tatsache, dass mit ihnen keine beliebigen Bewegungsvorgaben erfüllt werden können, da die Form der Wälzkurven und damit nach Gl. 2-1 und 2-2 auch die Übersetzung durch die beschreibende analytische Funktion festgelegt sind.

Durch die Entwicklung moderner Fertigungsverfahren (vgl. Abschnitt 2.2.3) ist auch die Herstellung frei geformter unrunder Zahnräder möglich geworden [HASS-90]. Die zusätzliche Aufgabe besteht hierbei jedoch darin, ein geeignetes Verfahren zu finden, mit dem die gesuchte Übertragungsfunktion so beschrieben wird, dass sie einerseits die Bewegungsvorgaben (auch als Bewegungsaufgaben bezeichnet) erfüllt und andererseits zu brauchbaren Wälzkurven führt. Auf die verschiedenen Lösungsansätze für diese aus der Getriebetechnik als Bewegungsdesign bekannte Aufgabe wird später detailliert eingegangen. Aufgrund der vielfältigen Anforderungen muss das Bewegungsdesign in der Regel als iterativer Prozess erfolgen [BRAU-00].

Eine Sonderform der Wälzkurven stellen die deckungsgleichen Wälzkurvenpaare dar, die identische Formen für An- und Abtriebsrad besitzen. Die zu ihrer Berechnung notwendigen Zusammenhänge wurden beispielsweise von OLSSON [OLSS-53] und LITVIN [LITV-94] veröffentlicht. Beispiele zur Auslegung solcher deckungsgleicher Zahnräder, die Vorteile in Bezug auf Auslegungs- und Herstellungskosten haben können, werden von TONG ET AL. [TONG-98] sowie von HASSE [HASS-00] gezeigt. Allerdings sind auch bei diesen Zahnrädern die erreichbaren Bewegungsabläufe beschränkt, da der Übersetzungsverlauf durch die geometrischen Zusatzbedingungen geprägt wird.

Das Vorgehen zur Verzahnung beliebiger Wälzkurven mit Evolventenverzahnungen wird von HINDERSMANN ausführlich beschrieben [HIND-98]. Im Gegensatz zu Verzahnungen runder Räder ergeben sich bei unrunder Wälzkurven für jeden Zahn eine veränderte Form sowie ein veränderter Teilungswinkel τ [GORZ-92]. Es werden jedoch in dieser Veröffentlichung keine weiterführenden Hinweise gegeben, welche

Konsequenzen dies beispielsweise auf die Überdeckungsgrade der Verzahnungen hat.

SMITH weist auf die Tatsache hin, dass bei unrunderen Zahnrädern wegen der im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich betrachteten mittleren Übersetzung von 1 immer die gleichen Zähne miteinander kämten. HINDERSMANN zeigt hierzu anhand einer Auswertung der Literatur, dass sich das Abwälzen immer gleicher Zahnflanken günstig auf die Tragfähigkeit auswirken kann [HIND-98]. Weiterhin ergibt sich durch die mittlere Übersetzung von 1 die grundsätzliche Möglichkeit, eine veränderliche Profilverschiebung oder auch einen veränderlichen Modul vorzusehen [SMIT-00]. Es werden jedoch keine Berechnungsansätze oder Beispiele hierzu gegeben. Auch in [FEES-94] wird die Möglichkeit einer über dem Umfang veränderlichen Profilverschiebung zur Optimierung unrunderer Zahnräder genannt.

Untersuchungen zur Tragfähigkeitsberechnung unrunderer Zahnräder wurden von DOEGE ET AL. [DOEG-94], HASSE [HASS-97] und BRAUNE ET AL. [WYWR-98], [WYRW-01] durchgeführt. Diesen Arbeiten ist gemeinsam, dass die für runde Zahnräder entwickelten Berechnungen nach DIN 3990 [DIN-3990] auf das momentane krümmungsgleiche runde Ersatzgetriebe der unrunderen Zahnräder angewendet werden. Untersuchungen zur Gültigkeit dieser Übertragung beispielsweise durch Vergleich mit Finite-Elemente-Rechnungen liegen nicht vor.

Derzeit sind aus der Literatur mindestens drei Berechnungsprogramme für unrunderer Zahnräder bekannt. Das von HASSE erstellte Programmpaket deckt sowohl den Bereich des Bewegungsdesigns als auch die Berechnung und Bewertung der Verzahnung sowie die Erzeugung von Fertigungsdaten ab [HASS-97]. Es hat jedoch den Nachteil, dass für das Bewegungsdesign die Bewegungsvorgaben in Form von Winkelangaben ψ für das unrunderer Abtriebsrad vorliegen müssen [HASS-98a]. Aus Gründen der Anschaulichkeit ist es jedoch für den Pressenkonstrukteur wünschenswert, ausschließlich mit Vorgaben für die Stoßelkinematik $s(\varphi)$ zu operieren. Das von HINDERSMANN [HIND-98] entwickelte Berechnungsprogramm bietet diese Möglichkeit, führt aber in Abhängigkeit der definierten Bewegungsaufgaben zu Wälzkurven, die nicht immer zum praktischen Einsatz geeignet erscheinen. Es entspricht außerdem nicht in allen Belangen dem Anspruch einer einfachen, intuitiven Bedienbarkeit. Das von WYRWA realisierte Programm deckt den Bereich von der Verzahnungsrechnung bis zur Tragfähigkeitsrechnung ab, klammert jedoch das Bewegungsdesign aus. Aufgrund der aus der gewählten Programmierungsumgebung resultierenden langen Rechenzeiten scheint nach WYRWA dieses Programm zudem nicht für einen dauerhaften Praxiseinsatz geeignet [WYRW-01].

Im Rahmen eines von der AiF geförderten Vorhabens [DOEG-00] wurden erste auf die Bedürfnisse der Pressenkonstrukteure abgestimmte Algorithmen zur Auslegung von unrunder Zahnräder entwickelt. Diese wurden in einem anwenderfreundlichen Berechnungsprogramm implementiert.

2.2.3 Herstellungsverfahren

Zur Herstellung unrunder Zahnräder mit beliebig geformten Wälzkurven kommen verschiedene Fertigungsverfahren zum Einsatz. Von SMITH werden hier neben dem Wälzstoßen, Drahterodieren und dem Wälzfräsen auch Verfahren wie Stanzen, Gießen und Extrudieren für Zahnräder mit geringer Zahnbreite genannt [SMIT-00]. Der Einsatz des Wälzfräsens zur Herstellung unrunder Zahnräder wird auch in [VAR-84] sowie in [MIRO-00] untersucht.

Das derzeit am häufigsten angewendete Fertigungsverfahren für unrunder Zahnräder ist das Wälzstoßen [TAKE-83], [HASS-90]. Die Algorithmen zur Berechnung der notwendigen Bewegungen des Stoßrades wurden beispielweise von LITVIN publiziert [LITV-94].

Die Herstellung von runden Zahnrädern für Leistungsgetriebe auch mit größeren Zahnbreiten durch Drahterodieren kann heute ebenfalls zum Stand der Technik gezählt werden [FEES-94]. Dieses Verfahren hat seine Existenzberechtigung bei Kleinserien und Sonderverzahnungen, da es hier in einigen Fällen Kosten- und Flexibilitätadvantages gegenüber den bekannten Verfahren besitzt [STOT-96]. KLEISS ET AL. beschreiben die Erzeugung von Steuerdaten für die Erodiermaschine zur Herstellung runder Zahnräder. Sie führen einen Vergleich der Verzahnungsqualität erodierter Zahnräder mit der wälzgefräster Zahnräder durch und empfehlen als Konsequenz bei erodierten Zahnrädern eine Einlaufphase mit geringer Belastung [KLEI-94], [KLEI-96]. Um eine unweigerlich mit Ungenauigkeiten verbundene Nachbildung der Zahnevolventen durch Kreisbogeninterpolation zu vermeiden, die für die Erzeugung der NC-Steuerdaten i. d. R. notwendig ist, schlagen KHUDBIN ET AL. vor, während des Erodierprozesses dem Werkstück eine Drehbewegung zu überlagern [KHUD-94]. Untersuchungen von YOSHIDA ET AL. zeigen, dass drahterodierte Zahnräder bei geeigneter Prozessführung eine mit geschliffenen Zahnflanken vergleichbare Oberflächenqualität erreichen können. Der Verschleiß der erodierten Zahnräder lag bei diesen Verzahnungen zwar über dem geschliffener Zahnräder, aber deutlich unterhalb der Werte für nur wälzgefräste Zahnräder [YOSH-95].

Vom erfolgreichen Einsatz durch Drahterodieren hergestellter unrunder Zahnräder berichtet LOZZI [LOZZ-00]. Es werden jedoch weder Details über Daten der

Verzahnung noch über die Herstellung oder das Betriebs- und Verschleißverhalten genannt.

2.3 Berechnung der Tragfähigkeit von unrundern Stirnradverzahnungen

In den folgenden Abschnitten wird auf die Berechnung der Tragfähigkeit von runden und unrundern Stirnradverzahnungen eingegangen. Dabei werden zunächst die Grundlagen zur Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe beschrieben, die in diskreten Wälzstellungen als gute Näherung für die unrundern Verzahnungsgeometrien verwendet werden können. Diese momentanen Ersatzgetriebe ermöglichen im Anschluss die Anwendung der Berechnungsstandards gemäß DIN 3990 zur Tragfähigkeitsberechnung. Außerdem werden die Berechnungsgrundlagen für die Finite-Elemente basierte Zahnkontaktanalyse unter Last für Stirnradverzahnungen beschrieben, welche im Rahmen dieses Berichts auf die Berechnung unrunder Verzahnungen erweitert werden soll. Ergänzend werden außerdem Untersuchungen zum Konvergenzverhalten von finiten 2D- und 3D-Elementen vorgestellt.

2.3.1 Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe und Anwendung der Tragfähigkeitsauslegung auf Basis von DIN 3990

Damit der sichere Betrieb einer Verzahnung gewährleistet werden kann, ist der Nachweis der Tragfähigkeit der Verzahnung zu erbringen. Für runde Stirnradverzahnungen kann hierzu die DIN 3990 [DIN-3990] angewendet werden. Gemäß DIN 3990 ist der Nachweis der Grübchen-, Zahnfuß- und Flankentragfähigkeit erforderlich. Die Grundlagen hierfür wurden bereits in der Arbeit von Wyrwa [WYRW-01] ermittelt, die jedoch aufgrund ihrer Wichtigkeit für die weitere Vorgehensweise in den folgenden Abschnitten kurz zusammenfassend dargestellt werden.

Da für die Berechnung der Flankentragfähigkeit, bei der die Sicherheit gegen Fressen ermittelt wird, nicht-kinematische Merkmale wie Schmierstoffbeschaffenheit, Temperaturen oder Oberflächenbeschaffenheiten der Zahnflanken betrachtet werden müssen, soll diese an dieser Stelle nicht weiter betrachtet werden. Im Folgenden sollen daher insbesondere die Grundlagen zur Ermittlung der Grübchen- und der Zahnfußtragfähigkeit betrachtet werden.

Aufgrund der sich bei unrundern Zahnrädern über dem Umfang ständig ändernden Geometrie ist der Tragfähigkeitsnachweis für nur eine Wälzstellung als nicht ausreichend anzusehen. Vielmehr ist dieser für mehrere Wälzstellungen zu erbringen, wobei im wesentlichen zwei Strategien angewendet werden können. Die erste Strategie besteht darin, die Verzahnung in diskreten, gleichmäßig über dem

Umfang verteilten Wälzstellungen zu untersuchen. Nachteilig bei dieser Vorgehensweise ist jedoch, dass unter Umständen Bereiche mit besonders ungünstigen Belastungs- und Überdeckungsverhältnissen der Verzahnung nicht berücksichtigt werden. Eine zweite von Cao [CAO-98] vorgeschlagene Strategie beinhaltet daher eine detaillierte Analyse der Belastungen und Überdeckungen der unrunder Verzahnung und sieht anschließend den Tragfähigkeitsnachweis für die besonders kritischen Wälzstellungen und Bereiche der unrunder Verzahnung vor.

Voraussetzung für den Tragfähigkeitsnachweis nach DIN 3990 ist zum einen die Kenntnis der belastenden Nenn-Zahnnormalkraft F_{bn} . Zum anderen sind, wie bereits erwähnt, die Berechnungsstandards nach DIN auf runde Zahnräder bezogen. Daher ist für die zu untersuchenden Wälzstellungen der unrunder Verzahnung eine entsprechende Umrechnung in sogenannte „momentane Ersatzgetriebe“ vorzunehmen [WYRW-01], auf die dann die Berechnungsgrundlagen der DIN 3990 angewendet werden können. Diese „momentanen Ersatzgetriebe“, die aus einer Paarung runder Zahnräder mit in der Regel nicht-ganzzahligen Zähnezahlen bestehen, stellen für die einzelnen zu untersuchenden Wälzstellungen eine sinnvolle Annäherung der Krümmungs-, Eingriffs- und Überdeckungsverhältnisse unrunder Verzahnungen dar.

Die Grundlagen zur Bestimmung der Nenn-Zahnnormalkraft sind in **Abbildung 12** veranschaulicht. Bei gegebenem Abtriebsmoment M_{ab} kann die Umfangskraft F_C einfach über das Hebelgesetz mit dem Wälzkreisradius des unrunder Rads r_2 zu $F_C = M_{ab} / r_2$ bestimmt werden. Die so ermittelte Kraft F_C steht senkrecht auf der Verbindung der Drehpunkte der unrunder Zahnräder, der sogenannten „Gestellgerade“.

Der Betrag der Nenn-Zahnnormalkraft ergibt sich dann aus dem resultierenden Kraftangriffswinkel $\tilde{\alpha}$ durch Auflösen von $F_C = F_{bn} \cdot \cos(\tilde{\alpha})$ nach der gesuchten Kraft F_{bn} . Nach Wyrwa [WYRW-01] kann dabei der Kraftangriffswinkel aus dem Tangentenwinkel τ und dem Eingriffswinkel der unrunder Verzahnung α_w berechnet werden, wobei folgende Fallunterscheidung zu beachten ist:

I. $\tau > 0$ und $M_{ab} > 0$ oder $\tau < 0$ und $M_{ab} < 0$:

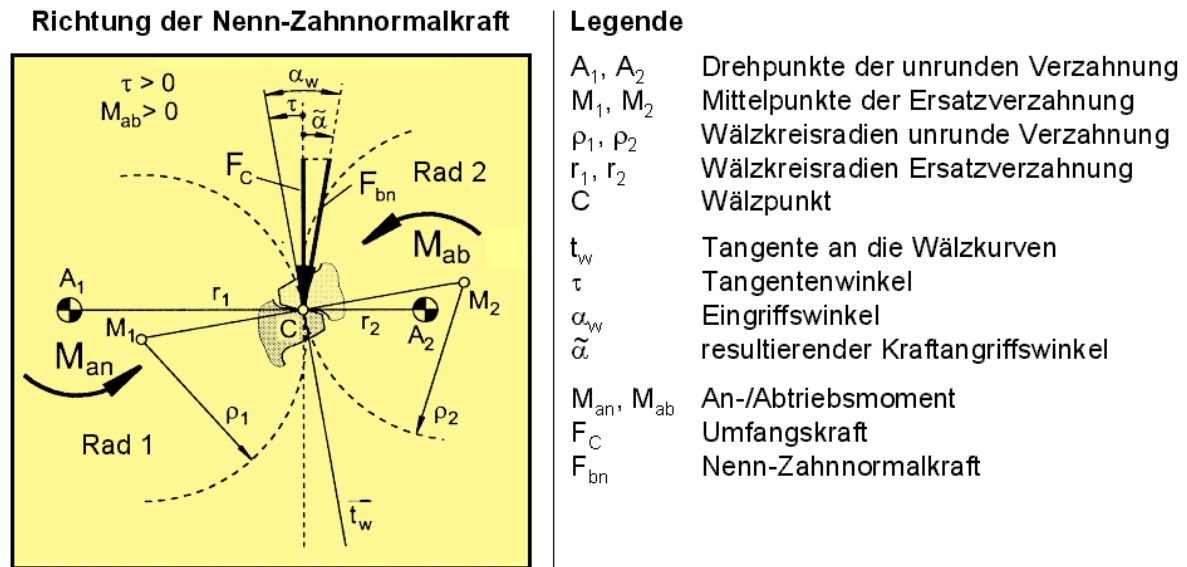
$$\tilde{\alpha} = \alpha_w - \tau$$

II. $\tau > 0$ und $M_{ab} < 0$ oder $\tau < 0$ und $M_{ab} > 0$:

$$\tilde{\alpha} = \alpha_w + \tau$$

Durch diese Fallunterscheidung werden zum einen der Betriebszustand der Verzahnung durch das Vorzeichen des Abtriebsmomentes $\text{sgn}(M_{ab})$ und zum anderen die Geometrie der Wälzkurve über den Tangentenwinkel τ berücksichtigt.

Zusammenfassend ergibt sich damit die in **Abbildung 12** unten dargestellte Gleichung zur Bestimmung der resultierenden Zahnnormalkraft F_{bn} . Wie aus der Gleichung hervorgeht, liegt eine vorzeichenmäßige Abhängigkeit zwischen der Nenn-Zahnnormalkraft und dem Abtriebsmoment vor.



Nenn-Zahnnormalkraft
$$F_{bn} = \frac{M_{ab}}{r_2 \cdot \cos[\alpha_w - \text{sgn}(M_{ab}) \cdot \tau]}$$

Quelle: Wyrwa

© WZL

Abbildung 12: Nenn-Zahnnormalkräfte bei unrunder Zahnradern [WYRW-01]

Außer der Nenn-Zahnnormalkraft ist, wie bereits erwähnt, die Definition von momentanen Ersatzgetrieben erforderlich, auf die die Berechnungsstandards nach DIN 3990 angewendet werden können. Zur Veranschaulichung der Idee der momentanen Ersatzgetriebe zeigt **Abbildung 13** Ausschnitte der Wälzkurven einer unrunder Verzahnung k_{w1} und k_{w2} in einer Wälzstellung mit den Wälzkreisen k_{w1}^E und k_{w2}^E der dazugehörigen Ersatzverzahnung.

Die Berechnungsgrundlagen zur Ermittlung der runden Ersatzverzahnungen wurden bereits in Abschnitt 2.2.2 beschrieben. Gemäß Gleichung (2-6) lassen sich die Krümmungsradien $\rho_{an}(\varphi)$ und $\rho_{ab}(\psi)$ berechnen. Diese Krümmungsradien entsprechen den Wälzkreisradien der Ersatzverzahnung. Für unrunder Verzahnungen ohne Profilverschiebung sind diese identisch mit den Teilkreisen der Ersatzverzahnung. Die Kreismittelpunkte der sich für eine Wälzstellung ergebenden Ersatzwälzkreise M_1 und M_2 entsprechen den Drehpunkten der momentanen Ersatzverzahnung, die, wie bereits in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, mit den Gleichungen (2-5) und (2-6) berechnet werden können.

Sind die Wälzkreisdurchmesser und die Teilkreisdurchmesser der momentanen Ersatzverzahnung bekannt, so können leicht weitere Verzahnungsdaten, wie beispielsweise die Ersatzzähnezahlen z_1^E und z_2^E gemäß der bekannten Berechnungsvorschriften der DIN 3960 [DIN-3960] berechnet werden. Im Gegensatz zu runden Verzahnungen werden sich in der Regel nicht-ganzzahlige Ersatzzähnezahlen ergeben, wodurch jedoch die Anwendung der DIN 3990 nicht eingeschränkt wird.

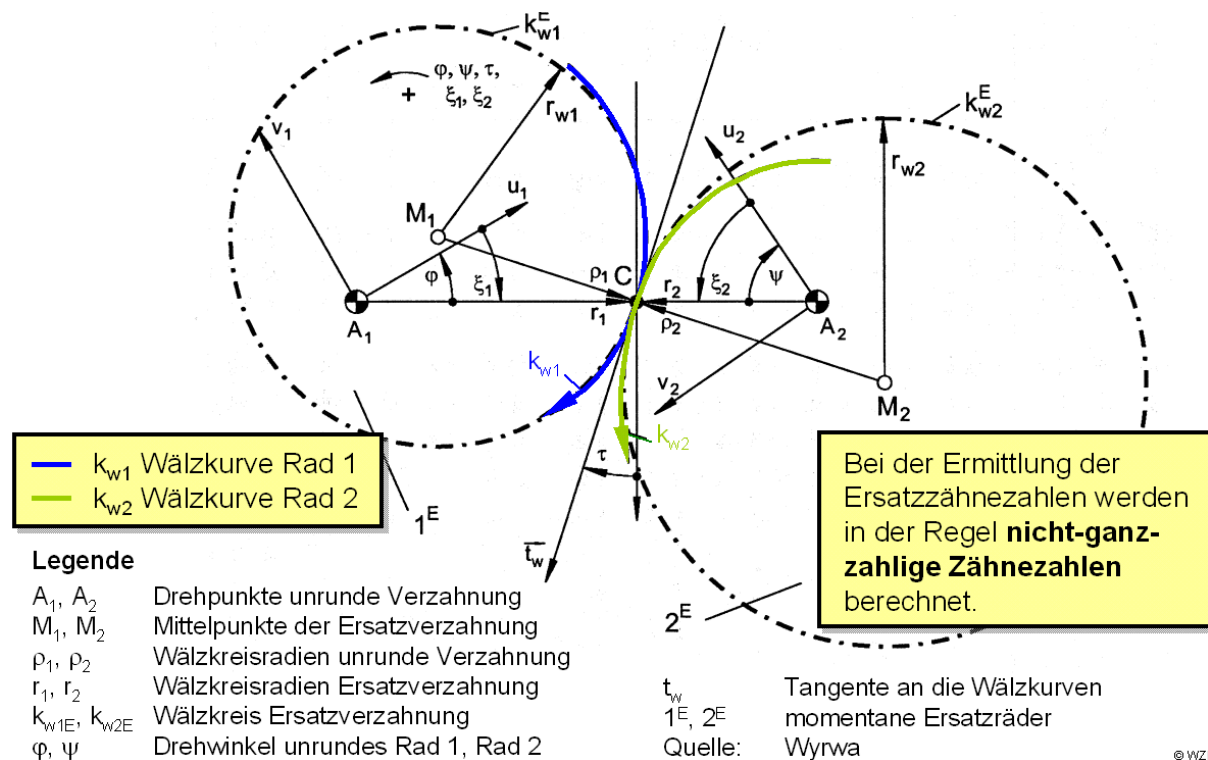


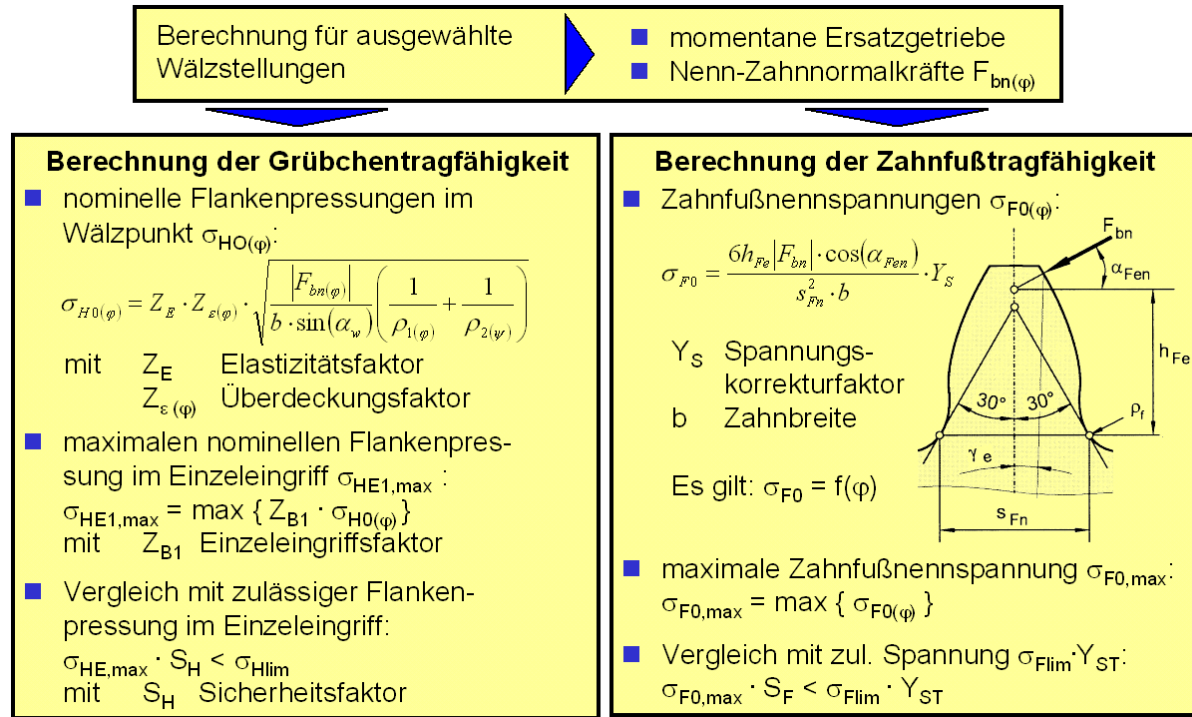
Abbildung 13 Prinzip von Wälzkurve und momentanem Ersatzgetriebe [WYRW-01]

Die zuvor vorgestellten Grundlagen erlauben die Anwendung der DIN 3990 auf unrunde Zahnräder. Die von Wyrwa [WYRW-01] auf die Anforderungen unrunder Verzahnungen angepassten Berechnungsvorschriften werden im Folgenden kurz vorgestellt und sind zusammengefasst in **Abbildung 14** dargestellt.

Zur Beurteilung der Grübchentragsfähigkeit wird als Kenngröße die Hertz'sche Flankenpressung angewendet, die für jede Wälzstellung φ_i für das jeweilige momentane Ersatzgetriebe untersucht wird. Dabei wird, wie auch links in **Abbildung 14** dargestellt, zunächst mit dem Elastizitätsfaktor Z_E und dem Überdeckungsfaktor $Z_{\varepsilon(\varphi)}$ die nominelle Flankenpressung im Wälzpunkt $\sigma_{H0(\varphi)}$ berechnet.

Der Elastizitätsfaktor Z_E ist werkstoffabhängig und damit unabhängig vom Wälzwinkel der unrunder Verzahnung. Er berechnet sich aus den Elastizitätsmoduln E_1

und E_2 sowie den Querkontraktionszahlen ν_1 und ν_2 der jeweiligen Räder. Durch den Überdeckungsfaktor $Z_{\varepsilon(\varphi)}$ wird der Einfluss der Profilüberdeckung auf die Grübchen-tragfähigkeit berücksichtigt.



Quelle: Wyrwa ©WZL

Abbildung 14: Berechnung der Tragfähigkeit unrunder Zahnräder in Anlehnung an DIN 3990 [WYRW-01]

Aus der nominellen Flankenpressung im Wälzpunkt $\sigma_{H0(\varphi)}$ wird mit dem Einzeleingriffsfaktor Z_{B1} anschließend die maximale nominelle Flankenpressung im Einzeleingriff $\sigma_{HE1,max}$ für die unrunde Radpaarung ermittelt. Die Grundlagen zu Ermittlung des Einzeleingriffsfaktors sind in [WYRW-01], [DIN-3990] und [NIEM-83] beschrieben und sollen an dieser Stelle nicht vertieft werden.

Liegt beim abschließenden Vergleich das Produkt aus $\sigma_{HE1,max}$ und einer ausreichend großen Sicherheit S_H unterhalb der zulässigen Flankenpressung im Einzeleingriff σ_{Hlim} ist der gewünschte Nachweis der Flankentrugfähigkeit erbracht. Gemäß DIN 3990 können noch weitere Korrekturfaktoren berücksichtigt werden [DIN-3990], [NIEM-83], die hier jedoch nicht weiter erläutert werden sollen.

Auch die Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit erfolgt anhand der momentanen Ersatzgetriebe. Für diese wird, in Analogie zu den runden Verzahnungen, die Zahnfuß-Nennspannung an der 30°-Tangente σ_{F0} unter Berücksichtigung der äußeren Last ermittelt, vgl. **Abbildung 14**. Weitere Eingangsgrößen sind neben der Zahnbreite b die Zahnfußsehne s_{FN} , der Biegehebelarm h_{Fe} , der Kraftangriffswinkel

am äußeren Einzeleingriffspunkt α_{Fen} sowie der Spannungskorrekturfaktor Y_S , die gemäß DIN 3990 [DIN-3990] bestimmt werden können. Die Zahnfuß-Nennspannung $\sigma_{F0(\varphi)}$ wird dabei, ebenso wie die nominelle Flankenpressung im Wälzpunkt $\sigma_{H0(\varphi)}$, für alle Wälzstellungen φ_i berechnet.

Im Anschluss wird für jedes Rad aus den Zahnfuß-Nennspannungen $\sigma_{F0(\varphi)}$ die maximale Zahnfuß-Nennspannung $\sigma_{F0,max}$ bestimmt. Wie aus **Abbildung 14** zu entnehmen ist, ist die Zahnfußtragfähigkeit genau dann gesichert, wenn das Produkt aus ermittelter maximaler Zahnfuß-Nennspannung $\sigma_{F0,max}$ und einer ausreichend großen Sicherheit gegen Zahnfußbruch S_F kleiner ist als das Produkt aus der Zahnfußfestigkeit σ_{Flim} und dem Spannungskorrekturfaktor Y_{ST} . Gemäß DIN 3990 können auch hier noch weitere Korrekturfaktoren berücksichtigt werden [DIN-3990], [NIEM-83], die hier nicht erläutert werden sollen.

Liegen detaillierte Kenntnisse der Überdeckungseigenschaften und der Belastungen für eine nachzurechnende unrunde Verzahnungen vor, so ist alternativ zum Tragfähigkeitsnachweis über den gesamten Umfang der unrunder Verzahnung auch die Nachrechnung besonders gefährdeter Bereiche zulässig [CAO-98].

2.3.2 FE-Stirnradkette – Grundlagen der Zahnkontaktanalyse unter Last mit der Finite-Elemente-Methode (FEM)

Leistungsumfang des Programmsystems FE-Stirnradkette

Mit dem am WZL der RWTH Aachen entwickelten Programmsystem „FE-Stirnradkette“ (STIRAK) besteht die Möglichkeit, das Lauf- und Tragfähigkeitsverhalten von Stirnradgetrieben unter Last zu berechnen und anforderungsgerechte Flankenkorrekturen und Toleranzfelder auszulegen. Ebenso ist die FE-Stirnradkette für die Analyse und Berechnung des lastbedingten Eintrittsstoßes, sowie zur Beurteilung der Auswirkungen von gemessenen Flankentopografien und –abweichungen geeignet. Neben der Zahnkontaktgeometrie können die Auswirkungen von Radkörper- und Wellengeometrie sowie Lagerung auf das Kontaktverhalten berücksichtigt werden. **Abbildung 15** gibt einen Überblick über den Leistungsumfang des Programmsystems.

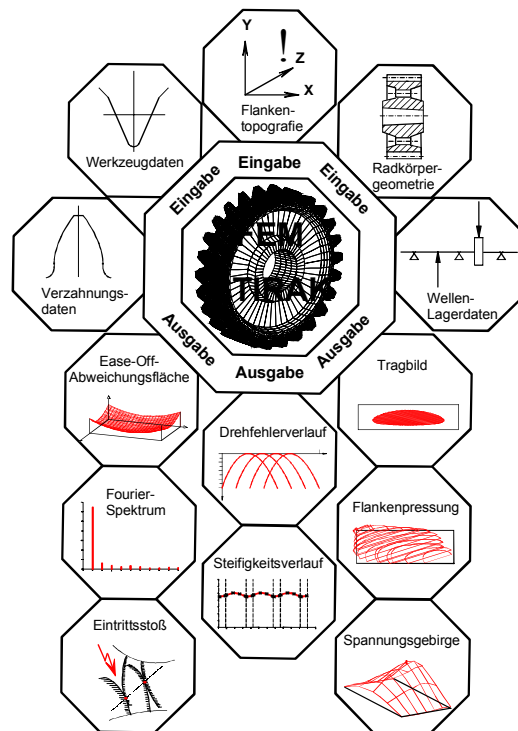


Abbildung 15: Das Programmsystem FE-Stirnradkette - Leistungsumfang

Im Folgenden aufgelistet sind die Eingabegrößen des Programmsystems FE-Stirnradkette:

- Verzahnungsdaten
- Werkzeugdaten
- Messdaten der Flankentopografie
- Radkörpergeometrie
- äußere Belastungen
- Wellen-Lagerdaten

Mit diesen Eingabedaten ist es möglich, nicht nur die Auswirkungen der Makro- und Mikrogeometrie der Verzahnung, sondern auch die Einflüsse des Getriebeumfeldes im Programmsystem zu berücksichtigen.

Wie ebenfalls **Abbildung 15** entnommen werden kann, werden vom Programmsystem folgende Kenngrößen ausgegeben:

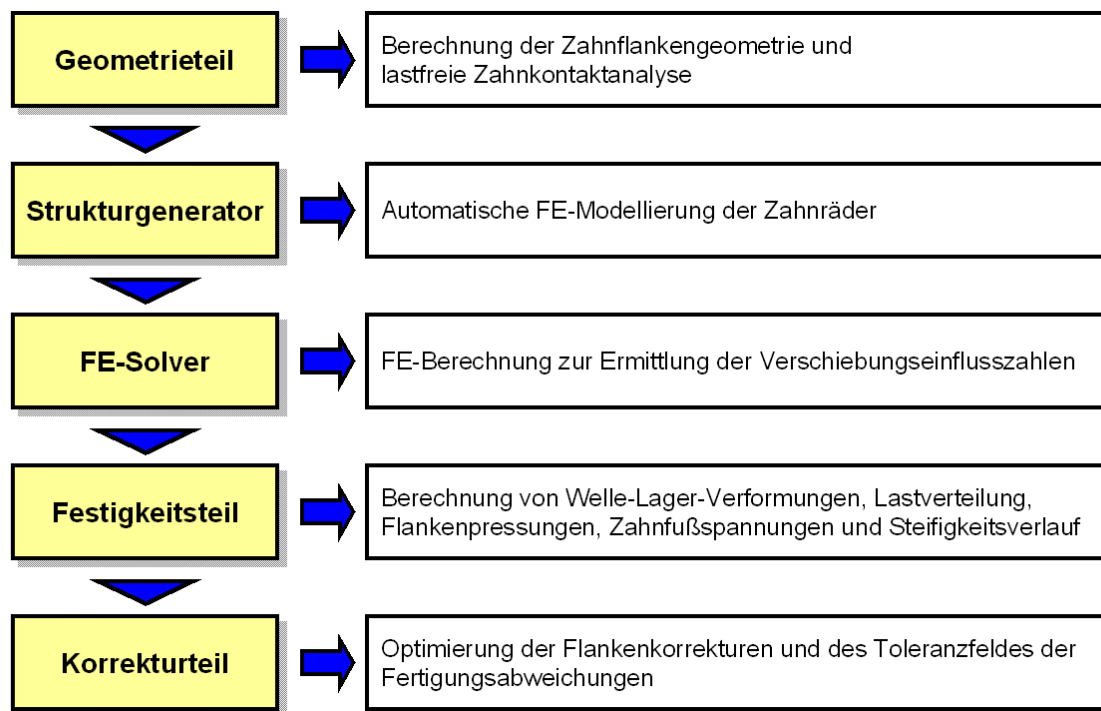
- Zahn- und Werkzeuggeometrie
- FE-Struktur des Zahn- und Radkörpers
- Ease-Off-Abweichungsfläche der vorgegebenen Flankentopografie
- Tragbild im Einzel- und Mehrfacheingriff im lastfreien Zustand und unter Last
- Drehfehlerverlauf im lastfreien Zustand und unter Last
- Gesamt-Zahnfedersteifigkeitsverlauf mit und ohne Wellentorsion
- Verteilung der Linienlasten und Flankenpressungen
- Verteilung der Spannungen im Zahnfußbereich und im Radkörper

Diese Ein- und Ausgabegrößen ermöglichen die Beurteilung des Tragfähigkeits- und des Anregungsverhaltens der Verzahnung in Abhängigkeit von den vorliegenden Flankenabweichungen sowie -korrekturen, dem vorgegebenen Lastmoment und dem Umfeld.

Mit dem Korrekturteil ist es darüber hinaus möglich, diese Ausgabegrößen bei einer beliebigen Kombination von Flankenabweichungen und -korrekturen sowie Lastmomenten automatisch zu berechnen. Dadurch kann nicht nur die optimale Kombination der Flankenabweichungen und -korrekturen gefunden, sondern auch der günstige Toleranzbereich für die Fertigung dieser Variante ermittelt werden.

Aufbau des Programmsystems

Das Programmsystem "FE-Stirnradkette" besteht aus einer Reihe aufeinander folgender Berechnungsprogramme, die eine Ermittlung der Beanspruchungen von Stirnradpaarungen auf der Basis der Methode Finiter Elemente ermöglichen. In **Abbildung 16** sind in der linken Spalte die einzelnen Programmmodule des Berechnungssystems „FE-Stirnradkette“ aufgeführt.



© WZL

Abbildung 16: Struktur des Programmsystems FE-Stirradkette

Basierend auf den Verzahnungs- und Werkzeugdaten wird im Geometrieteil zunächst mit einer Abwälzsimulation die Zahnflankengeometrie berechnet. Anschließend wird für alle zu betrachtenden Wälzstellungen die Lage der Berührlinien und der Berührungspunkte festgelegt und eine lastfreie Zahnkontaktanalyse durchgeführt. Ein automatischer FE-Strukturgenerator erstellt unter vom Anwender einstellbaren Randbedingungen dreidimensionale FE-Strukturen der Zahnradgeometrien. Die Struktur wird dabei aus 20-knotigen Hexaederelementen aufgebaut. Im Rahmen der anschließenden FE-Berechnung werden die Verschiebungseinflusszahlen der Zahnräder berechnet, anhand derer das Steifigkeitsverhalten der Zahnradpaarung charakterisiert wird. Im Festigkeitsteil, in dem auch das Welle-Lager-Verformungsverhalten berücksichtigt werden kann, werden die Flankenpressungen, Zahnfuß- und Radkörperspannungen, Steifigkeits- und Drehfehlerverläufe sowie andere Kenngrößen für die Geräuschanregung berechnet. Der Korrekturteil erlaubt dabei die automatische Durchführung von Variationsrechnungen, wodurch eine einfache und schnelle Optimierung der Zahnflankentopografie ermöglicht wird. Variationsparameter können hierbei mikrogeometrische Merkmale wie etwa Balligkeiten, Profil- und Endrücken oder Profilwinkel- und Flankenlinienwinkelabweichungen sein.

Ein großer Vorteil der FE-Stirradkette ist die Möglichkeit von Folgeläufen, bei denen zur Optimierung der Mikrogeometrie (Kontaktgeometrie) lediglich eine FE-Rechnung

der Makrogeometrie (Verzahnungsgeometrie) erforderlich ist. Grund hierfür ist die Tatsache, dass die Änderung des Steifigkeitsverhaltens einer Verzahnung aufgrund der Modifikation ihrer Mikrogeometrie vernachlässigbar ist.

Bestimmung der Verzahnungsgeometrie und lastfreie Zahnkontaktanalyse

Die numerische Generierung der Zahnflankengeometrie wird durch eine Simulation des Herstellvorganges auf der Basis des Verzahnungsgesetzes durchgeführt. Dazu werden vom Anwender die Kenngrößen des Bezugsprofils vorgegeben. Als Werkzeugprofilformen können analog zur DIN 3960 Fertigwerkzeuge, Protuberanzwerkzeuge und Schneidradgeometrien vorgegeben werden [DIN-3960].

Im Verfahren der Abwälzsimulation, das in Anlehnung an ein zeichnerisches Verfahren nach Releaux entwickelt wurde [RELE-75], wird der Abwälzprozess von Werkzeug und Werkrad durch das Abrollen der Werkzeug-Momentanpolbahn auf der Werkrad-Momentanpolbahn beschrieben. Ein Punkt der Zahnflanke wird hierbei genau dann erzeugt, wenn für eine Wälzstellung die Normale eines betrachteten Werkzeugpunktes durch den Momentanpol verläuft.

Durch Abwälzen des Werkzeugbezugsprofils und systematische Berechnung der Konturpunkte für jede Wälzstellung in der beschriebenen Weise können für die unterschiedlichen Bereiche des Bezugsprofils Kurvenzüge ermittelt werden. Im allgemeinen werden so vier Kurvenabschnitte, die abschnittsweise den evolventischen Kopfkantenbruch, den evolventischen Flankenbereich, die Fußausrundungskurve und den Fußkreis beschreiben, ermittelt. Werden Werkzeugkombinationen verwendet, so kann zusätzlich ein Teil der Protuberanzflanke stehen bleiben. Anschließend werden durch die Berechnung der Schnittpunkte der Kurvenzüge die Abschnitte des theoretischen Zahnprofils bestimmt. Die einzelnen Kurvenabschnitte der mit dem Bezugsprofil erzeugten Zahnkontur können durch Koordinatentransformation der entsprechenden Werkzeugabschnitte in das Werkstück-Koordinatensystem berechnet werden.

Im Rahmen der lastfreien Zahnkontaktanalyse wird die Lage der Berührlinien und Berührungspunkte festgelegt sowie Kontaktabstände, Tuschierpastenbild und Drehfehlerverlauf bestimmt. Eingangsgrößen sind dabei die vom Anwender festgelegten Verzahnungsdaten, die aus diesen durch die Abwälzsimulation berechneten dreidimensionalen Zahnradgeometrien, die Randbedingungen für die FE-Vernetzung, die Zahnflankenmodifikationen sowie die Anzahl der zu betrachtenden Wälzstellungen.

Im Weiteren wird auf die Zahnflanken und auf den Zahnfußbereich ein FE-Oberflächennetz aufgebracht. Zur Erzeugung der dreidimensionalen Zahnradgeometrie wird dabei die durch die Abwälzsimulation berechnete abweichungsfreie

Lückengeometrie im Stirnschnitt verwendet. Diese wird dann über die Zahnbreite extrudiert. Wird eine Schrägverzahnung betrachtet, so wird das Profil über die Zahnbreite entsprechend dem Schrägungswinkel zusätzlich verdreht. Die FE-Netzdicke kann vom Anwender vorgegeben werden. Exemplarisch ist in **Abbildung 17** die Vernetzung der Oberflächen der Zahnflanken für ein schrägverzahntes Stirnrad dargestellt.

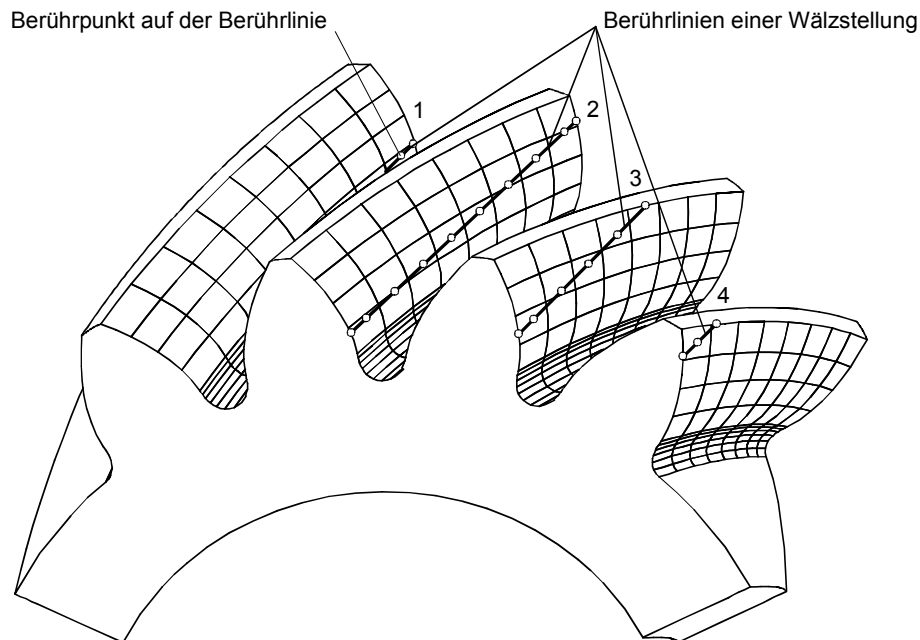


Abbildung 17: FE-Vernetzung der Zahnflanken und Verteilung der Berührlinien und Berührpunkte

Anschließend wird die Lage der Berührlinien für die betrachteten Wälzstellungen auf Basis des Verzahnungsgesetzes für die abweichungsfreie Verzahnungsgeometrie bestimmt. Nachdem die Lage der Berührlinien festgelegt wurde, können die Berührpunkte auf den Berührlinien verteilt werden, **Abbildung 17**.

Für die weiteren Berechnungen, insbesondere für die Kontaktanalyse unter Last, sind die Kontaktabstände im lastfreien Zustand von besonderer Bedeutung. Daher werden im Anschluß an die Vernetzung der Zahnflanken sowie der Festlegung der Berührlinien und -punkte Abweichungen auf die Zahnflanke aufgebracht. Diese Abweichungen können zum einen Balligkeiten, Kopf- und Fußrücknahmen, Profilwinkel- und Flankenlinienabweichungen sowie Teilungsabweichungen sein. Zum anderen können Messdaten eingelesen werden, die zur Erstellung der abweichungsbehafteten Flankentopografie verwendet werden.

Grundlagen der FE-Berechnung

Aufbauend auf der Generierung der Verzahnungsgeometrie können die Beanspruchungen und Deformationen der Radpaarung unter Last mit der Methode Finiter Elemente berechnet werden. Da die Kraftverteilung auf den Zähnen abhängig ist von den Kontakt- und Überdeckungsverhältnissen, den lastbedingten Verformungen und den herstellungsbedingten Abweichungen, kann sie nur iterativ und nicht auf direktem Wege in einer FE-Rechnung ermittelt werden. Vielmehr muß das Kontaktproblem für den Mehrfacheingriff zwischen den aufeinanderfolgenden Zahnflanken von Rad und Gegenrad allgemein, in Abhängigkeit von der Belastung, gelöst werden. Die im Folgenden vorgestellten Algorithmen wurden gezielt daraufhin entwickelt, diese umfangreichen Berechnungen mit möglichst geringem Rechenaufwand für beliebige Wälzstellungen durchführen zu können.

Zur Erstellung der FE-Struktur wird ein automatisierter Netzwerkgenerator für Stirnräder verwendet, der als Eingabedaten die bereits bekannte geometrische Beschreibung der Radkörperkontur im Achsschnitt benötigt. Weiter sind die Zahnbreite und gegebenenfalls der Schrägungswinkel als Eingangsgrößen erforderlich. Außerdem wird die bereits im Rahmen der lastfreien Zahnkontaktanalyse erstellte FE-Oberflächenvernetzung der Zahnflanke und des Zahnfußes verwendet.

Da die Radkörpergeometrien entscheidenden Einfluß auf die Lastverteilung über der Zahnbreite haben können, besteht die Möglichkeit, neben den Kenngrößen zur Charakterisierung der Verzahnungsgeometrie und –topografie unterschiedliche Radkörpergeometrien vorzugeben. Innerhalb der FE-Stirnradkette können daher Planräder, Stegräder oder Ritzelwellen als Grundkörpergeometrien definiert werden. Die Modellierung von Radkörpern mit Bohrungen, die zum Ausgleich von Unwuchten in den Radkörper unrunder Zahnräder eingebracht werden, ist mit dem Programmsystem FE-Stirnradkette nicht möglich.

Als Typ des finiten Elementes werden Volumenelemente verwendet, die als 20-knotige Hexaeder einen quadratischen Verschiebungsansatz besitzen [NEUP-83]. **Abbildung 18** zeigt zwei Beispiele für vernetzte Stirnradgeometrien.

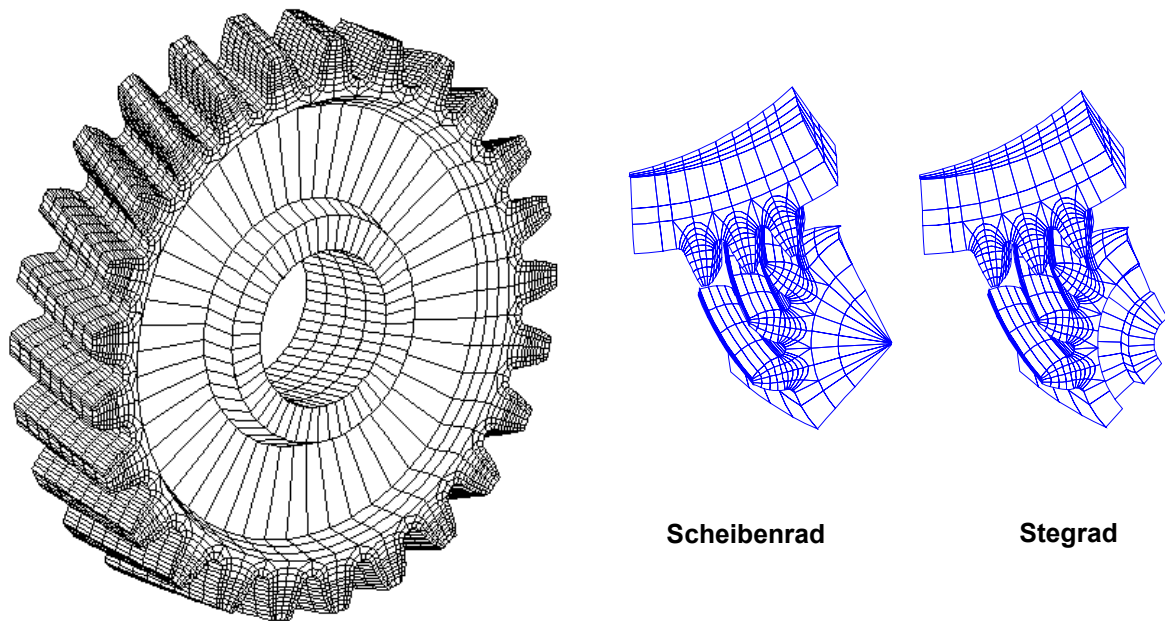


Abbildung 18: FE-Strukturgenerierung – Vollrad und Radsegmente

Neben der Generierung der FE-Struktur sind zur Vervollständigung des FE-Modells die Fesselbedingungen festzulegen. Zur Fesselung des FE-Modells kann als einfachste Variante eine Standardfesselung gewählt werden. Hierbei werden die Radbohrung sowie, bei nur teilweise generierten Radkörpern, die Schnittflächen der Segmente gefesselt. Als weitere Möglichkeit kann zwischen einer Fesselung in der Bohrung oder einer Fesselung des Radkörpers auf den Stirnflächen gewählt werden.

Im Anschluß an die Erstellung der FE-Struktur wird die FE-Berechnung durchgeführt, um das Steifigkeitsverhalten der Zahnräder im Eingriff zu ermitteln. Hierbei werden Verschiebungseinflusszahlen berechnet, die das Steifigkeitsverhalten der Verzahnung unabhängig von den äußeren Lasten beschreiben. Diese werden für verschiedene Lastfälle (Berührungspunkte) mit Hilfe der FE-Struktur durch die FE-Berechnung bestimmt.

Dazu werden das FE-Modell sowie die zuvor festgelegten Positionen der Berührungspunkte als Eingangsgrößen benötigt. Zur Ermittlung der Verschiebungseinflusszahlen wird die FE-Struktur an jedem Berührungspunkt mit einer Einheitskraft von $F_n = 1 \text{ N}$ in Flankennormalenrichtung belastet.

Da die Berührungspunkte nicht mit den FE-Knoten übereinstimmen, ist eine Umrechnung der Berührungskraft auf die FE-Knoten erforderlich. Dieser Zusammenhang wird über die sogenannte Formfunktion hergestellt, **Abbildung 19**.

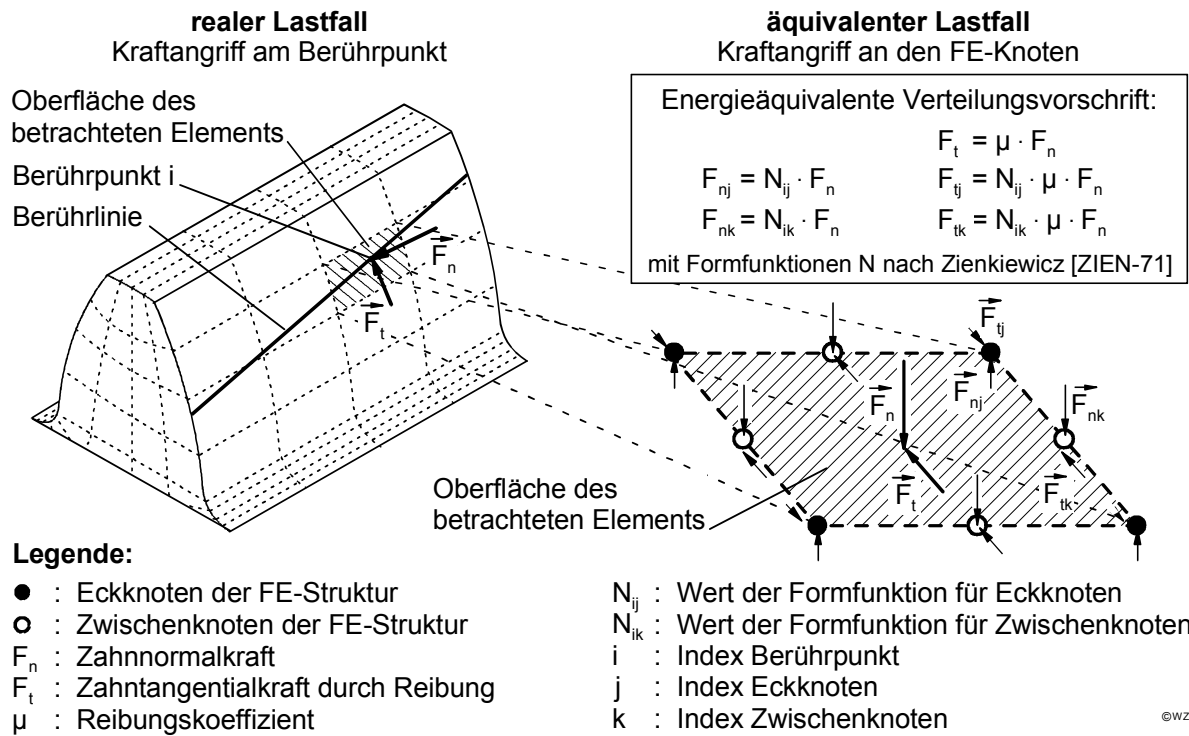


Abbildung 19: Substitution der Berührungspunktkräfte durch FE-Knotenkräfte

Zusätzlich zu den Kräften in Flankennormalenrichtung liegen im realen Zahneingriff auch tangentiale Reibungskräfte vor. Zur Berücksichtigung der Reibkraft wird eine zusätzliche Kraftkomponente in tangentialer Richtung bei der FE-Rechnung berücksichtigt. Ihre Größe kann über den mittleren Reibwert berechnet werden, der mit Hilfe einer empirischen Formel nach DIN 3990 [DIN-3990] bestimmt wird. Die Kraft für einen Lastfall ergibt sich somit durch Überlagerung der Einheitskraft F_n mit einer zugehörigen tangential wirkenden Reibkraft F_t . Somit wird bei der Zahnkontaktanalyse unter Last die Reibkraft durch die beschriebene Vorgehensweise berücksichtigt.

Zahnkontaktanalyse unter Last und Bestimmung der Kraftverteilung

Nachdem mit Hilfe der FE-Methode die Verschiebungseinflusszahlen zur Charakterisierung des Steifigkeitsverhaltens der Zahnräder berechnet worden sind, können diese zur Ermittlung der Kraftverteilung verwendet werden. Die Beanspruchung eines einzelnen Zahns ist im Wesentlichen von der Kraftaufteilung auf die bei Mehrfacheingriff an der Kraftübertragung beteiligten Zähne sowie von der Kraftverteilung entlang der Berührlinie der einzelnen Zahnpaare abhängig.

Da die Steifigkeits- und Kontaktverhältnisse und auch der Ort des Kraftangriffs beim Abwälzen der Zähne veränderlich sind, müssen die Lastverteilungen sowie die hieraus resultierenden Zahnflankenpressungen und Zahnfußspannungen für eine Reihe

von Wälzstellungen bestimmt werden, um die maximal auftretenden Beanspruchungen zu erfassen.

Die Ermittlung des tragenden Kontaktbereichs, dem Tragbild unter Last, und die Lastverteilung in diesem Kontakt muss iterativ erfolgen. Dies ist darin begründet, dass zu Beginn der Berechnungen die lastabhängigen Verformungen und somit die Verteilung der Lasten auf die einzelnen Zähne nicht bekannt sind. Solche Iterationen für mehrere Wälzstellungen unmittelbar in die FE-Rechnung mit einzubeziehen, wäre wegen des hohen Rechenaufwandes sehr unwirtschaftlich. Denn für jede Wälzstellung und jeden Lastfall müsste eine neue FE-Struktur generiert werden. Deshalb werden die Kräfte und Deformationen mit einem gesonderten Kontaktmodell ermittelt, dem sogenannten "Federmodell", wie es in **Abbildung 20** schematisch dargestellt ist [NEUP-83]. In diesem Modell wird der reale Zahnkontakt mit seinem Mehrfacheingriff durch eine Parallelschaltung von Federn repräsentiert. Die Federsteifigkeiten ihrerseits werden aus dem FE-Modell gewonnen.

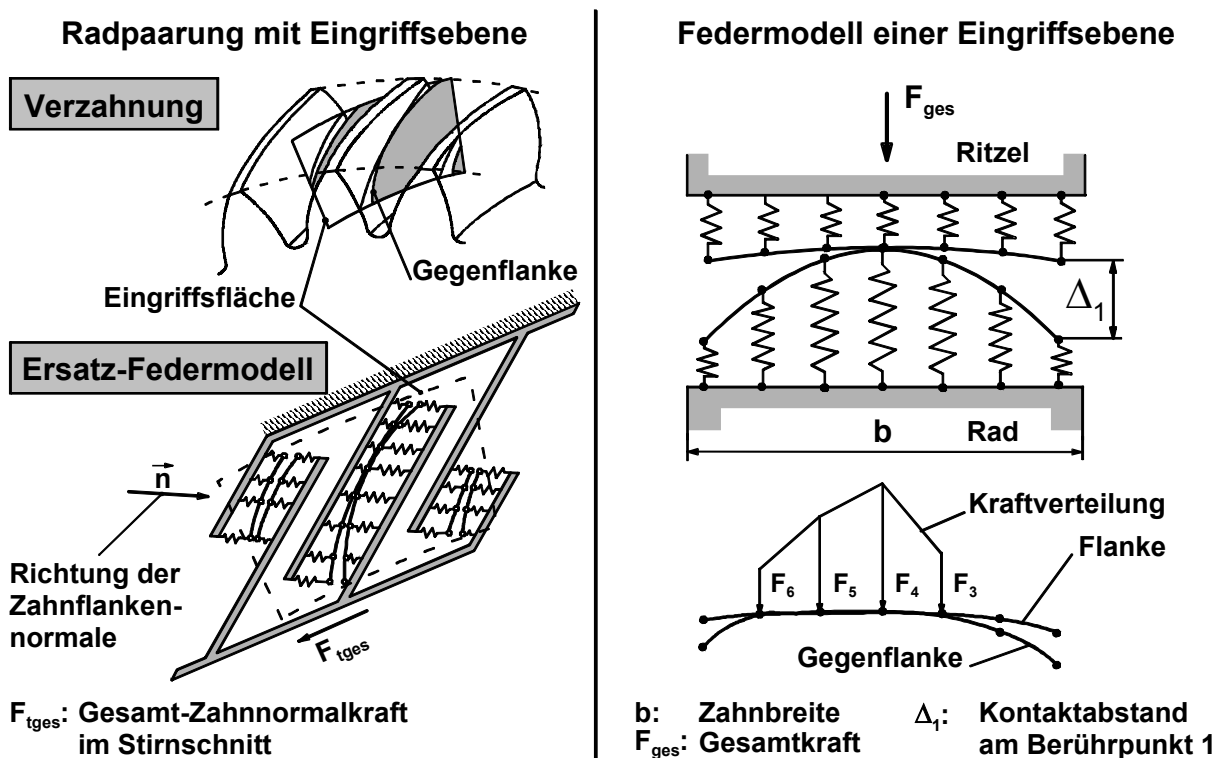


Abbildung 20: Mathematisches Federmodell für die Zahnkontaktanalyse mit Hilfe der FEM

Aus **Abbildung 20** läßt sich ersehen, dass neben den Federsteifigkeiten, die die örtlichen Kontaktsteifigkeiten auf den Berührlinien beschreiben, auch die vorliegende Kontaktgeometrie (Kontaktabstände) berücksichtigt wird. Diese Kontaktabstände ergeben sich beispielsweise daraus, dass die theoretisch möglichen Berührlinien

aufgrund der Flankengeometrie im lastfreien Zustand nicht in ihrer vollen Länge anliegen. Wird nun auf dieses Modell eine äußere Belastung aufgebracht, so verformen sich zunächst nur die Federn im mittleren Bereich des Zahnpaares, bis die Lücken zwischen den übrigen Berührlinien geschlossen sind und diese an der Kraftübertragung beteiligt werden.

Mit den so gewonnenen Nachgiebigkeiten beziehungsweise Steifigkeiten können nun die Berührpunktkräfte mit dem in **Abbildung 20** dargestellten Federmodell sowie die dazugehörigen Berührpunktverschiebungen ermittelt werden. Da jedoch im allgemeinen die Berührlinien nicht auf ihrer vollen Länge tragen, müssen die nicht tragenden Berührpunkte aus dem Gleichungssystem eliminiert und der real tragende Kontaktbereich iterativ errechnet werden. Beim ersten Lösungsversuch des Gleichungssystems ergeben sich aufgrund des herrschenden Kräftegleichgewichts für nicht tragende Berührpunkte negative Kräfte. Diese Punkte werden anschließend schrittweise aus dem Gleichungssystem eliminiert, wodurch der tragende Kontaktbereich für den nächsten Iterationsschritt neu festgelegt wird. Bleiben schließlich nur noch positive Berührpunktkräfte übrig, so ist die Iteration beendet, und die verbliebenen Punkte stellen den tragenden Bereich der Berührlinie dar.

Nachdem solchermaßen die diskreten Berührpunktkräfte bestimmt sind, können diese zu einem kontinuierlichen Kraftverlauf interpoliert werden. Als allgemeiner Kurventyp wird hierzu die rationale kubische Splinefunktion herangezogen. Hiermit werden die Kräfte derart interpoliert, dass das Integral unter dem Kraftverlauf der aktiven Berührlinien gleich der Summe der Einzelkräfte und damit gleich der Gesamtnormalkraft ist, die aus dem zu übertragenden Drehmoment resultiert.

Berechnung von Kenngrößen

Aus der Kraftverteilung und dem daraus ermittelten kontinuierlichen Kraftverlauf ist zunächst die Hertz'sche Flankenpressung zu bestimmen. Dabei dienen die Hertz'schen Gleichungen für den Kontakt zwischen achsparallelen Zylindern mit konstanter Belastung längs der gemeinsamen Mantellinie als Ausgangspunkt, **Abbildung 21**.

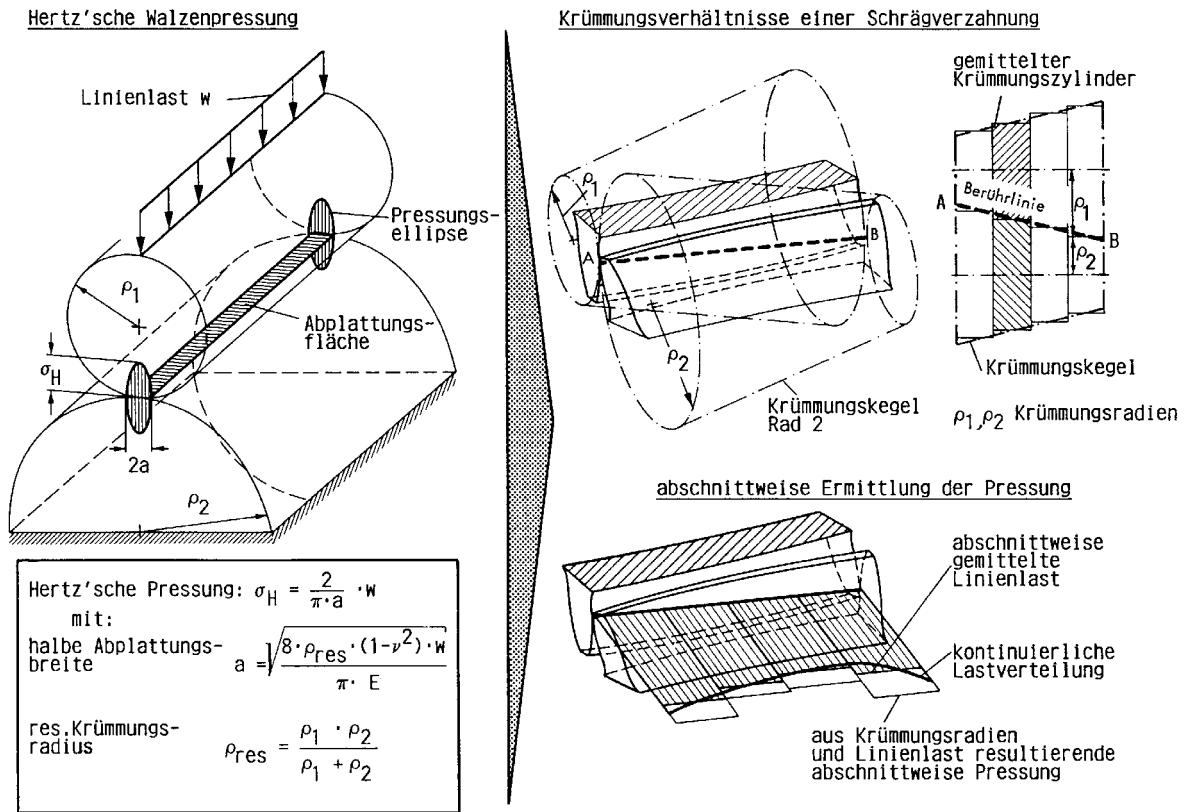


Abbildung 21: Ermittlung der Zahnflankenpressung mit dem Hertz'schen Modell

Neben der Kraftauf- und der Kraftverteilung wird durch die Kontaktanalyse unter Last der Drehfehlerverlauf unter Last ermittelt, sowie aus der Überlagerung des lastfreien Drehfehleranteils und des Drehfehlers unter Last der Gesamtdrehfehlerverlauf bestimmt. Der Gesamt-Zahnfedersteifigkeitsverlauf wird über die Gesamtkraft und den Drehfehlerverlauf unter Last in Eingriffsrichtung berechnet. Qualitativ entspricht dies dem Kehrwert des Drehfehleranteils unter Last. Zusätzlich wird eine Fourier-Frequenzanalyse des Gesamt-Zahnfedersteifigkeitsverlaufs durchgeführt.

Ein weiterer Berechnungsschritt dient der Ermittlung der Zahnfußspannungen. Durch die FE-Rechnung liegen jene Einflusszahlen vor, welche die Verformung der Struktur bei Belastung eines Punktes der Berührlinien mit einer Einheitskraft beschreiben. Aus dem Kontaktmodell sind ebenfalls bereits die realen Berührungspunktkräfte bestimmt, so dass sich die örtlichen Gesamtdeformationen der FE-Strukturen durch multiplikative Verknüpfung dieser Kräfte mit den Einflusszahlen ergeben. Mit Hilfe der FE-Analyse [ZIEN-71] können hieraus die Spannungen in den Elementen errechnet werden.

Zur Auswertung des Spannungszustandes werden die Verläufe der maximalen Zahnfußspannungen entlang der Zahnbreite und über dem Wälzwinkel herangezogen. Eine weitere Möglichkeit der Spannungsdarstellung ist die Abbildung einer

Spannungstopografie über der abgewickelten Zahnfußausrundung. Diese Ab- bildungsform dient zur genaueren Untersuchung der Zahnfußspannungsverteilung.

Weitere durch die Zahnkontaktanalyse ermittelte Kenngrößen sind das Tragbild unter Last und die Bestimmung des Eintrittsstoßes. Zusammenfassend gibt **Abbildung 22** einen Überblick über die ermittelten Kenngrößen.

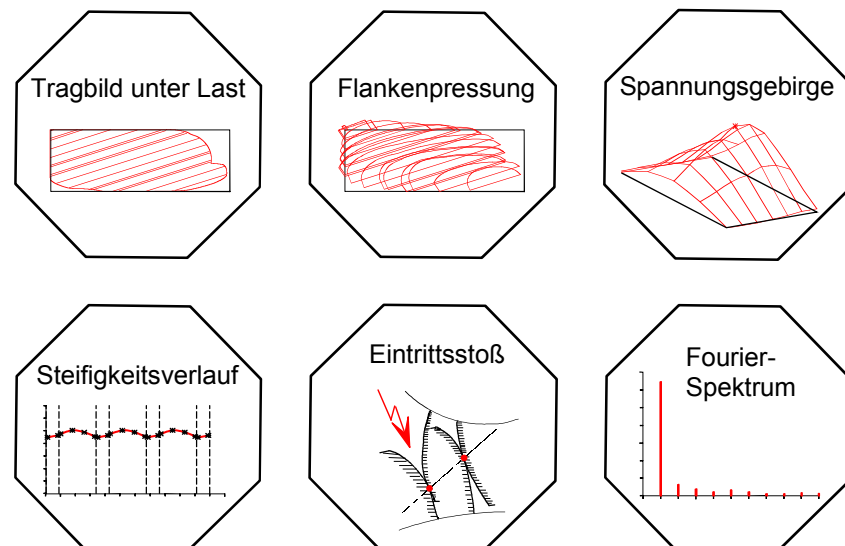


Abbildung 22: Mit Hilfe der FE-Stirnradkette ermittelbare Kenngrößen

2.3.3 Konvergenzuntersuchung an finiten 2D- und 3D-Elementen

Neben der in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen FE-Stirnradkette sollen im Rahmen dieser Arbeit auch kommerzielle CAE-Programme, wie beispielsweise das Programm I-Deas Master Series, zur Berechnung unrunder Zahnräder eingesetzt werden. Dieses bietet gegenüber der FE-Stirnradkette den Vorteil, dass der Einfluss zusätzlicher Bohrungen im Radkörper zum Ausgleich von Unwuchten untersucht werden kann. Ein großer Nachteil ist jedoch, dass die Berechnung der Hertz'schen Flankenpressung nur mit unwirtschaftlich großem Aufwand mit Hilfe von Kontaktfindungsalgorithmen möglich ist.

Kommerzielle CAE-Programme bieten zudem gegenüber der FE-Stirnradkette erweiterte Möglichkeiten zur FE-Modellierung unrunder Zahnräder. So stehen nicht nur dreidimensionale 20-knotige Hexaederelemente zur Verfügung, sondern darüber hinaus auch 2D-Elemente und Dreieckselemente. Da diese Elementtypen jedoch unterschiedliche Eigenschaften aufweisen, soll im Folgenden eine Konvergenzuntersuchung zur Überprüfung des Verhaltens dieser Elemente bezüglich der Verformung und Spannungsberechnung durchgeführt und mit Ergebnissen aus der Literatur in Übereinstimmung gebracht werden. Die Untersuchung wird mit dem

kommerziellen CAE-Programm I-Deas durchgeführt, welches auch für die Nachrechnung der Zahnfußtragfähigkeit unrunder Verzahnungen eingesetzt werden soll.

Für die Konvergenzberechnungen wird ein Kragbalken mit einer Länge von 100 mm und einem Querschnitt von 10 mm x 10 mm, bestehend aus einfachem Stahl, verwendet. **Abbildung 23** zeigt rechts oben das entsprechende Modell. Die Belastung ist mit $F = 850 \text{ N}$ so gewählt, dass die maximal zulässige Zugspannung nicht überschritten wird. Die analytische Lösung liefert für das untersuchte Modell eine maximale Durchbiegung von $x_{\max} = 11,79 \text{ mm}$ und eine maximale Zugspannung von $\sigma_{\text{Zug,max}} = 721,3 \text{ N/mm}^2$.

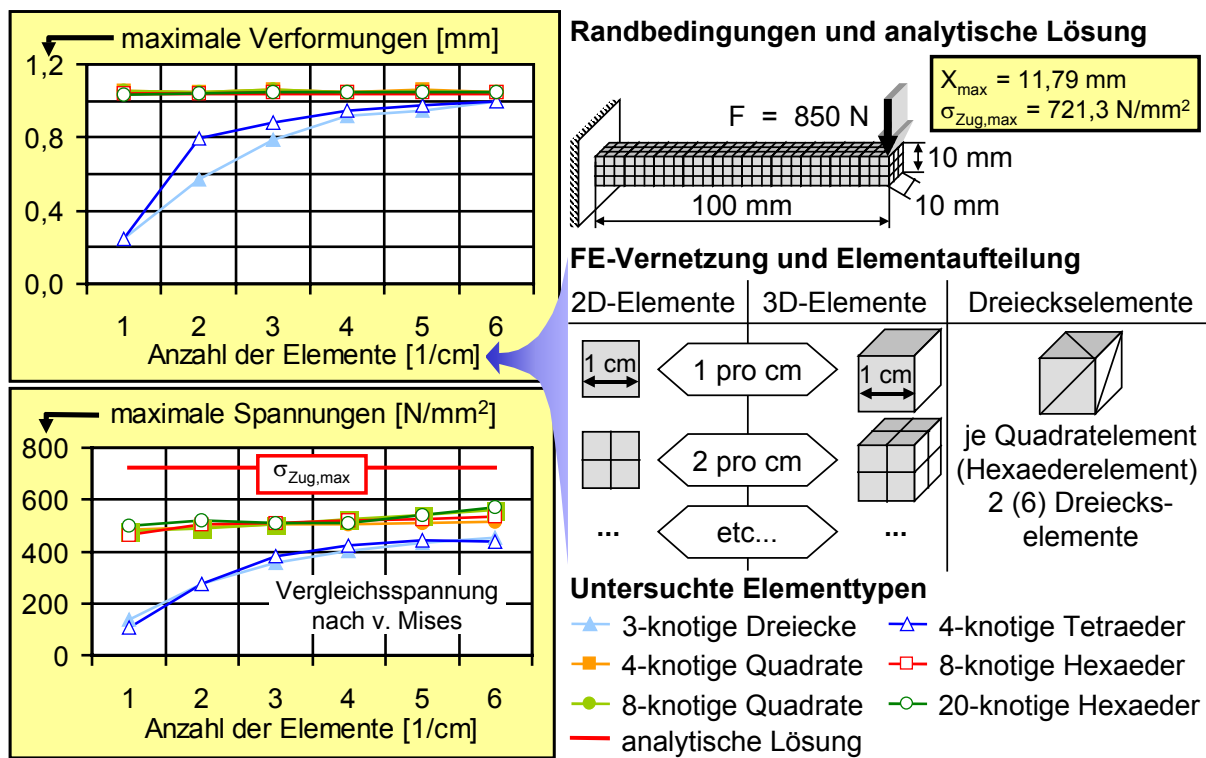


Abbildung 23: Konvergenzuntersuchung an einem Kragbalken mit finiten 2D- und 3D-Elementen

Gegenstand der Untersuchung waren zum einen 3-knotige Dreieckselemente sowie 4- und 8-knotige Quadratelemente als 2D-Elemente und zum anderen 4-knotige Tetraederelemente sowie 8- und 20-knotige Hexaederelemente als 3D-Elemente. Damit vergleichbare Vernetzungsdichten untersucht werden können, wird die Elementdichte auf die Kantenlänge eines Würfels von 1 cm bezogen. Die Dichte der Dreieckselemente ergibt sich dabei in der Weise, dass Quadratelemente in 2 Dreieckselemente und Hexaederelemente in insgesamt 6 Tetraederelemente unterteilt werden.

Damit weist beispielsweise ein 2D-Modell vernetzt mit 8-knotigen Quadratelementen und einer Elementdichte von $2 \cdot 1/\text{cm}$ 40 Elemente auf. Ein 3D-Modell vernetzt mit 4-knotigen Quadratelementen und einer Elementdichte von $5 \cdot 1/\text{cm}$ enthält insgesamt 1250 Elemente. Wird das 3D-Modell mit Tetraederelementen bei gleicher Elementdichte vernetzt, so ergibt sich eine Anzahl von 7500 Elementen.

Aus **Abbildung 23** geht hervor, dass sämtliche Quadrat- und Hexaederelemente bei der Untersuchung der maximalen Durchbiegung schon ab der kleinsten gewählten Strukturaufteilung nahezu exakt die analytische Lösung treffen. Dagegen wird für Dreiecks- und Tetraederelemente erst ab einer Elementdichte von $6 \cdot 1/\text{cm}$ die Verformung der analytischen Lösung erreicht.

Bei der Spannungsberechnung zeigen sämtliche Quadrat- und Hexaederelemente mit steigender Elementdichte leicht ansteigende Spannungswerte. Jedoch ist zu erkennen, dass der Wert der analytischen Lösung nicht erreicht wird. Zu beachten ist jedoch, dass die Ergebnisse der Spannungsberechnung in I-Deas als Vergleichsspannungen ausgewertet wurden, wodurch die Abweichungen zur analytischen Lösung erklärt werden können. Wie schon bei der Untersuchung des Verformungsverhaltens werden auch bei der Spannungsberechnung für die Dreiecks- und Tetraederelemente erst bei hohen Elementdichten zu den Quadratelementen vergleichbare Werte der maximalen Spannungen ermittelt.

Die ermittelten Eigenschaften der untersuchten Elemente decken sich mit aus der Literatur bekannten Untersuchungen, aus denen ebenfalls das deutlich schlechtere Konvergenzverhalten der Dreieckselemente hervorgeht [KLEI-00].

Es konnte damit gezeigt werden, dass Quadrat- und Hexaederelemente sehr gut geeignet sind, da sie bereits schon ab kleinen Strukturaufteilungen genaue Ergebnisse liefern. Dreieckselemente dagegen eignen sich erst ab sehr hohen Elementdichten, weshalb deren Verwendung bei einfachen geometrischen Berechnungsaufgaben unwirtschaftlich erscheint.

3 Zielsetzung und Arbeitsprogramm

Die Anwendbarkeit unrunder Zahnräder als Leistungsgetriebe in Pressenantrieben konnte durch Realisierung einer Prototyp-Presse gezeigt werden. Dennoch konnten sich die unrunder Zahnräder bisher nicht gegenüber den im Stand der Technik vorgestellten Antriebslösungen durchsetzen. Eine Ursache hierfür ist, dass keine Auslegungsmethoden verfügbar waren, die den gesamten Auslegungsprozess abdecken und schnell zu brauchbaren Zahnrädern führen.

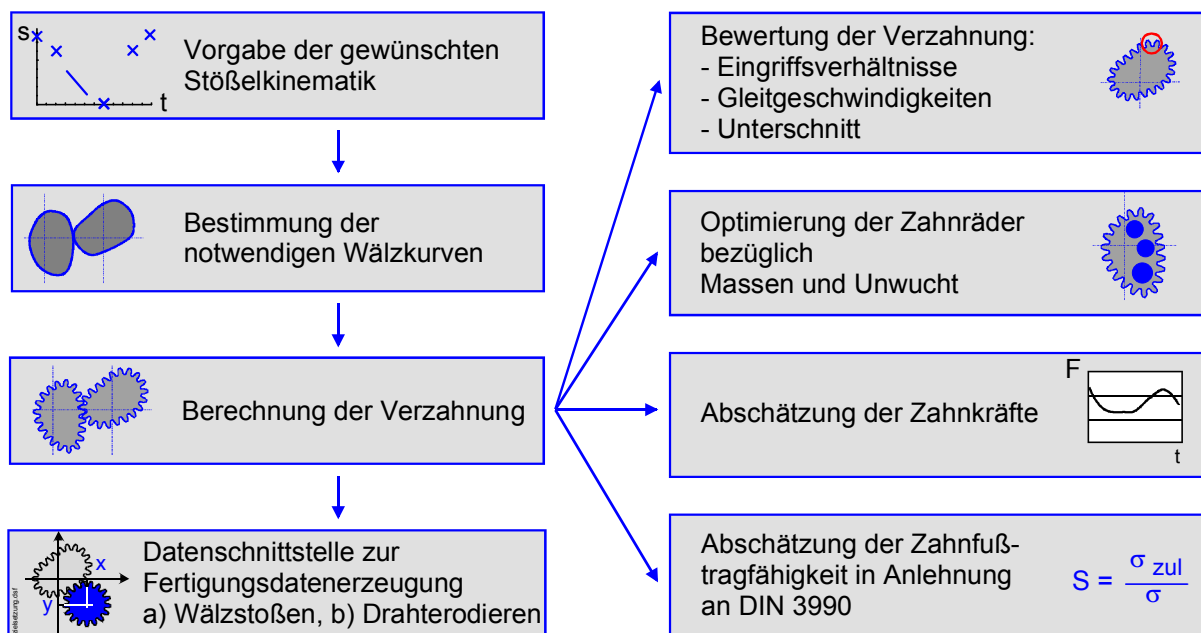


Abbildung 24: Arbeitsschritte bei der Auslegung von unrunder Zahnrädern für Pressenantriebe

Im Rahmen eines von der AiF geförderten Vorhabens wurden daher zunächst die notwendigen Auslegungsschritte definiert (**Abbildung 26**) sowie erste Algorithmen entwickelt und in einem Auslegungsprogramm umgesetzt.

Das Ziel dieses Vorhabens bestand in der Erweiterung und Absicherung von Berechnungsalgorithmen, die eine vollständige Auslegung von unrunder Zahnrädern für Pressenantriebe erlauben. Diese Algorithmen sollten geeignet sein, dem Anwender geometrische und belastungsbasierte Grenzen bei der Auslegung aufzuzeigen. Hierzu waren insbesondere folgende Arbeiten vorgesehen:

- **Vorgabe der gewünschten Stoßelkinematik und Bestimmung der notwendigen Wälzkurven:**

Es sollten verschiedene Verfahren zur Ermittlung der Übertragungsfunktion aus der gewünschten Stößelkinematik miteinander verglichen sowie das am besten geeignete Verfahren ausgewählt und umgesetzt werden.

Weiterhin sollte untersucht werden, inwieweit der entstehende Achsabstand der unrunder Zahnräder bereits bei der Auslegung berücksichtigt werden kann. Dies ist vorteilhaft, wenn ein Baukastensystem für Pressen geschaffen werden soll, bei dem während der Konstruktionsphase durch Auswahl des unrunder Zahnradpaars die Stößelkinematik kundenspezifisch angepasst werden kann.

- **Berechnung der Verzahnung:**

Bei Gesprächen mit Pressenherstellern hat sich gezeigt, dass diese daran interessiert sind, zur Fertigung der unrunder Zahnräder neben dem Wälzstoßen auch das Drahterodieren zu berücksichtigen. Als Erweiterung des ursprünglichen Arbeitsprogramms sollte daher die Verzahnungsberechnung für das Drahterodieren gegenüber dem Stand der Technik optimiert werden.

Im Vorgriff auf die für das 4. Bearbeitungsjahr vorgesehenen Arbeitsschritte sollten in diesem Arbeitspunkt außerdem erste Betrachtungen zur Profilverschiebung bei unrunder Zahnrädern durchgeführt werden.

- **Bewertung der Verzahnung:**

Es sollen Algorithmen zur Bewertung der Eingriffsverhältnisse und der Gleitgeschwindigkeit geschaffen werden. Bei dieser Berechnung soll ergänzend zum ursprünglichen Arbeitsprogramm der Einfluss einer Profilverschiebung aufgezeigt werden.

- **Untersuchung der Unwuchterregung:**

Es sollte ein Algorithmus zur Berechnung der Unwucht und der Massenschwerpunkte geschaffen werden. Weiterhin sollten Möglichkeiten zur Optimierung dieser Eigenschaften geschaffen werden.

- **Berechnung der Zahntragfähigkeit:**

Für die Tragfähigkeitsberechnung unrunder Zahnräder ist wegen der über dem Umfang veränderlichen Geometrie-, Übersetzungs- und Belastungsbedingungen eine Nachrechnung aller Zähne notwendig. Hierzu sollte der Rechengang der DIN 3990 für endlich viele Punkte durchlaufen werden.

- **Umsetzung der Algorithmen:**

Am IFUM wurde in den vergangenen Jahren mit der Entwicklung eines Programms zur Auslegung unrunder Zahnräder begonnen. Da dieses Programm durch die Pressenhersteller sehr positiv aufgenommen worden ist, wurden die im Rahmen dieses Vorhabens entwickelten Algorithmen in dieses Programm

integriert und teilweise bereits in einem gleichzeitig als Nutzerhandbuch fungierenden Bericht [DOEG-00] dokumentiert.

- **Nachrechnung der Zahntragfähigkeit mit der FEM**

Zur Berechnung der Tragfähigkeit unrunder Verzahnungen war vorgesehen, das am WZL der RWTH-Aachen entwickelte Programmsystem „FE-Stirnradkette“ auf die Berechnung unrunder Verzahnungen zu erweitern. Dazu sollten insbesondere der Geometrieteil und der FE-Strukturgenerator an die Anforderungen unrunder Zahnräder angepasst werden. Dies sollte in der Weise erfolgen, dass zum einen die lastfreie Zahnkontaktanalyse und zum anderen die FE-Modellierung und FE-Berechnung unrunder Verzahnungsgeometrien ermöglicht wird.

Es hat sich jedoch herausgestellt, dass die geplanten Erweiterungen des Programmsystems FE-Stirnradkette mit erheblichem Aufwand verbunden sind, so dass diese Vorgehensweise den Umfang der durchzuführenden Arbeiten bei weitem überschritten hätte. Daher wurde eine alternative Vorgehensweise zur Nachrechnung der Tragfähigkeit unrunder Verzahnungen entwickelt, bei der die beschriebene, aufwendige Anpassung der FE-Stirnradkette nicht erforderlich ist.

Neuere Arbeiten haben gezeigt, dass sogenannte runde, „momentane Ersatzgetriebe“ für einzelne Wälzstellungen eine sinnvolle Annäherung der Krümmungs- und Eingriffsverhältnisse unrunder Verzahnungen sind, Abschnitt 2.3.1, [WYRW-01]. Daher soll die FE-Stirnradkette für die Berechnung momentaner Ersatzgetriebe erweitert und angewendet werden. Damit kann zum einen indirekt die Tragfähigkeitsberechnung unrunder Verzahnungen mit der FE-Stirnradkette realisiert und zum anderen auf die äußerst aufwendige Anpassung des Geometrieteils und des FE-Strukturgenerators verzichtet werden. Die Vorteile der FE-Stirnradkette, die insbesondere in der Berechnung der Flanken- und Zahnfußtragfähigkeit in Abhängigkeit von der exakten Kontaktgeometrie und Zahnfedersteifigkeit liegen, können so bei der Auslegung unrunder Zahnräder genutzt werden.

Damit dennoch eine FE-Berechnung und direkte Beurteilung der unrunder Zahnradgeometrien selbst ermöglicht wird, wird in Ergänzung zur ursprünglich geplanten und beantragten Vorgehensweise auf die Berechnungsmöglichkeiten kommerzieller CAE-Systeme eingegangen. Es soll hierbei insbesondere eine Vorgehensweise zur Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit durch die FE-Berechnung unrunder Zahnfüßgeometrien ermittelt werden.

- **Vergleich mit DIN-Berechnungen**

xxx

- **Untersuchung des Betriebsverhaltens unrunder Zahnräder**

In diesem Arbeitspunkt sollten Betriebserfahrungen mit dem neuen Pressenantrieb gesammelt werden.

Die im Antrag als Untersuchungsschwerpunkt genannte Betrachtung des Verschleißverhaltens der unrunder Zahnräder konnte nicht in der vorgesehenen Weise bearbeitet werden. Da nur ein Zahnradpaar zur Verfügung stand, konnte der Einfluss variierender Parameter auf das Verschleißverhalten nicht ermittelt werden, da ein ggf. entstehender Verschleiß abhängig vom gesamten Lastkollektiv ist.

Nach der Einreichung des Antrags bei der DFG wurden von [HIND-98] Betriebsuntersuchungen durchgeführt, bei denen die Versuchspressen im Dauerlauf betrieben wurden und durch Auffahren auf Federpakete bis zur Nennkraft von 1.000 kN belastet wurden. Dabei hat sich gezeigt, dass in den ersten ca. 15.000 Belastungszyklen Einlaufeffekte auftraten, die sich durch eine Einglättung der Zahnflankenoberflächen bemerkbar machten. Eine Fortsetzung der Untersuchungen bis zu 100.000 Belastungszyklen führte dann zu einer nur noch geringfügigen weiteren Oberflächenveränderung. Aufgrund der Hubzahl der Presse von 32 min^{-1} waren zur Erreichung dieser 100.000 Hübe bereits über 50 Betriebsstunden notwendig. Aufgrund des aus dem Alter der Presse (Baujahr 1953) resultierenden Gesamtzustandes der Presse musste der Betrieb dauerhaft durch einen Mitarbeiter überwacht werden. Eine Fortsetzung dieser Versuche erschien daher nicht angebracht.

Um dennoch das Wissen über das Betriebsverhalten unrunder Zahnräder in Pressen zu erweitern, wurden dynamische Untersuchungen zum Übertragungsverhalten der unrunder Zahnräder auf einer Praxismaschine durchgeführt, die von einem mittelständischen Pressenhersteller mit kundenspezifisch ausgelegten unrunder Zahnrädern ausgerüstet wurde. Zur Auslegung der unrunder Zahnräder wurden auch die in Rahmen dieses Vorhabens entwickelten Algorithmen genutzt.

4 Entwicklung und Umsetzung von Algorithmen für die Berechnung unrunder Zahnräder

4.1 Mathematische Beschreibung der Stößelweg-Zeit-Funktion und Wälzkurvenberechnung

4.1.1 Grundlegende Algorithmen

In **Abbildung 25** ist der Zusammenhang zwischen einem geforderten Stößelweg-Zeit-Verlauf und den zur Realisierung dieser Kinematik notwendigen Wälzkurven am Beispiel einer Kurbelpresse dargestellt [HIND-98].

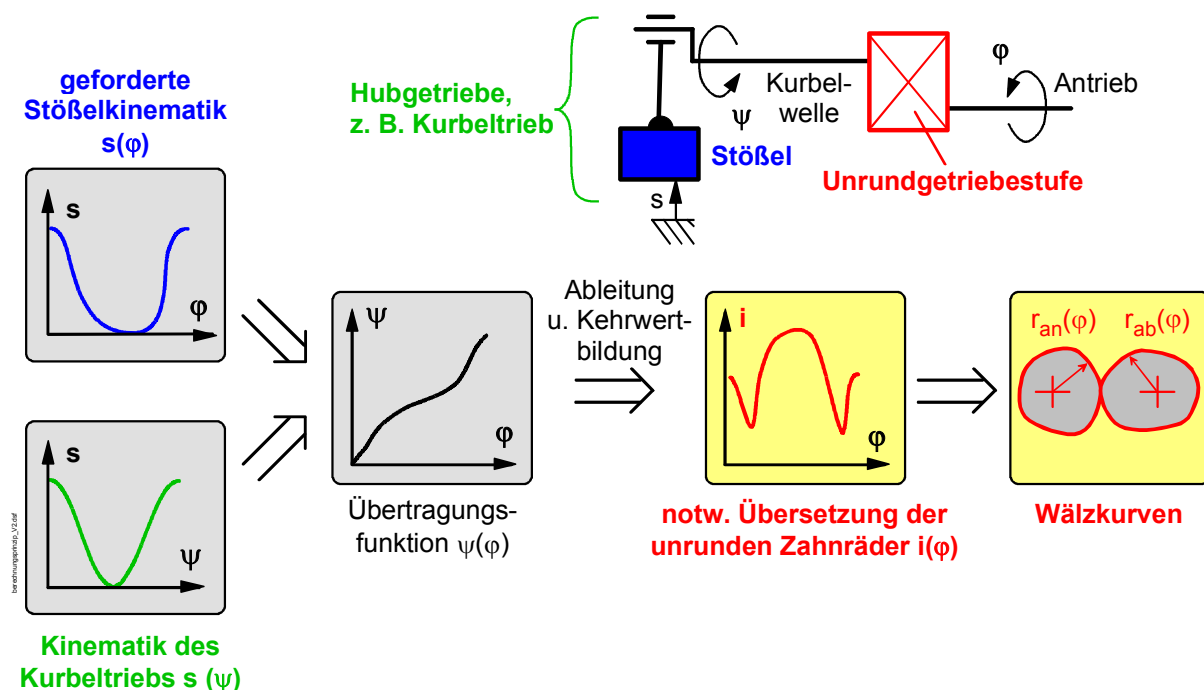


Abbildung 25: Ablauf der Wälzkurvenberechnung zur Erzielung einer geforderten Stößelkinematik

Wenn eine mathematische Beschreibung des geforderten Stößelweg-Zeit-Verlaufs in Abhängigkeit vom Winkel φ der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ umlaufenden Antriebswelle vorliegt, kann unter Zuhilfenahme der bekannten Kinematik des Kurbeltriebs $s(\psi)$ [BEIT-97] die Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$ der unrunder Zahnräder berechnet werden. Diese beschreibt den zur Erreichung der Kinematik notwendigen Verlauf des Drehwinkels der Kurbelwelle $\psi(\varphi)$ als Funktion der mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit umlaufenden Antriebswelle.

Die Ableitung dieser Funktion führt gemäß Gl. 2-1 zum notwendigen Verlauf der momentanen Übersetzung $i(\varphi)$ zwischen diesen Wellen, der durch die unrunder Zahnräder realisiert werden muss. Die Wälzkurven ergeben sich nach Gl. 2-3 und 2-4 aus diesem Übersetzungsverlauf. Alle Zahnräder, die mit den im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen Algorithmen berechnet werden, weisen eine mittlere betragsmäßige Übersetzung $i_m = 1$ auf. Somit ergeben sich Wälzkurven, bei denen An- und Abtriebsrad im gleichen Zeitintervall eine vollständige Umdrehung ausführen.

In der Regel aber liegt der gewünschte Stößelweg-Zeit-Verlauf einer Presse nicht in Form einer geschlossenen Funktion vor. Vielmehr legt der Konstrukteur nur bestimmte Punkte bzw. Bereiche fest, die sich aus den prozesstechnischen Anforderungen oder dem Zusammenwirken mit peripheren Pressenkomponenten ergeben.

Nach [VDI-2143] lassen sich diese Anforderungen in die so genannten Bewegungsaufgaben

- Umkehrpunkt,
- allgemeiner Bewegungspunkt sowie
- Bereich konstanter Geschwindigkeit

unterteilen (**Abbildung 26**). Die in [VDI-2143] ebenfalls genannte Bewegungsaufgabe Rastbereich mit verschwindender Geschwindigkeit und Beschleunigung ist hier nicht aufgeführt, weil allein mit einem Paar unrunder Zahnräder prinzipiell kein Stillstand des Abtriebsgliedes erreicht werden kann.

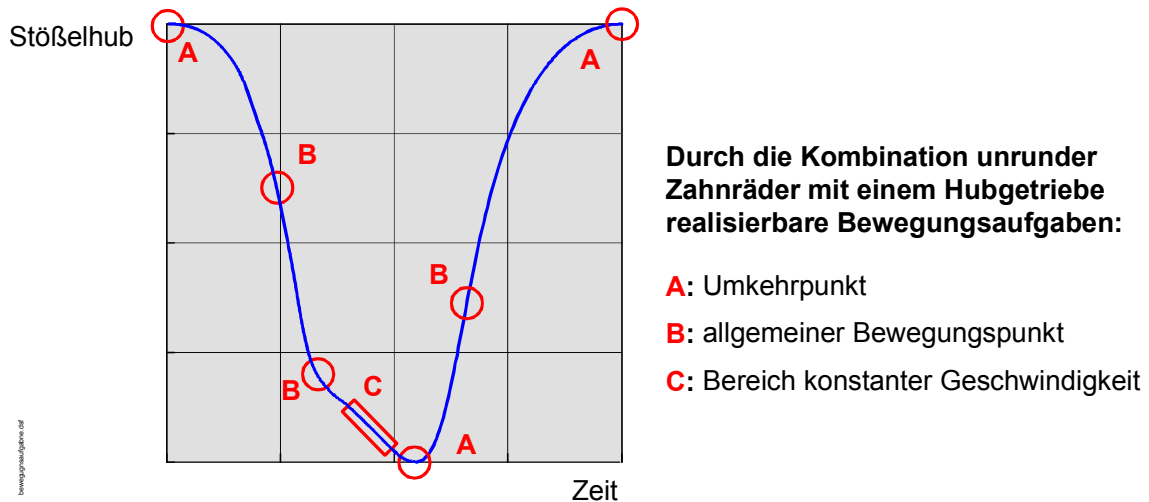
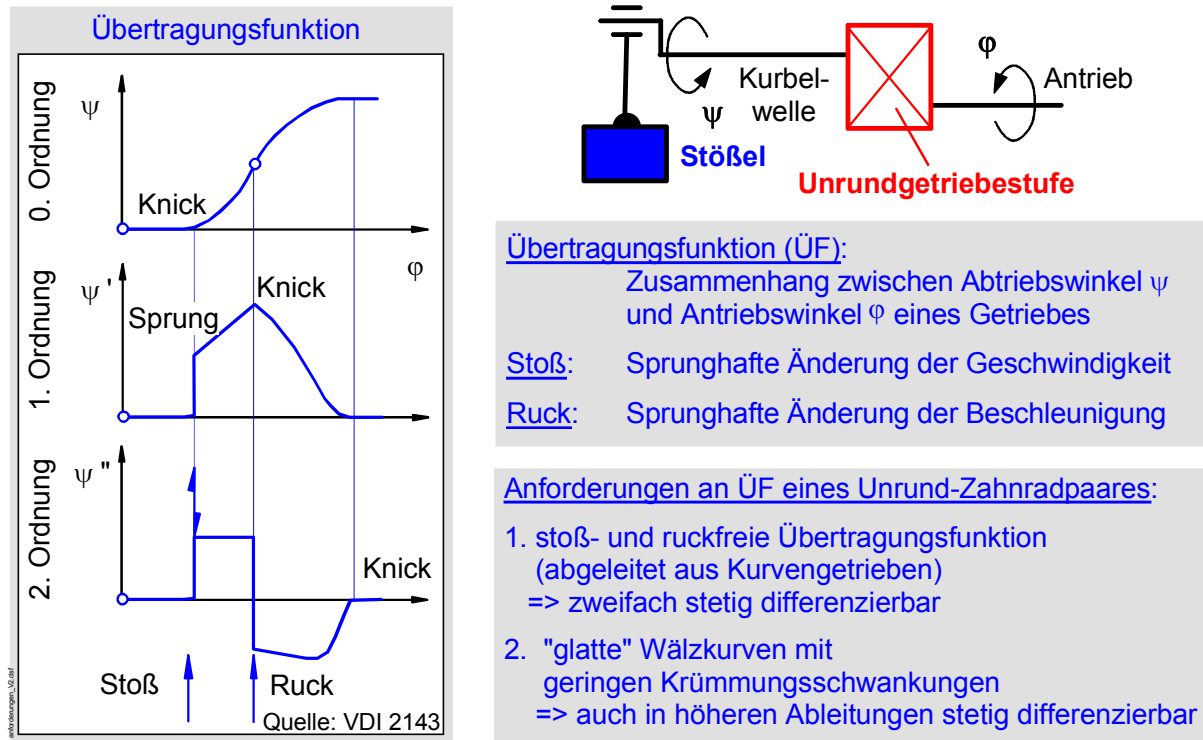


Abbildung 26: Bewegungsaufgaben zur Definition einer geforderten Stoßelkinematik nach [VDI-2143]

Von der Auslegung von Kurvenscheibengetrieben sind verschiedene Vorgehensweisen bekannt, um durch das Einfügen geeigneter Übergangsfunktionen zwischen den zuvor festgelegten Bewegungsaufgaben eine geschlossene Beschreibung des Hubverlaufs zu erreichen [VDI-2143], [VDI-2143a].

Um hierbei eine sprunghafte Änderung der Geschwindigkeit (Stoß) oder der Beschleunigung (Ruck) an den Verbindungsstellen zu verhindern, muss sich nach dem Einfügen der Übergangsfunktionen eine zumindest durchgehend zweifach stetig differenzierbare Übertragungsfunktion ergeben. Somit ist in der Übertragungsfunktion 2. Ordnung ψ'' maximal ein Knick zulässig. Um bei unrunden Zahnrädern möglichst gleichmäßige Wälzkurven zu erzielen, ist jedoch eine stetige Differenzierbarkeit auch in höheren Ableitungen anzustreben (**Abbildung 27**). Auch bei Kurvenscheibengetrieben wirkt sich beispielsweise eine stetige Übertragungsfunktion 3. Ordnung ψ''' positiv auf die Geräuschentwicklung aus [BAUE-81].



Übertragungsfunktion (ÜF):
 Zusammenhang zwischen Abtriebswinkel ψ und Antriebswinkel φ eines Getriebes

Stoß: Sprunghafte Änderung der Geschwindigkeit

Ruck: Sprunghafte Änderung der Beschleunigung

- Anforderungen an ÜF eines Unrund-Zahnradpaares:**
1. stoß- und ruckfreie Übertragungsfunktion (abgeleitet aus Kurvengetrieben)
 => zweifach stetig differenzierbar
 2. "glatte" Wälzkurven mit geringen Krümmungsschwankungen
 => auch in höheren Ableitungen stetig differenzierbar

Abbildung 27: Anforderungen an eine Übertragungsfunktion für unrunde Zahnräder

Von HINDERSMANN wurden nach dem in **Abbildung 28** gezeigten Verfahren als Übergangsfunktionen verschiedene Polynome genutzt. Ihre Parameter wurden so angepasst, dass sich eine zweifach differenzierbare, aus mehreren Teilfunktionen zusammengesetzte Stößelhubfunktion ergab. Die auf diese Weise vollständig definierte Stößelhubfunktion wird im Anschluss unter Berücksichtigung der Übertragungsfunktion $s(\psi)$ des Kurbeltriebs in die gesuchte Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$ der unrunder Zahnräder transformiert [HIND-98].

Vorteilhaft ist bei diesem Vorgehen, dass der Pressenkonstrukteur ausschließlich im ihm vertrauten Stößelweg-Zeit-Bereich arbeitet. Allerdings führt dieses Vorgehen abhängig von den gewählten Bewegungsaufgaben oftmals zu Wälzkurven, die aufgrund sehr starker Krümmungsänderungen unnötig „eckig“ und damit oftmals unbrauchbar sind. Dieses kann mit den gewählten Polynomen nur durch einen hohen empirischen Versuch-und- Irrtum-Aufwand überwunden werden.

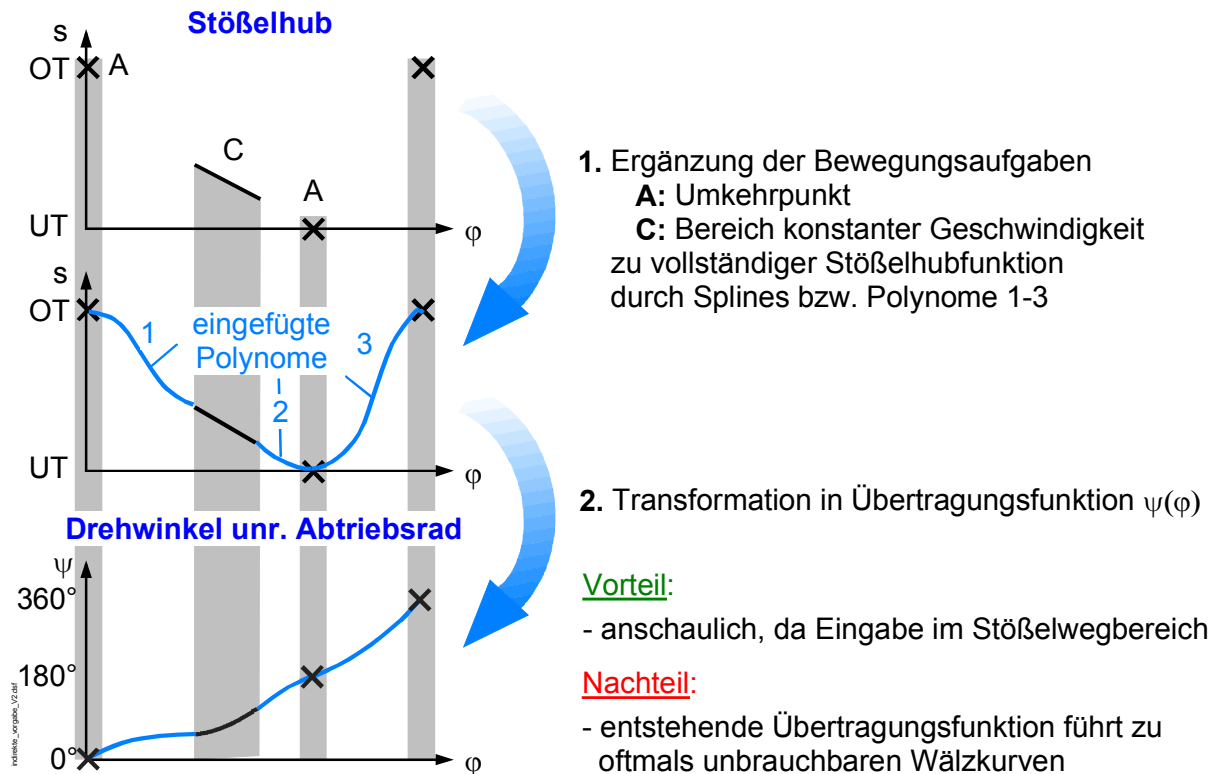


Abbildung 28: Erzeugung der Übertragungsfunktion durch vollständige Beschreibung der Stößelhubfunktion und anschließende Umrechnung

Von WYRWA [WYRW-01], HASSE [HASS-97] wird daher eine andere Vorgehensweise gewählt. Es ergeben sich ohne eine Veränderung der ursprünglich definierten Bewegungsaufgaben oftmals günstigere Wälzkurven, wenn die Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$ nicht durch eine Transformation aus dem Stößelweg-Verlauf $s(\varphi)$ gebildet wird. Vielmehr werden zunächst, wie in **Abbildung 29** gezeigt, die ursprünglichen Bewegungsaufgaben des Stößelhubs in Form der Vorgabepunkte bzw. -bereiche in den $\psi(\varphi)$ -Bereich der Kurbelwelle transformiert, die das Abtriebsglied der unrunder Zahnräder darstellt. Hier werden dann geeignete Übergangsfunktionen zur Vervollständigung der Übertragungsfunktion eingefügt.

Nachteilig ist bei dieser Vorgehensweise die geringe Anschaulichkeit, da die Auswirkungen der eingefügten Übergangsfunktionen auf die Stößelkinematik aufgrund des nichtlinearen Verhaltens des Kurbeltriebs im Allgemeinen erst nach einer Zurückrechnung überblickt werden können.

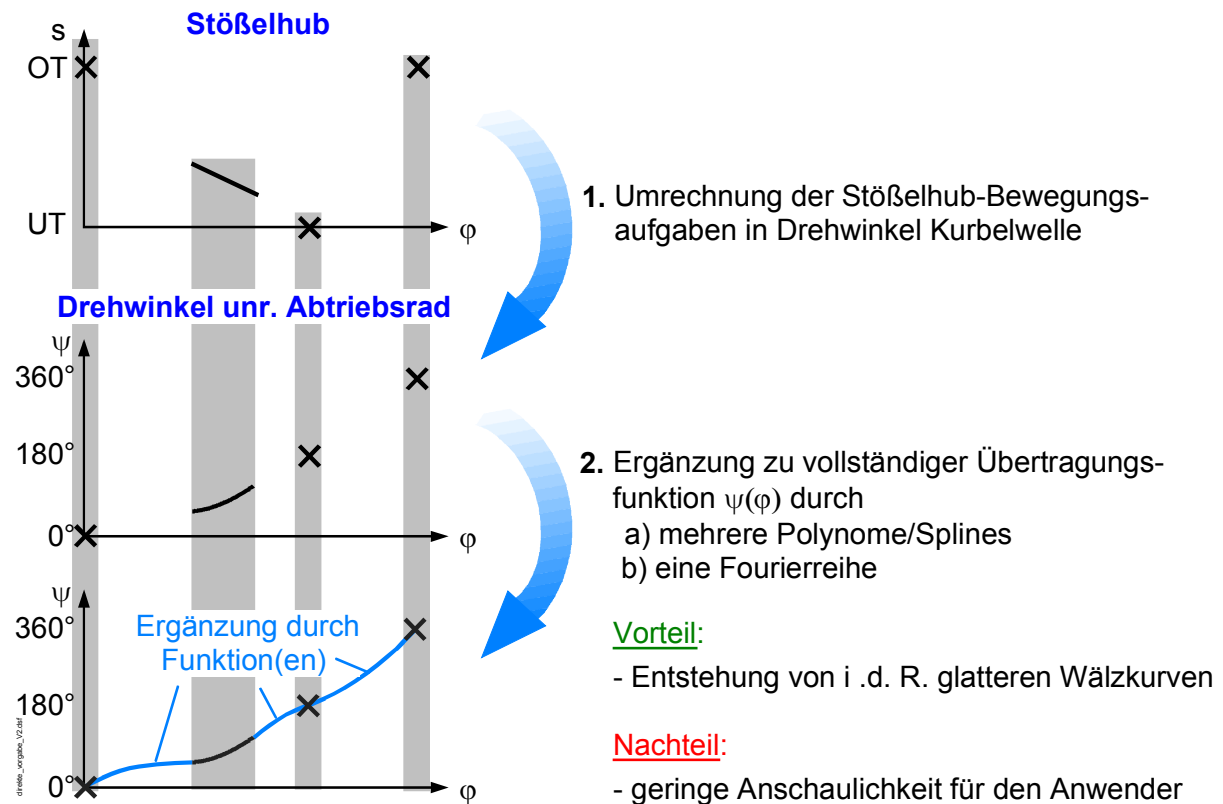


Abbildung 29: Erzeugung der Übertragungsfunktion durch Transformation der Bewegungsaufgaben und anschließende Ergänzung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sollte daher ein Verfahren realisiert werden, bei dem der Pressenentwickler ausschließlich im ihm vertrauten Stößelhubbereich arbeiten muss. Seine Vorgaben für diese Bewegungsaufgaben werden automatisch in den Drehwinkelverlauf der Kurbelwelle als Abtriebswelle des Unrund-Zahnradpaares zurückgerechnet. Für die danach erfolgende selbständige Ergänzung zu einer vollständigen Übertragungsfunktion wurden zwei unterschiedliche Vorgehensweisen untersucht.

Es wurde ein Programmalgorithmus realisiert, der die Bewegungsaufgabe des Stößelhubs gemäß **Abbildung 29** auf die Kurbelwelle umrechnet und im Anschluss selbständig zwischen den umgerechneten Bewegungsaufgaben Polynome einfügt. Der Grad der Polynome wird dabei einerseits so niedrig wie möglich gewählt, um deren Überschwingen zwischen den Vorgaben zu vermeiden. Andererseits werden die Parameter der Polynome anhand der durch die Bewegungsaufgaben definierten Randbedingungen sowie durch Anschlussbedingungen zu benachbarten Polynomen so angepasst, dass eine stetige Differenzierbarkeit der Übertragungsfunktion bis zu einer vom Bediener geforderten Ordnung erreicht wird. Abhängig von den getroffenen Vorgaben ergeben sich jedoch auch bei diesem Verfahren oftmals ungünstige Wälzkurven (vgl. **Abbildung 33** auf S. 54).

Aus diesem Grund wurde als zweite Vorgehensweise für die Definition der Übertragungsfunktion eine Fourierreihe mit einer begrenzten Anzahl J von Harmonischen oder Oberwellen

$$\Psi(\varphi) = a_0 + \varphi + \sum_{j=1}^J a_j \cos(j\varphi) + b_j \sin(j\varphi) \quad (4-1)$$

mit ihrer 1. Ableitung

$$\Psi'(\varphi) = 1 + \sum_{j=1}^J j \cdot b_j \cos(j\varphi) - j \cdot a_j \sin(j\varphi) \quad (4-2)$$

verwendet [DOEG-00].

Entgegen den bisher vorgestellten Lösungen, die mehrere Polynome oder Splines verwenden, wird somit die gesamte Übertragungsfunktion durch eine einzige Funktion beschrieben. Der Fourieransatz bietet dabei den Vorteil, dass alle Ableitungen stetig und differenzierbar sind. Außerdem kann ein Fourieransatz bei einer ausreichenden Anzahl von Harmonischen prinzipiell jeden möglichen periodischen Verlauf mit beliebigen Bewegungsaufgaben erreichen [DRES-84].

Das exakte Erreichen eines zuvor definierten Bewegungsgesetzes ist in der Praxis jedoch kaum möglich, da ein Getriebe immer auch ein schwingfähiges System darstellt. Dieses wird durch höhere Harmonische angeregt, die bei einer aus Einzel-funktionen zusammengesetzten Übertragungsfunktion prinzipiell aufgrund der Unstetigkeiten in den höheren Ableitungen auftreten [RÖSS-85]. Diese Erkenntnis führte im Bereich der Kurvenscheibengetriebe zur Entwicklung der HS-Profile, deren Übertragungsfunktion aus einem Fourieransatz mit einer begrenzten Anzahl von Harmonischen J besteht [BRAU-94]. Die Verwendung eines Fourieransatzes zur Beschreibung der Übertragungsfunktion unrunder Zahnräder wird ebenfalls von HASSE als günstig vorgeschlagen [HASS-98], [HASS-00].

Die Anzahl J der Harmonischen der Übertragungsfunktion ist prinzipiell frei wählbar. Sie sollte jedoch insbesondere bei schnelllaufenden Getrieben unter Berücksichtigung der erreichten Lösungsqualität so gering wie möglich gehalten werden, da Schwingungen in den Abtriebsgliedern eines Getriebes ihre Ursache in der Resonanz mit den höheren Harmonischen der Übertragungsfunktion haben [DRES-84]. Weiterhin hat die Erfahrung gezeigt, dass eine geringere Zahl von Harmonischen im Allgemeinen zu glatteren Wälzkurven führt.

Im Pressenbau ist in der Regel das exakte Erreichen von zuvor definierten Bewegungsaufgaben zweitrangig [GEHR-01], da es während der Umformung aufgrund der Energieentnahme zu einem Drehzahlabfall kommt, der unweigerlich zu einer Abweichung der Stößelkinematik vom statisch berechneten Verlauf führt. Bei erhöhten Genauigkeitsanforderungen an die Stößelkinematik ist es generell möglich, durch eine Simulation des Antriebsstrangs diesen Drehzahlabfall abzuschätzen und bei der Berechnung der Wälzkurven durch eine Vorkorrektur zu berücksichtigen.

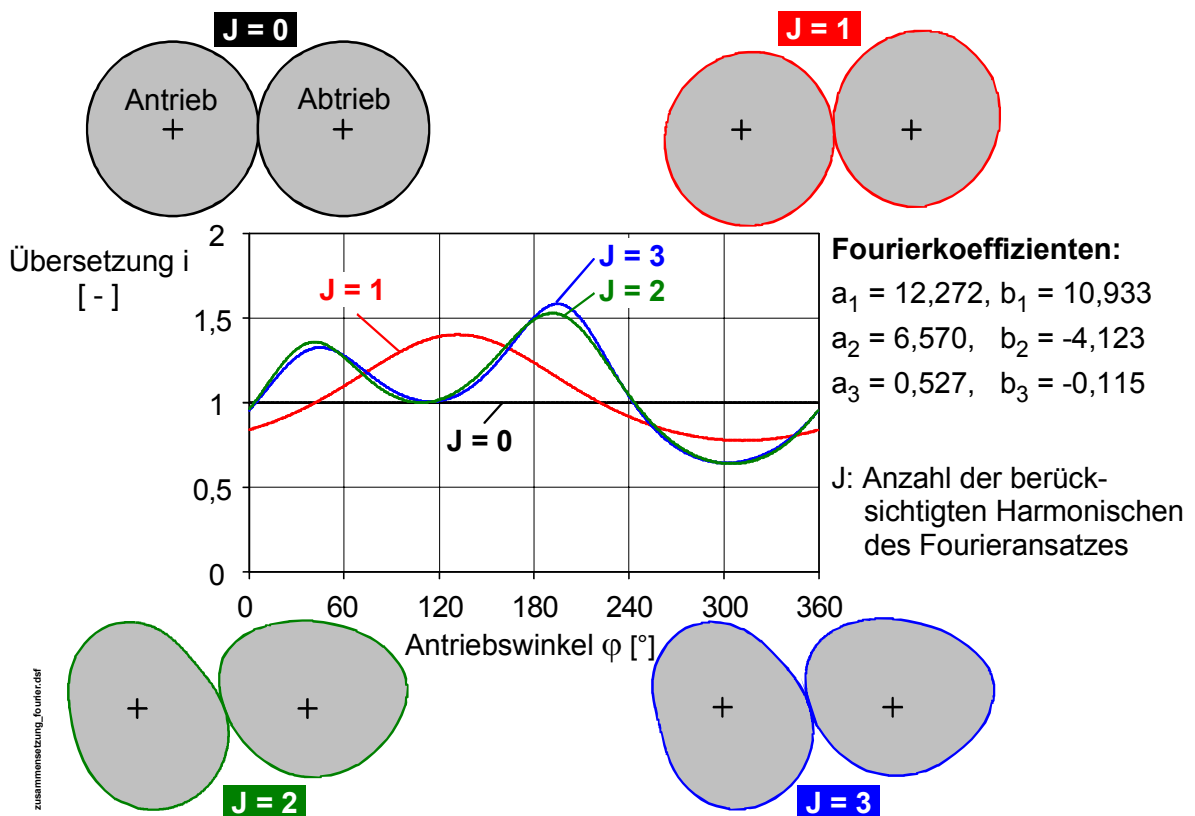


Abbildung 30: Überlagerung der Harmonischen des Fourieransatzes zur gesuchten Übertragungsfunktion

Das Prinzip des Fourieransatzes als Übertragungsfunktion wird aus **Abbildung 30** und **Abbildung 31** deutlich, wobei hier eine Fourierreihe mit drei Harmonischen zur Realisierung einer fiktiven Bewegungsaufgabe verwendet wird.

In der erstgenannten Darstellung sind der Übersetzungsverlauf in Abhängigkeit des Antriebswinkels, der sich nach Gl. 2-1 aus dem Kehrwert der Übertragungsfunktion 1. Ordnung ergibt, sowie die resultierenden Wälzkurven für eine variierende Anzahl J von Harmonischen dargestellt. Für J = 0 hat die Übertragungsfunktion nach Gl. 4-2 den konstanten Wert von 1, und es ergeben sich dementsprechend runde Wälzkurven. Die Berücksichtigung einer Harmonischen führt zu einem verschobenen sinusförmigen Verlauf der Übersetzung und zu unrunder Wälzkurven. Mit einer

zunehmenden Anzahl von Harmonischen nehmen die Unrundheit der Räder sowie die Modifikation des Übersetzungsverlaufs zu, wobei die Berücksichtigung der 3. Oberwelle ($J = 3$) in diesem Beispiel zu einer nur noch geringfügigen Veränderung der Übersetzung führt.

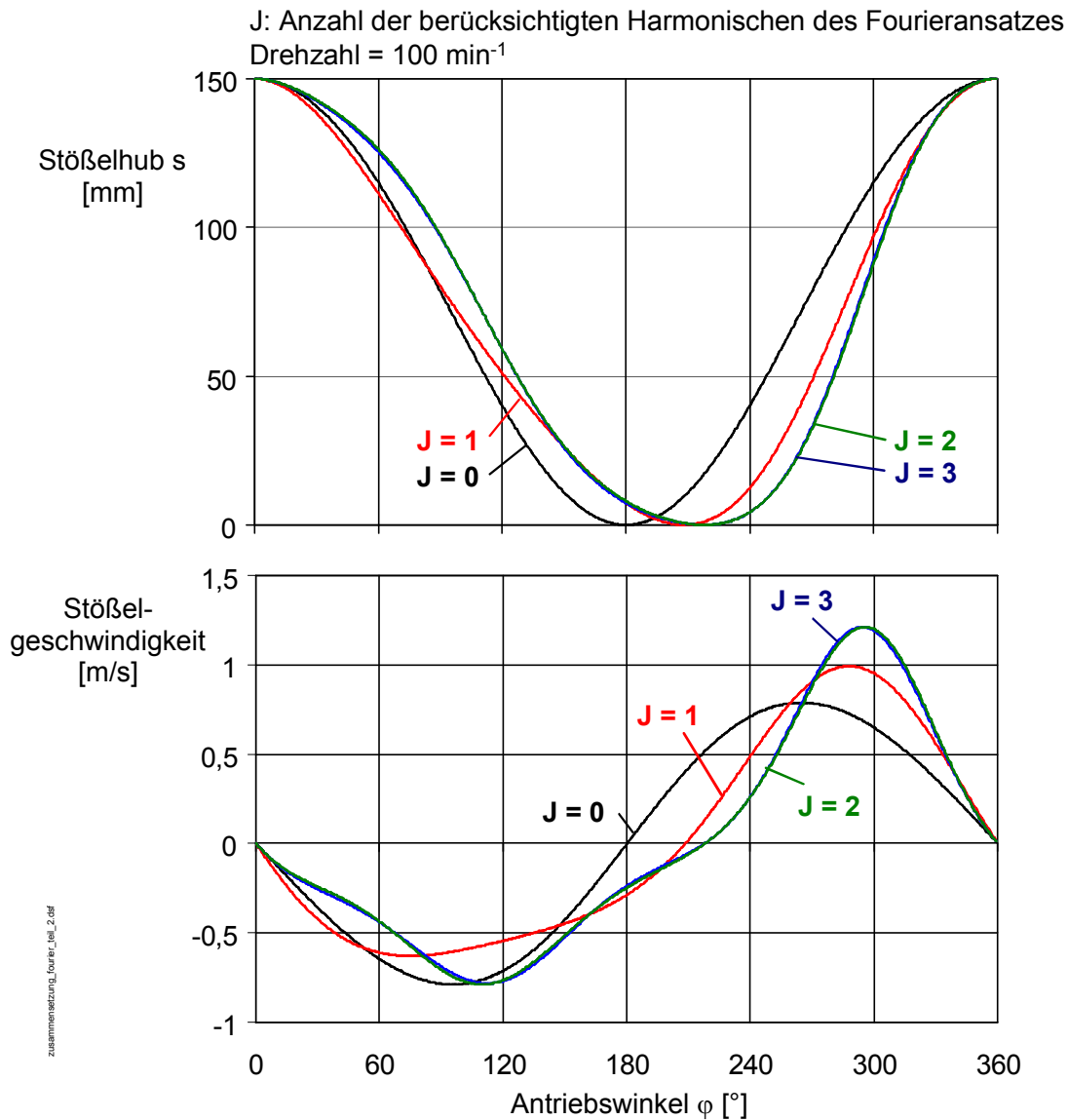


Abbildung 31: Verhalten von Stößelhub- und Stößelgeschwindigkeitsverlauf bei einer zunehmenden Anzahl von Harmonischen des Fourieransatzes

Der Stößelhub- und der Stößelgeschwindigkeitsverlauf entsprechen bei konstanter Übersetzung ($J = 0$) denen eines konventionellen Kurbeltriebs (Abbildung 31). Mit einer steigenden Anzahl von Oberwellen kommt es ausgehend von den ursprünglich runden Wälzkurven zu ausgeprägteren Veränderungen der Verläufe. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Berücksichtigung der 3. Harmonischen in diesem Beispiel nur noch geringfügig auf den Verlauf der Stößelgeschwindigkeit auswirkt und im

Stößelhubverlauf kaum ersichtlich wird. Dies verdeutlicht nochmals, dass in der Regel eine geringe Anzahl von Oberwellen ausreichend zur Annäherung der gewünschten Stößelkinematik ist.

Um nun die freien Koeffizienten a_j , b_j ($j = 1 \dots J$) der Fourierreihe so zu bestimmen, dass die durch die Vorgabe von Bewegungsaufgaben abschnittsweise definierte Stößelkinematik bestmöglich realisiert wird, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein auf evolutionären Algorithmen basierender Optimierungsalgorithmus entwickelt.

Unter evolutionären Algorithmen versteht man Verfahren, die sich an der Funktionsweise der biologischen Evolution orientieren. Vorteil dieser Algorithmen ist, dass sie als Suchverfahren konzipiert sind und daher weder Gradienten- noch Krümmungsinformationen berechnen müssen. Als Folge hiervon sind die evolutionären Algorithmen deutlich robuster als beispielsweise Gradienten- oder Newton-Verfahren; sie haben jedoch den Nachteil, dass die Konvergenzgeschwindigkeit kleiner und der Rechenaufwand größer als bei den letztgenannten Verfahren sein kann [GRIL-98].

Charakteristisch für evolutionäre Algorithmen ist, dass diejenigen Parametersätze (die jeweils eine Übertragungsfunktion darstellen) eines Iterationsdurchlaufs (entsprechend einer Generation), die zu einer vergleichsweise besseren Lösung des betrachteten Problems führen, sich vermehrt reproduzieren als der Durchschnitt aller Parametersätze und somit in abgewandelter Form häufiger in der nächsten Population vertreten sind [KARR-91]. Die Selektion dieser besseren Parametersätze erfolgt anhand einer Bewertungsfunktion, die die Güte eines Parametersatzes analysiert und durch einen als Bewertungsfunktionswert Q bezeichneten Zahlenwert charakterisiert [GRIL-98].

Zur Erzeugung von neuen Parametersätzen, die auf den ausgewählten Parametersätzen des letzten Iterationsdurchlaufs beruhen, werden die Verfahren Rekombination (Cross-Over) und Mutation angewandt. Bei der Rekombination werden die Informationen aus verschiedenen Parametersätzen der letzten (Eltern-)Generation kombiniert. Die hierbei möglichen Vorgehensweisen werden z. B. in [GRIL-98] detaillierter beschrieben. Bei der Mutation werden einzelne Parameter eines Parametersatzes zufällig verändert, wobei in Anlehnung an die biologische Evolution kleine Änderungen mit höheren Wahrscheinlichkeiten auftreten als größere.

Die Funktionsweise des realisierten Algorithmus zur Anpassung der Fourierkoeffizienten a_j , b_j nach Gl. 4-2 soll im Folgenden anhand von **Abbildung 32** erläutert werden.

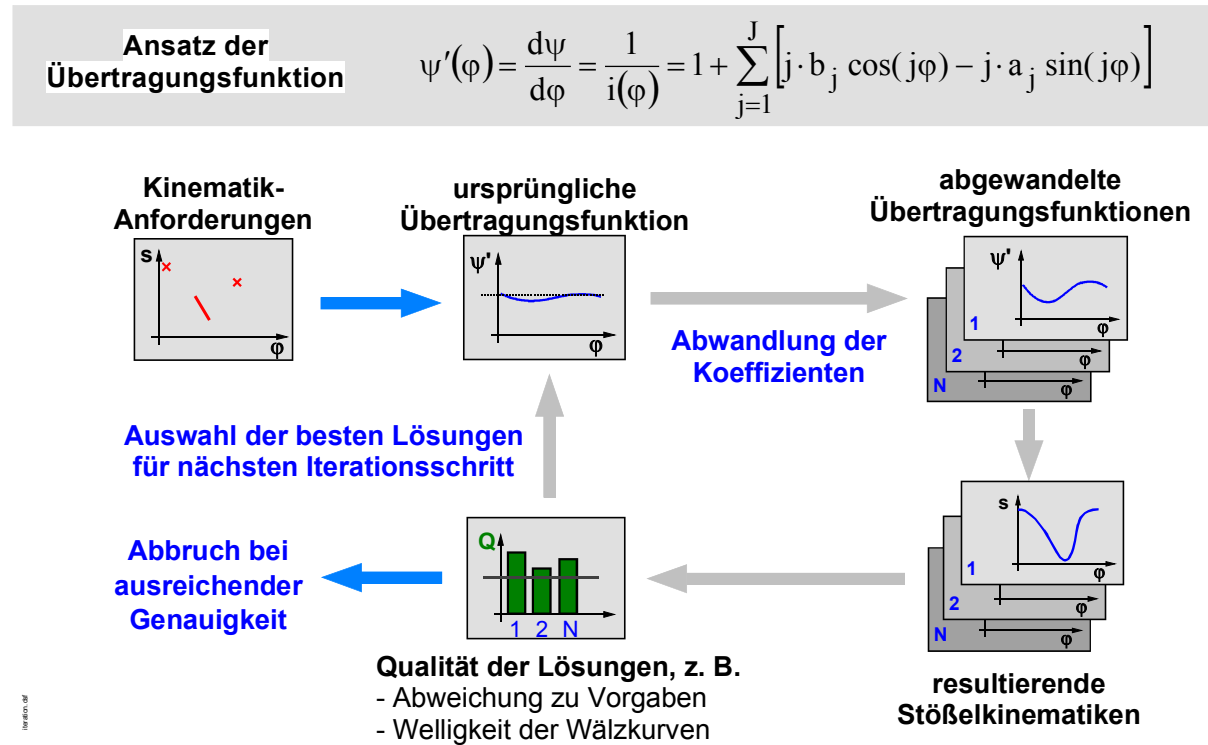


Abbildung 32: Prinzipieller Ablauf der Anpassung der Fourierkoeffizienten der Übertragungsfunktion bei evolutionärem Ansatz

Nach dem Einlesen und einer Plausibilitätsüberprüfung der Bewegungsaufgaben erfolgt die Bestimmung eines ersten Parametersatzes a_j, b_j ($J = 1$). Hierzu wird mit Hilfe einer Polynom-Regression 5. Grades eine erste Näherung der gesuchten Übertragungsfunktion bestimmt. Durch eine Fourierreihenentwicklung werden die Fourierkoeffizienten dieses Polynoms 5. Grades gewonnen.

Von dieser Fourierreihenentwicklung werden für den ersten Parametersatz unabhängig von der gewählten Anzahl J der gewünschten Harmonischen nur die Koeffizienten der ersten Harmonischen verwendet. Die Anzahl der Harmonischen der Parametersätze wird erst im weiteren Iterationsablauf sukzessive bis zum Erreichen der geforderten Anzahl J von Harmonischen erhöht.

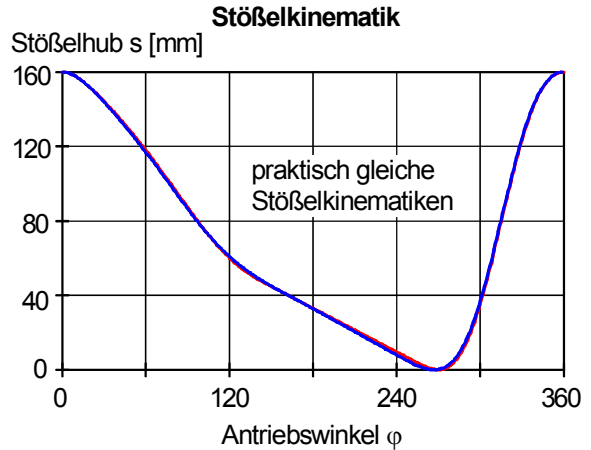
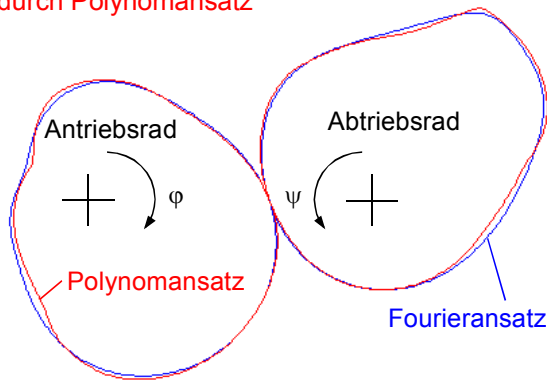
Die so bestimmten Koeffizienten werden durch Mutation verändert und führen so zur ersten Generation aus N Parametersätzen, die jeweils eine Übertragungsfunktion darstellen (Abbildung 32 rechts oben). Die Anzahl N von Parametersätzen einer Generation (im Folgenden auch als Populationsbreite bezeichnet) kann durch den Nutzer vorgegeben werden. Prinzipiell würden bei dem verwendeten Optimierungsalgorithmus auch völlig frei gewählte Koeffizienten für diese erste Generation zum gewünschten Ergebnis führen. Es hat sich jedoch gezeigt, dass das genannte Vorgehen die benötigte Rechenzeit signifikant verkürzt.

Um aus diesen N Parametersätzen (Übertragungsfunktionen) diejenigen zu bestimmen, die zur zunächst besten Annäherung an die gewünschte Kinematik führen, wird jeder Parametersatz mit Hilfe einer Bewertungsfunktion beurteilt. Diese Bewertungsfunktion sowie die relative Gewichtung der Bewertungsfaktoren zueinander wurde empirisch ermittelt. Sie kann bei Bedarf durch den Benutzer nach dessen Erfahrungsschatz verändert werden.

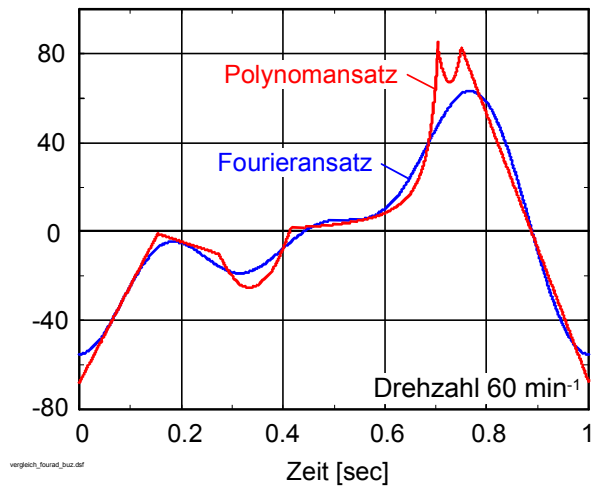
Die Bewertungsfaktoren wurden in der vorliegenden Arbeit mit dem Ziel abgestimmt, möglichst glatte Wälzkurven zu erreichen, indem sich die Krümmung der Wälzkurven entlang des Umfangs nur vergleichsweise langsam ändert. Hierzu werden größere Abweichungen von den geforderten Bewegungsaufgaben toleriert, wenn sich dadurch günstigere Wälzkurven ergeben.

Die sich so unvermeidlich ergebenden Abweichungen von der ursprünglich geforderten Stößelkinematik können beim Einsatz der unrunder Zahnräder in Pressenantrieben vernachlässigt werden. Denn diese Abweichungen sind in der Regel klein gegenüber jenen, die durch das elastische Verhalten der Pressen unter Belastung sowie durch den Drehzahlabfall des Schwungrades während der Umformung hervorgerufen werden.

Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$ erzeugt
 - durch Fourieransatz (3 Harmonische)
 - durch Polynomansatz



Übertragungsfunktion 2. Ordnung
 Drehwinkelbeschleunigung der Kurbelwelle $\ddot{\psi}$
 [rad/sec²]



FFT der Übertragungsfunktion 2. Ordnung
 Drehwinkelbeschleunigung der Kurbelwelle $\ddot{\psi}$
 [rad/sec²]

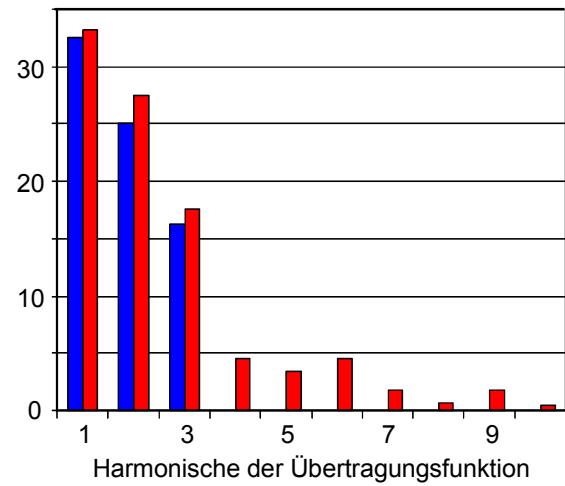


Abbildung 33: Lösung einer Bewegungsaufgabe unter Verwendung von Polynomen bzw. durch Fourieransatz

Die Leistungsfähigkeit des entwickelten Algorithmus auf Basis des Fourieransatzes im Vergleich zum Polynomansatz zeigt **Abbildung 33**. Als Vergleichsbasis dient eine verhältnismäßig anspruchsvolle Bewegungsaufgabe mit einem langen Bereich vor dem unteren Totpunkt, in dem eine möglichst konstante Stößelgeschwindigkeit erreicht werden soll. Der Polynom- und der Fourieransatz mit 3 Harmonischen führen zu einer praktisch gleichen Stößelkinematik. Während der Polynomansatz den Bereich konstanter Geschwindigkeit theoretisch exakt realisiert, weist der Fourieransatz hier prinzipbedingt Abweichungen auf, die beim Einsatz in Pressen antrieben jedoch vernachlässigbar sind. Die sich durch den Fourieransatz ergebenden Wälzkurven haben eine deutlich günstigere Form als die aus dem Polynomansatz berechneten, da bei Letzteren wesentlich größere Krümmungsschwankungen zu finden sind.

Der Vergleich der auf eine Pressenhubzahl von 60 min^{-1} bezogenen Übertragungsfunktionen 2. Ordnung zeigt, dass der Verlauf der Drehwinkelbeschleunigung der Kurbelwelle beim Polynomansatz nicht mehr stetig differenzierbar ist. Da keine Sprünge auftreten, liegt hier zwar eine stoß- und ruckfreie Übertragungsfunktion vor. Dennoch zeigt die durch den Fourieransatz bestimmte Übertragungsfunktion Vorteile, da sie wie erwartet durchgehend differenzierbar ist und zudem kleinere maximale Beschleunigungswerte aufweist. Das durch eine Fast Fourier Transformation (FFT) [WECK-92] erzeugte Frequenzspektrum beider Übertragungsfunktionen zeigt, dass das Spektrum des Fourieransatzes wie eingangs erwähnt aus nur 3 Harmonischen besteht. Der Polynomansatz hat aufgrund der vorhandenen Knicke ein unendliches Spektrum, dessen Amplituden mit zunehmender Frequenz nur allmählich abnehmen.

4.1.2 Anpassung des Achsabstandes unrunder Zahnräder

Bei der Konstruktion von Pressen mit unrunden Zahnrädern ist oftmals der für die unrunden Zahnräder zur Verfügung stehende Achsabstand durch konstruktive Randbedingungen im Vorfeld festgelegt. Außerdem kann aus wirtschaftlichen Gründen die Entwicklung eines Baukastensystems sinnvoll sein. Auf diese Weise kann eine Pressenkonstruktion bei Verwendung eines einheitlichen Pressengestells mit gleich bleibenden Achsabständen für Vorgelege- und auch Unrundzahnradgetriebe allein durch Austausch der unrunden Zahnräder eine auf Kundenwünsche angepasste Stoßelkinematik erhalten [SCHA-01].

Voraussetzung hierfür ist, dass der entstehende Achsabstand eines Unrundzahnradpaares bei der Bestimmung der Übertragungsfunktion bereits berücksichtigt wird und damit an bestehende Konstruktionen angepasst werden kann. Bisher ergibt sich in der Regel jedoch bei jeder neu ausgelegten Kinematik und damit bei jedem Paar unrunder Zahnräder trotz einer konstant belassenen Zähnezahl z ein anderer Achsabstand a , solange bei der Verzahnung immer auf den gleichen Zahnradmodul m zurückgegriffen wird [HIND-98].

Um umlauffähige unrunde Zahnräder zu erhalten, muss die Bogenlänge der sich aus der Übersetzung $i(\varphi)$ ergebenden Wälzkurven so bemessen werden, dass eine ganzzahlige Anzahl von Zähnen z auf den Wälzkurven Raum findet [HIND-98]. Damit muss die Wälzkurvenlänge l_{WK} ein ganzzahliges Vielfaches der Zahnteilung p sein:

$$l_{WK} = z \cdot p = z \cdot m \cdot \pi \quad (4-3)$$

Die Bogenlänge einer Wälzkurve ergibt sich in Abhängigkeit vom aktuell gewählten Achsabstand a zu:

$$l_{WK} = a \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(1+i(\varphi))^2} \left(1 + \left(\frac{di(\varphi)/d\varphi}{1+i(\varphi)} \right)^2 \right)} d\varphi . \quad (4-4)$$

Unter Verwendung von Gl. 4-16 ergibt sich hieraus folgende Beziehung für den Achsabstand eines Paares unrunder Zahnräder:

$$a = \frac{z \cdot m \cdot \pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(1+i(\varphi))^2} \left(1 + \left(\frac{di(\varphi)/d\varphi}{1+i(\varphi)} \right)^2 \right)} d\varphi} . \quad (4-4)$$

Um einen konstruktiv vorgegebenen Achsabstand zu erreichen, muss demnach bei konstanter Zähnezahl als freier Parameter entweder der Zahnradmodul m oder aber die Übersetzung $i(\varphi)$ angepasst werden. Prinzipiell kann der Achsabstand auch durch eine Veränderung der Zähnezahl variiert werden. Da hierbei jedoch aus naheliegenden Gründen nur ganze Zahlen zulässig sind, ergeben sich vergleichsweise große Achsabstandssprünge. Der Zahnradmodul und die Übertragungsfunktion lassen sich dagegen beliebig anpassen, sofern entsprechende Fertigungsverfahren bzw. Berechnungsalgorithmen zur Verfügung stehen und Abweichungen von den geforderten Bewegungsaufgaben in einem gewissen Maße toleriert werden können.

Wenn die Fertigung der unrunder Zahnräder durch spanende Verfahren wie Wälzfräsen [VARS-84] oder Wälzstoßen [HASS-90] erfolgen soll, die ein entsprechend geformtes Werkzeug erfordern, ist eine Variation des Zahnradmoduls zur Anpassung des Achsabstandes nicht sinnvoll. Um beim Wälzstoßen die Anzahl der bereitzuhaltenden Verzahnungswerkzeuge zu begrenzen, ist die Verwendung von nur wenigen genormten Zahnradmodulen m anzustreben. Die Herstellung eines Zahnrades mit einem vom Schneidrad abweichenden Modul ist beim Wälzstoßen zwar möglich. Es ergibt sich jedoch ein nicht immer gewünschter veränderter Zahneingriffswinkel α [HASS-97].

Deshalb wird im Folgenden eine Erweiterung des Programmpakets KONRAD beschrieben, die eine Anpassung des Achsabstandes auch bei der Verwendung eines zuvor festgelegten Moduls sowie einer festgelegten Zähnezahl z erlaubt. Voraussetzung hierfür ist, dass die Wälzkurven der unrunder Zahnräder durch eine Fourierreihe beschrieben werden. Diese Bedingung ist in dieser Arbeit und dem Programm KONRAD erfüllt.

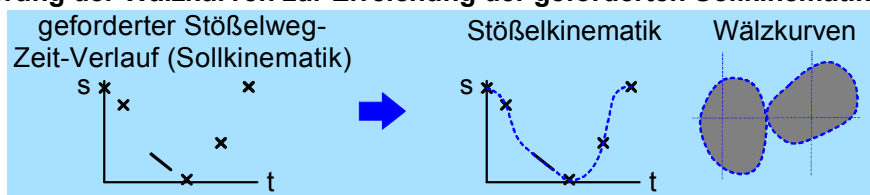
Hierzu wurde eine Erweiterung der in Kapitel 4.1.1 vorgestellten Bewertungsfunktion des Iterationsalgorithmus zur Anpassung der Fourierkoeffizienten geschaffen. Diese

erweiterte Bewertungsfunktion ermöglicht es, den aus den vorgegebenen Werten für Zähnezah und Modul resultierenden Achsabstand einer Übertragungsfunktion mit zu berücksichtigen.

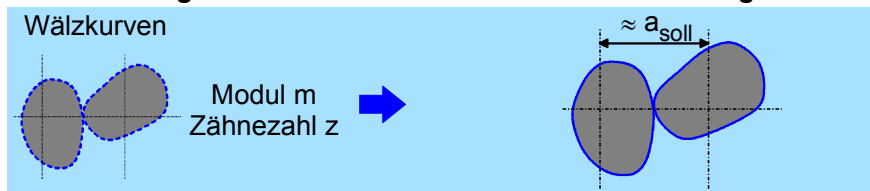
Einerseits wird hierzu nach Gl. 4-16 die notwendige Bogenlänge der Wälzkurven aus dem vorgegebenen Modul und der Zähnezah berechnet. Für jede Lösung der Übertragungsfunktion wird andererseits unter Berücksichtigung des geforderten Achsabstandes die sich tatsächlich ergebende Bogenlänge nach Gl. 4-17 bestimmt. Die gewichtete Differenz beider Werte fließt neben den bereits o. g. Kriterien in die Bewertungsfunktion ein und führt dazu, dass sich im Iterationsprozess schließlich eine Übertragungsfunktion durchsetzt, die Zahnräder mit dem geforderten Achsabstand ergibt.

Im Programmpaket KONRAD erfolgt die Berechnung der unrunder Zahnräder in einem dreistufigen Prozess (**Abbildung 34**).

1. Optimierung der Wälzkurven zur Erreichung der geforderten Sollkinematik



2. Manuelle Bestimmung von Modul und Zähnezah zur Annäherung an Achsabstand a_{soll}



3. Nachoptimierung mit Soll-Achsabstand als zusätzlichem Bewertungskriterium
 (geringfügige Abweichungen von geforderter Sollkinematik werden zugelassen)

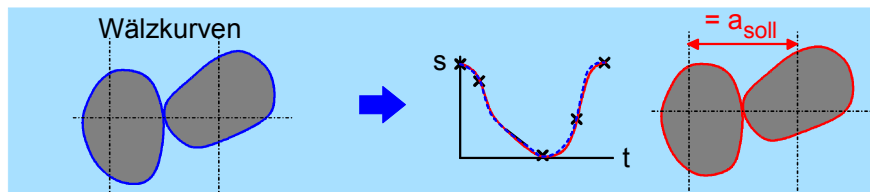


Abbildung 34: Berechnungsablauf zur Anpassung des Achsabstandes unrunder Zahnräder

Zunächst wird die geforderte Stoßelkinematik durch Bewegungsaufgaben definiert. Für diese Vorgaben erfolgt zunächst eine möglichst exakte Anpassung der Übertra

gungsfunktion durch Optimierung der Fourierkoeffizienten a_j und b_j . Hierbei wird der entstehende Achsabstand zunächst nicht berücksichtigt (Abbildung 34 oben).

Im zweiten Schritt wird unter Verwendung des gewünschten Moduls der Achsabstand des unrunder Zahnradpaares durch Variation der Zähnezahl dem geforderten Achsabstand möglichst weit angenähert (Abbildung 34 Mitte).

Die anschließende Nachoptimierung der Übertragungsfunktion führt im dritten Schritt zu einer nahezu exakten Anpassung des Achsabstandes an den geforderten Wert. Da hierbei die ursprünglich bestimmten Fourierkoeffizienten der Übertragungsfunktion verändert werden, müssen eine geringfügige Abweichung von der ursprünglichen Sollkinematik und damit eine Veränderung der Wälzkurvenform toleriert werden (Abbildung 34 unten). Der Konstrukteur als Programmnutzer muss an dieser Stelle analysieren, ob die sich ergebenden Abweichungen der Stoßelkinematik akzeptabel sind.

Das praktische Vorgehen bei der Auslegung von unrunder Zahnrädern mit definiertem Achsabstand soll anhand einer fiktiven Aufgabenstellung gezeigt werden. Hierzu soll für die am IFUM befindliche Prototyp-Exzenterpresse (Abbildung 9) ein neues Paar unrunder Zahnräder mit dem Ziel berechnet werden, die Kinematik einer Presse mit modifiziertem Kniehebelantrieb (Abbildung 5) anzunähern.

Da es sich hierbei um den Umbau einer bestehenden Presse handelt, ist der Achsabstand der unrunder Zahnräder als konstruktiv vorgegebene, unveränderliche Größe (hier: $a = 596,5$ mm) anzunehmen, die unbedingt erreicht werden muss.

Die Kinematik des modifizierten Kniehebelantriebs wird neben dem oberen und dem unteren Umkehrpunkt durch weitere Stützpunkte nachgebildet. Gemäß des o. g. Vorgehens erfolgt zunächst ein Optimierungsschritt ohne Berücksichtigung des entstehenden Achsabstandes sowie eine anschließende Nachoptimierung.

Abbildung 35 zeigt eine Gegenüberstellung der Übersetzung $i(\varphi)$ der unrunder Zahnräder als Funktion des Antriebswinkels für die durch die erste Optimierung entstandene sowie für die durch Nachoptimierung entstandene Übertragungsfunktion. Es ist zu erkennen, dass sich in beiden Fällen ein qualitativ gleicher Verlauf ergibt, wobei sich Lage und Betrag der relativen Extremwerte unterscheiden.

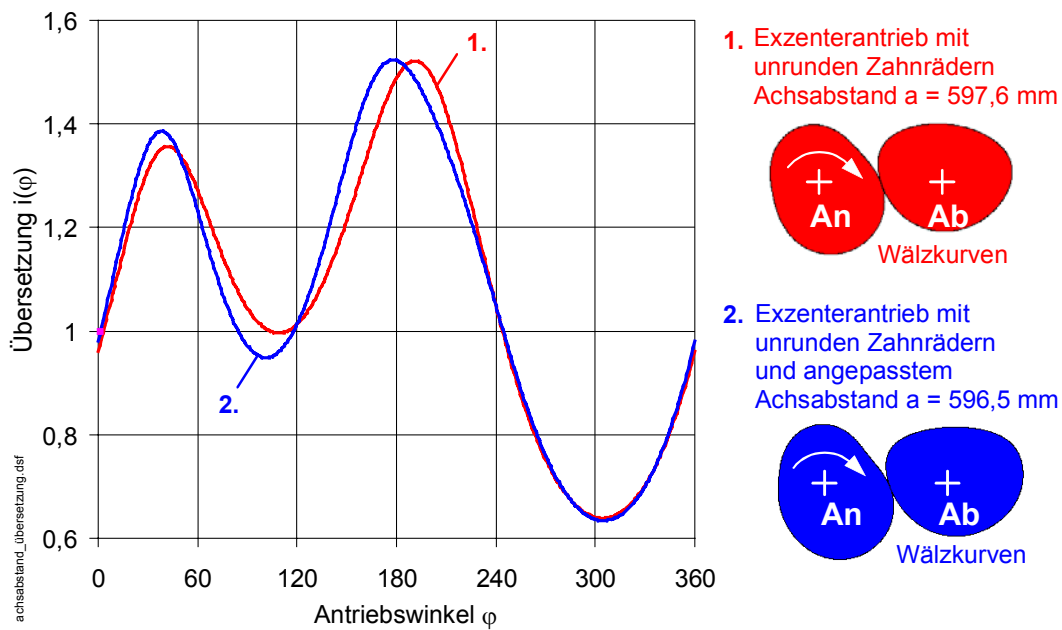


Abbildung 35: Änderung der Übersetzung infolge der Anpassung des Achsabstandes der unrunden Zahnräder

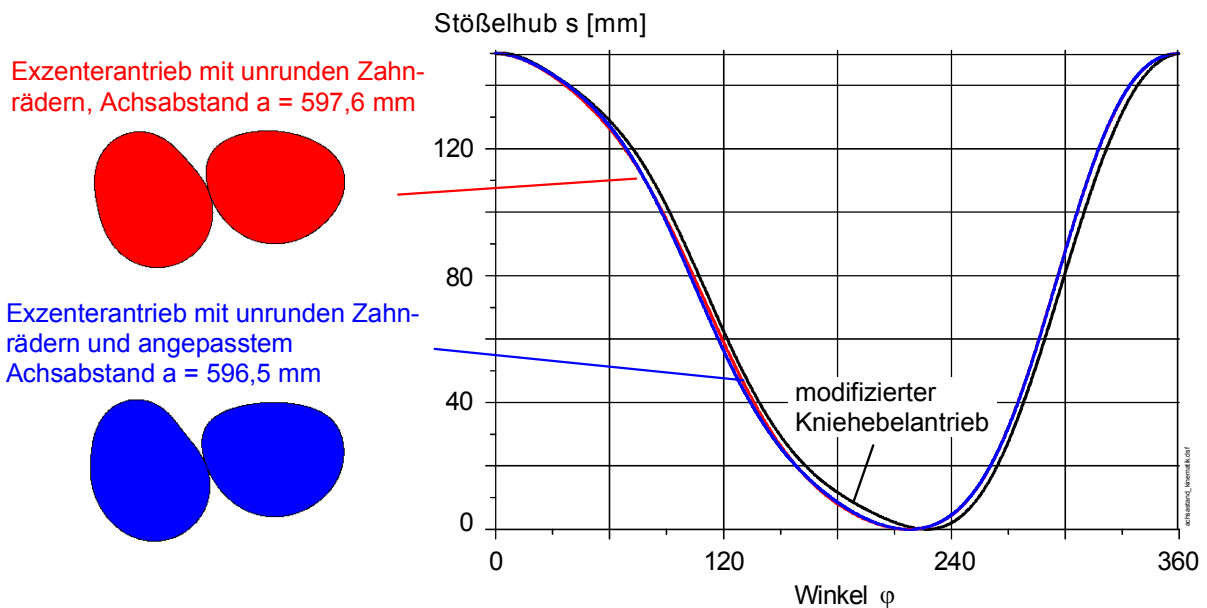


Abbildung 36: Vergleich der Kinematik von modifiziertem Kniehebelantrieb mit Auslegungsvarianten des Pressenantriebs mit unrunden Zahnrädern

In **Abbildung 36** und **Abbildung 37** sind die sich aus diesen Übersetzungen der unrunden Zahnräder ergebenden Stößelkinematiken im Vergleich zur Kinematik des modifizierten Kniehebelantriebs dargestellt. Es ist zunächst zu erkennen, dass durch das Paar unrunder Zahnräder mit nicht angepasstem Achsabstand die Kinematik des Kniehebelantriebs in guter Näherung erreicht wird. Die vorhandenen Abweichungen

sind u. a. darauf zurückzuführen, dass im Laufe des Optimierungsprozesses die ursprünglich vorgegebenen Bewegungsaufgaben geringfügig verändert werden mussten, um den Krümmungsverlauf und damit die Form der entstehenden Wälzkurven zu optimieren.

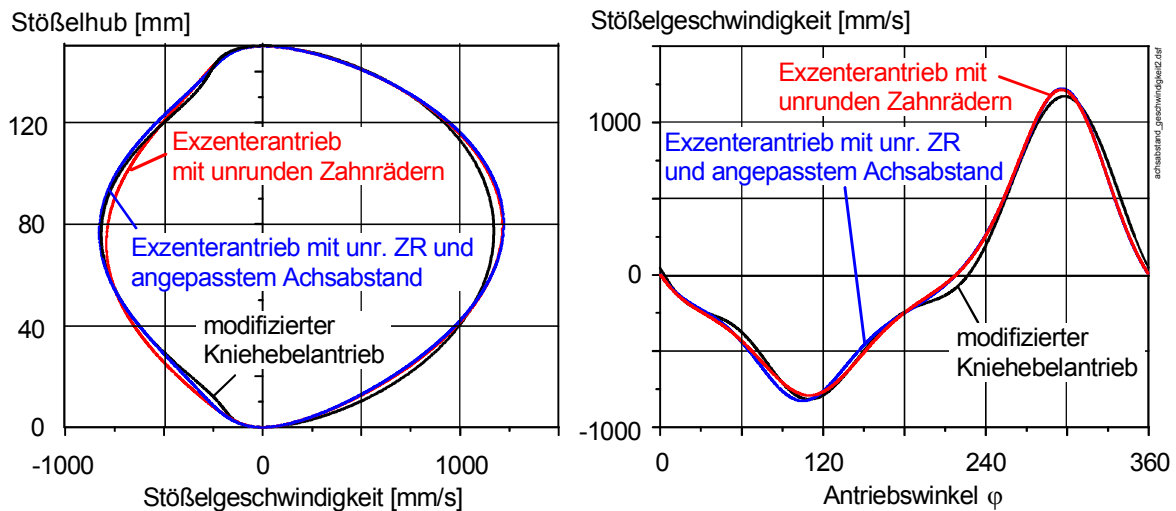


Abbildung 37: Vergleich der Stößelgeschwindigkeiten von modifiziertem Kniehebelantrieb mit Auslegungsvarianten des Pressenantriebs mit unrunderen Zahnradern

Die Nachoptimierung der Übertragungsfunktion, die zu deutlichen Änderungen im Übersetzungsverlauf führte (Abbildung 35), ergibt eine nur geringfügige Veränderung der Stößelkinematik gegenüber den ursprünglichen unrunderen Zahnradern. Im Bereich des Abwärtshubs führt die Nachoptimierung in diesem Fall sogar zu einer verbesserten Annäherung der Unrund-Kinematik an die Sollkinematik des modifizierten Kniehebelantriebs.

Insgesamt bleibt jedoch festzuhalten, dass die Abweichungen der durch die beiden verschiedenen Unrund-Zahnradpaare erzeugten Stößelkinematiken untereinander so geringfügig sind, dass sie in Relation zur elastischen Auffederung einer Presse sowie zur Kinematikveränderung infolge Drehzahlabfalls während der Umformung als vernachlässigbar anzusehen sind.

4.2 Verzahnungsberechnung

4.2.1 Verzahnung ohne Profilverschiebung

Für die Verzahnung der unrunderen Wälzkurven soll im Folgenden als Bezugsprofil die Trapez Zahnstange verwendet werden, die gemäß DIN 867 [DIN-867] vorzugsweise

für Stirnräder mit Evolventenverzahnungen verwendet werden soll. Basierend auf diesem Bezugsprofil wurde von HINDERSMANN ein Verfahren entwickelt, das die Kontur einer Zahnteilung aus acht einzelnen Bereichen berechnet (**Abbildung 38**).

Dabei werden ergänzend zu anderen bis dahin bekannten Berechnungsverfahren neben der Kontur der Zahnflanken, des Zahnkopfes und –fußes auch die Eckpunktbahnen an Zahnkopf und –fuß berücksichtigt [HIND-98]. Das Verfahren erlaubt die Verzahnung der Zahnräder einerseits durch eine Trapezzahnstange und andererseits durch Schneidräder.

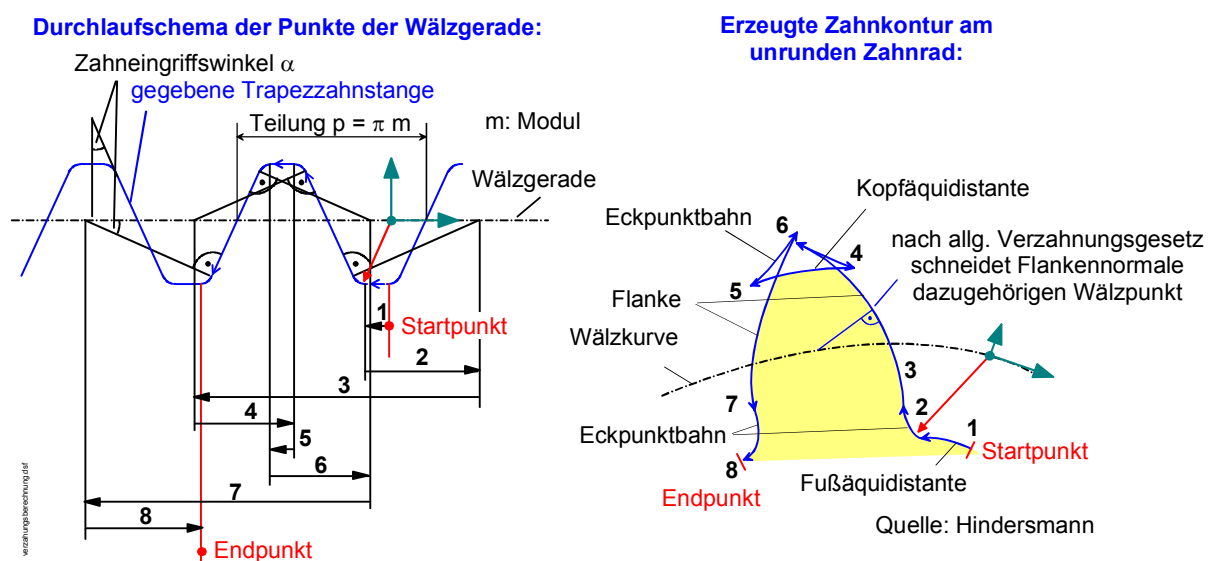


Abbildung 38: Vollständige Berechnung der Evolventenverzahnung nach HINDERSMANN [HIND-98]

Für die Verzahnung der Wälzkurven, die mittels der in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Algorithmen erzeugt wurden, wird auf diesen Verzahnungsalgorithmus zurückgegriffen. Ergänzt wurde dieser Algorithmus um ein Verfahren, das dem Nutzer die Wahl eines geeigneten Zahnradmoduls m erleichtert.

Bei der Auslegung von unrunder Zahnrädern für den Pressenbau ist i. d. R. der für die unrunder Zahnräder zur Verfügung stehende Achsabstand a_{vorl} in seiner Größenordnung bekannt. Dieser wird durch die Dimensionierung der übrigen Pressenelemente oder aber auch durch Erfahrungswerte aus anderen Pressen festgelegt.

Aus Gründen der Zahnfußtragfähigkeit ist die Verwendung eines möglichst großen Moduls anzustreben, da sich hierdurch bei gleicher zu übertragender Kraft eine geringere Zahnfußspannung ergibt [ZIRP-89]. Unter Verwendung des vorläufigen Achsabstandes a_{vorl} soll daher der maximale Zahnmodul ermittelt werden, mit dem die vorliegenden Wälzkurven verzahnt werden können, ohne dass ein Unterschnitt

der Zähne (**Abbildung 46** auf S. 73) auftritt. Es wird hierbei auf die runden, krümmungsgleichen Ersatzzahnäder zurückgegriffen, die in Abbildung 11 gezeigt werden. Dieses im Folgenden vorgestellte Vorgehen wurde unabhängig von der vorliegenden Arbeit auch in dem von WYRWA realisierten Berechnungsprogramm verwirklicht [WYRW-01].

Für runde, geradverzahnte Zahnäder ohne Profilverchiebung, die mit einer Zahnstange verzahnt werden, ergibt sich nach [ZIRP-89] für die Grenzzähnezahl z_{\min} in Abhängigkeit des Zahneingriffswinkels α der Ausdruck

$$z_{\min} = \frac{2}{\sin^2 \alpha} . \quad (4-5)$$

Bei einem mittels Zahnstange verzahnten Zahnrad tritt gerade noch kein Unterschnitt auf, wenn dessen Zähnezahl diese Grenzzähnezahl z_{\min} nicht unterschreitet. Es werden Krümmungsradien $\rho_{\text{an}}(\varphi)$ bzw. $\rho_{\text{ab}}(\varphi)$ der Wälzkurven von An- und Abtriebsrad in Abhängigkeit des Antriebswinkels φ berechnet, wobei der vorläufige Achsabstandes a_{vorl} in diese Berechnung eingeht.

Aus diesen Krümmungsradien, die gleichzeitig die Wälzkreisradien der runden Ersatzzahnäder darstellen, wird der minimale Krümmungsradius ρ_{\min} ausgewählt. Dieser minimale Krümmungsradius stellt somit auch den auftretenden kleinsten Radius der runden Ersatzzahnäder gemäß Abbildung 11 dar. Wenn der Zahnradmodul nun so gewählt wird, dass an diesem Zahnrad gerade kein Unterschnitt auftritt, weil die Grenzzähnezahl nicht unterschritten wird, sind auch die übrigen Ersatzzahnäder mit größeren Wälzkreisradien unterschnittfrei.

Für den Zusammenhang zwischen dem Radius ρ_{\min} dieses runden Ersatzrades, seinem Umfang U sowie der Wälzkurventeilung p , dem Modul m und der Zähnezahl z gilt:

$$p = \frac{U}{z} = \frac{2 \pi \rho_{\min}}{z} = m \cdot \pi . \quad (4-6)$$

Es lässt sich der maximal zulässige Zahnradmodul

$$m_{\max, \text{Ersatz}} = \frac{2 \rho_{\min}}{z_{\min}} \quad (4-7)$$

ermitteln, bei dem sich ein gerade noch unterschnittfreies rundes Ersatzzahnrad ergibt. Der nächstkleinere nach DIN 780 [DIN-780] genormte Modul wird dem Nutzer als Grundlage für die weitere Berechnung vorgeschlagen. Um das Auftreten von Unterschnitt an den ungerunden Zahnädern zu vermeiden, sollte nun vom Nutzer eine

Zähnezahl für die unrunder Zahnräder gewählt werden, mit der der vorläufige Achsabstand a_{vorl} erreicht bzw. überschritten wird. Auf diese Weise werden für alle Stellungen der unrunder Zahnräder die Bedingungen

$$\frac{2\rho_{\text{an}}(\varphi)}{m_{\text{max, Ersatz}}} > z_{\text{min}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{2\rho_{\text{ab}}(\varphi)}{m_{\text{max, Ersatz}}} > z_{\text{min}} \quad (4-8)$$

erfüllt.

Das Unterschreiten des vorläufigen Achsabstandes bei Verwendung von $m_{\text{max, Ersatz}}$ entweder durch die Wahl einer zu geringen Zähnezahl oder durch die Verwendung eines Moduls $m > m_{\text{max, Ersatz}}$ bei unveränderter Vorgabe des Achsabstandes ist grundsätzlich möglich. Allerdings ist hier eine Abschätzung des Benutzers notwendig, inwieweit der dabei auftretende Unterschnitt akzeptiert werden kann.

Anders als bei runden Zahnrädern hängt bei unrunder Zahnrädern die Zahnform davon ab, in welchem Bereich der Wälzkurve der jeweilige Zahn aufgebracht wird. Dies bietet die Möglichkeit, die Form der Verzahnung durch gezieltes Verschieben entlang der Wälzkurve um einen im Auslegungsprogramm als Versetzung bezeichneten Wert Δp zu optimieren. Das Vorgehen der Verschiebung des Verzahnungsstartpunktes wurde erstmals von HINDERSMANN dazu genutzt, eine Schrägverzahnung bei unrunder Zahnrädern durch Tangentialschnitte zu berechnen und darzustellen. Diese Schnitte wurden über die Breite des Zahnrades verteilt angeordnet [HIND-98]. Ein Beispiel zur Optimierung der Geradverzahnung durch Verschiebung des Verzahnungsstartpunktes wird in [WYRW-01] vorgestellt. Es gelang in diesem Beispiel, einen vergrößerten Modul zu verwenden, ohne dass Unterschnitt auftrat.

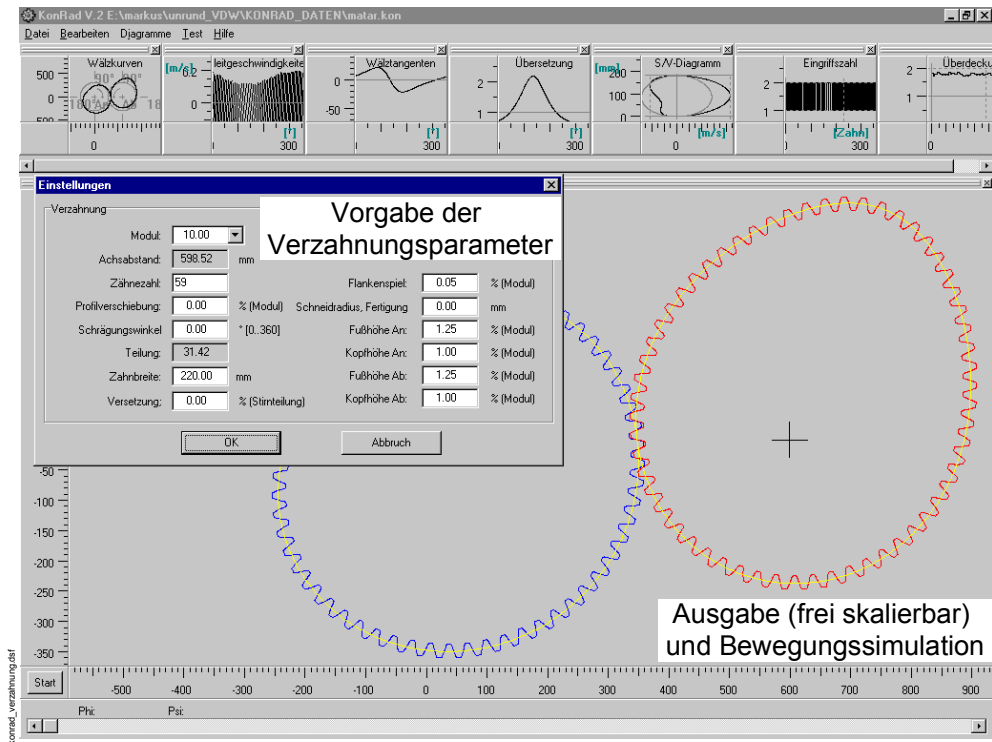


Abbildung 39: Berechnung und Ausgabe der Verzahnung im Auslegungsprogramm

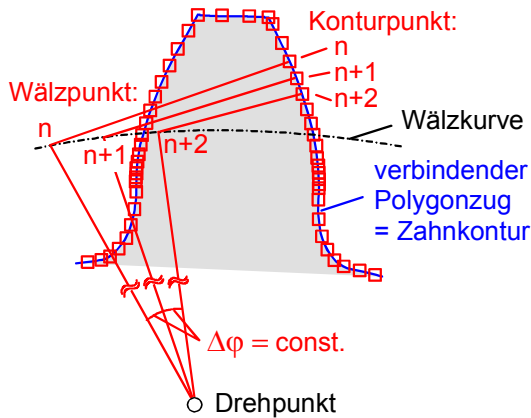
Einen Überblick über die im Auslegungsprogramm realisierte Verzahnungsberechnung gibt **Abbildung 39**. Nach Eingabe der geforderten Werte erfolgt die Berechnung und Ausgabe der Zahngeometrie. Diese wird dabei durch Konturpunkte beschrieben, die durch einen Polygonzug verbunden werden. Die berechneten Punkte werden zudem in zwei Dateien für die weitere Verwendung in externen Programmen abgelegt. Des Weiteren ist es möglich, die berechneten Zahnräder in Form einer so genannten Makrodatei abzulegen. Diese erlaubt einen direkten Import der Konturpunkte sowie des verbindenden Polygonzugs in das CAD-System HP ME 10.

Mit dem bisher vorgestellten Algorithmus erfolgt die Berechnung anhand einer Schar von Wälzpunkten auf der Wälzkurve, die mit einer zuvor definierten Schrittweite des Antriebswinkels $\Delta\varphi$ berechnet worden ist. Damit liegt zwischen zwei benachbarten Wälzpunkten immer ein gleicher Winkelschritt $\Delta\varphi$ (**Abbildung 40** links).

Wenn diese Stützstellen nun zur Berechnung der Verzahnungskontur verwendet werden, hat dies zur Folge, dass der Abstand zwischen zwei berechneten Konturpunkten beispielsweise auf der Zahnflanke nicht konstant ist, sondern zum Zahnfuß hin abnimmt. Ein Polygonzug, der die berechneten Konturpunkte miteinander verbindet, besitzt damit unweigerlich eine gegenüber der exakten Evolvente veränderliche Genauigkeit. In Richtung des Zahnfußes treten nur geringe

geometrische Abweichungen von der Evolvente auf, während die Abweichungen in Zahnkopfnähe aufgrund des größeren Abstandes der Konturpunkte zunehmen.

Ergebnis der Verzahnungsberechnung nach HINDERSMANN

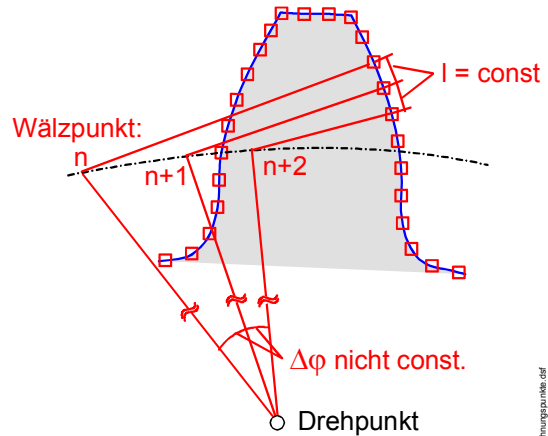


Berechnung der Konturpunkte:

- erfolgt durch in konstanter Winkelschrittweite $\Delta\phi$ verteilte Wälzpunkte
- Abstand der Konturpunkte nimmt ab in Richtung Zahnfuß
- kurze Rechenzeit

=> Anwendung zur Darstellung und Bewertung

Optimierte Verzahnungsberechnung



Berechnung der Konturpunkte:

- variierende Verteilung der Wälzpunkte auf Wälzkurve möglich
- äquidistante Verteilung der Konturpunkte
- größere Rechenzeit, da iteratives Verfahren

=> Anwendung zur Fertigungsvorbereitung Drahterodieren

Abbildung 40: Verteilung der berechneten Punkte der Zahnkontur

Vorteilhaft an diesem Verfahren ist jedoch seine kurze Rechenzeit. Es ist daher insbesondere dazu geeignet, Berechnungsgrundlagen für die Darstellung und Bewertung der Verzahnung zu liefern, da hier keine hohen Anforderungen an die Rechengenauigkeit vorliegen.

Wenn dagegen die berechnete Zahnkontur direkt zur Fertigung der Zahnräder beispielsweise durch Drahterodieren genutzt werden soll, kommen die o. g. Nachteile dieses Berechnungsverfahrens zum Tragen. Diese können auch nicht dadurch beseitigt werden, dass die Berechnungsaufösung durch Verkleinerung der Schrittweite $\Delta\phi$ erhöht wird. Dies führt lediglich dazu, dass der Abstand der Konturpunkte nahe des Fußbereiches in die Nähe der Auflösengenauigkeit von CAD-System und Erodiermaschine kommt, während sich der Punktabstand im Kopfbereich nur geringfügig verkürzt.

Es wurde deshalb ein optimiertes Berechnungsverfahren mit dem Ziel entwickelt, zwischen zwei benachbarten Konturpunkten unabhängig von ihrer Lage auf dem Zahn einen konstanten Abstand l_{soll} zu erreichen (Abbildung 40 rechts):

$$\left| \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \right| = l_{\text{soll}}. \quad (4-9)$$

Hierbei ergibt sich ein unterschiedlicher Winkelschritt $\Delta\varphi$ zwischen zwei Wälzpunkten. Es ist zudem möglich, für die Bereiche Zahnflanke, Kopf- und Fußkontur eine unterschiedliche Schrittweite l_{soll} vorzugeben.

Das realisierte Verfahren nutzt die Tatsache aus, dass durch die Verwendung des Fourieransatzes die Wälzkurven nunmehr in analytischer Form vorliegen. Zusammen mit den in [HIND-98] veröffentlichten Beziehungen f_i für die acht innerhalb einer Zahnteilung auftretenden Abschnitte (**Abbildung 38** auf S. 61) liegen nun die Beschreibungen dieser acht Teilkurven auch in analytischer Form vor:

$$(x_n, y_n) = f_i(r_{C,n}(\varphi_{C,n})), i \in 1 \dots 8. \quad (4-10)$$

Somit ist es möglich, auf analytischem Weg zu jedem durch den Radius r_C sowie den dazugehörigen Winkel φ_C beschreibbaren Wälzpunkt C_n die Koordinaten x_n, y_n der entsprechenden Konturpunkte zu berechnen. Umgekehrt können zu jedem Konturpunkt beispielsweise einer Zahnflanke der dazugehörige Wälzpunktradius und Drehwinkel bestimmt werden.

In einem ersten Schritt werden zunächst die exakten Schnittpunkte zwischen den Teilfunktionen einer Zahnteilung bestimmt, in denen beispielsweise die Zahnflanke in die Eckpunktbahn im Zahngrund übergeht (vgl. Abbildung 38). Bisher wurden diese Punkte lediglich näherungsweise als Schnittpunkt zweier Polygonzüge bestimmt.

Einer der so ermittelten Schnittpunkte wird im folgenden Schritt als Startpunkt für die erneute Berechnung der Verzahnungskonturpunkte verwendet. Iterativ wird hierzu die sich aus Gl. 4-9 und 4-10 ergebende Gleichung

$$\left| f_i(r_{C,n+1}(\varphi_{C,n+1})) - f_i(r_{C,n}(\varphi_{C,n})) \right| - l_{\text{soll}} = 0 \quad (4-11)$$

gelöst. Diese bestimmt den nächsten Konturpunkt, der den geforderten Abstand l_{soll} zum vorhergehenden Punkt besitzt.

Bei den berechneten Punkten der Zahnflanke werden neben den Koordinaten dieser Punkte auch die jeweiligen Normalenvektoren auf die Zahnflanke berechnet. Diese können für eine ggf. später erforderliche Approximation der Zahnkontur durch Kreis

bögen hilfreich sein [KOOP-94]. Nach dem allgemeinen Verzahnungsgesetz [ZIRP-89] verläuft die Normale eines Zahnflankenpunktes durch den dazugehörigen Wälzpunkt, so dass sich für den Normalenvektor folgender Ausdruck ergibt:

$$\vec{n}_{\text{Flanke},n} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{C,n} \\ y_{C,n} \end{pmatrix}. \quad (4-12)$$

4.2.2 Verzahnung mit Profilverschiebung

Die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten unrunder Zahnräder weisen generell eine mittlere Übersetzung von $i_m = -1$ auf. Damit steht bei diesen Zahnrädern ein Zahn immer mit dem gleichen Gegenzahn im Eingriff. Es ist damit grundsätzlich möglich, jedes dieser Zahnflankenpaare unabhängig von anderen zu optimieren [SMIT-00].

Als wichtigstes Hilfsmittel für die Optimierung runder Zahnräder kann die Profilverschiebung angesehen werden. Durch die Vorgabe einer Profilverschiebung bei der Herstellung der runden Zahnräder können die Tragfähigkeit, die Gleitgeschwindigkeit, das Auftreten von Unterschnitt sowie der Achsabstand einer Zahnradpaarung beeinflusst werden [ZIRP-89]. Bei der Profilverschiebung kann bei runden Zahnradpaaren einerseits für An- und Abtriebszahnrad ein betragsgleicher Profilverschiebungsfaktor mit unterschiedlichem Vorzeichen verwendet werden; dieser Fall wird als V-Null-Verzahnung bezeichnet. Andererseits können runde Zahnräder mit unterschiedlichen Profilverschiebungen als so genannte V-Getriebe gepaart werden.

Bei unrunder Zahnrädern ist dagegen nur die Erzeugung von V-Null-Verzahnungen möglich, bei denen für Antriebs- und Abtriebsrad eine betragsgleiche Profilverschiebung mit unterschiedlichem Vorzeichen vorgegeben wird [HASS-97], [HIND-98]. Eine Beeinflussung des Achsabstandes unrunder Zahnräder ist durch eine V-Null-Profilverschiebung nicht möglich.

Es sind bis zum heutigen Tage allerdings keine Veröffentlichungen von Berechnungsalgorithmen oder Ausführungsbeispielen bekannt. Es wurden daher Untersuchungen zur Profilverschiebung bei unrunder Zahnrädern durchgeführt. Zunächst wurden die Verzahnungsalgorithmen so erweitert, dass eine Berechnung von unrunder Zahnrädern mit einer über dem Umfang konstanten Profilverschiebung möglich wird.

Das Vorgehen bei der Berechnung eines unrunder Zahnrades mit über dem Umfang konstanter Profilverschiebung geht aus **Abbildung 41** hervor. Bei der links dargestellten Berechnung eines unrunder Zahnrades ohne Profilverschiebung wird

die als Erzeugungsprofil verwendete Zahnstange so positioniert, dass die Profilbezugslinie der Zahnstange auf der Wälztangente t liegt. Die Wälztangente t stellt dabei die Tangente an die Wälzkurve im momentan betrachteten Wälzpunkt C dar (vgl. hierzu auch Kapitel 2.2.2).

Wenn dagegen ein un rundes Zahnrad mit einer konstanten Profilverschiebung V berechnet werden soll, wird das Erzeugungsprofil in jeder Stellung der Wälzkurven senkrecht zur jeweiligen momentanen Wälztangente um einen konstanten Betrag

$$V = x \cdot m \quad (4-13)$$

verschoben, wobei x der Profilverschiebungsfaktor und m der Zahnradmodul ist. Die Profilbezugslinie der Zahnstange hat damit einen Abstand $x \cdot m$ zur momentanen Wälztangente.

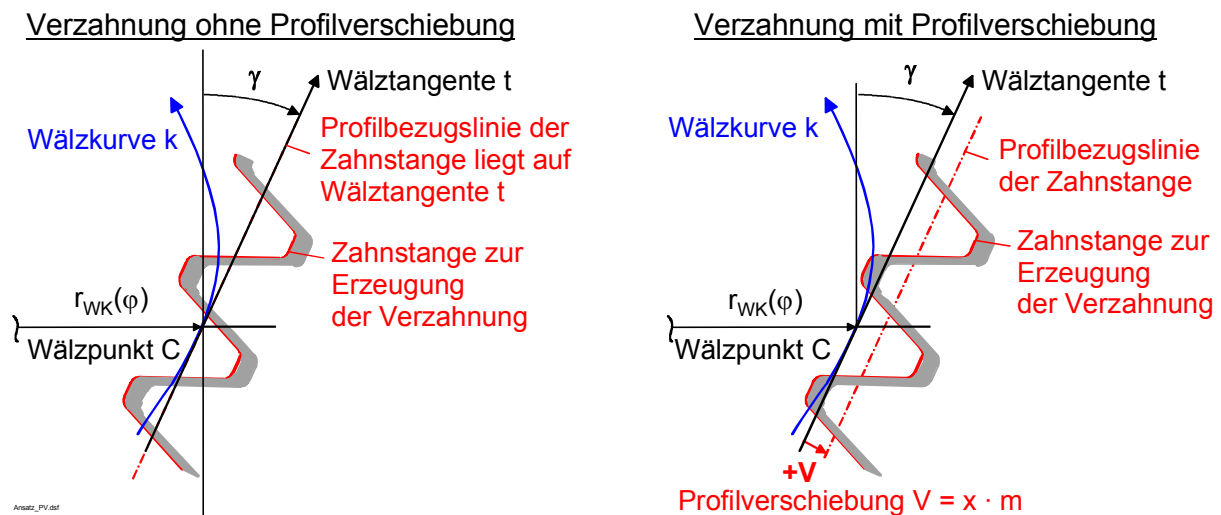


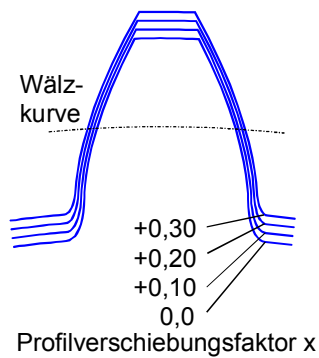
Abbildung 41: Vorgabe einer konstanten Profilverschiebung bei un runden Zahnradern

Zur Verdeutlichung zeigt **Abbildung 42** links einen Ausschnitt eines un rundes Zahnrad. Der dargestellte Zahn dieses Zahnrades wurde mit unterschiedlichen, in diesem Fall ausschließlich positiven Profilverschiebungen berechnet, wobei der Einfluss der Profilverschiebung auf die Zahnform deutlich zu erkennen ist.

Das in Abbildung 42 rechts gezeigte Paar un runder Zahnradern weist eine über dem Umfang der Zahnradern konstante Profilverschiebung auf, wobei in diesem Beispiel das un runde Antriebsrad einen Profilverschiebungsfaktor $x_{an} = +0,3$ und das Abtriebsrad einen Profilverschiebungsfaktor $x_{ab} = -0,3$ aufweist. Dementsprechend weisen die Zähne des Antriebsrades eine deutlich größere Zahndicke auf als die Zähne des Abtriebsrades. Der Einfluss einer konstanten Profilverschiebung auf die

Gleitgeschwindigkeit bei den in Abbildung 42 verwendeten Wälzkurven wird in Kapitel 4.4 dargestellt.

Einfluss der Profilverschiebung
auf Zahnform



Unrundes Zahnradpaar mit konstanter V-Null-Profilverschiebung

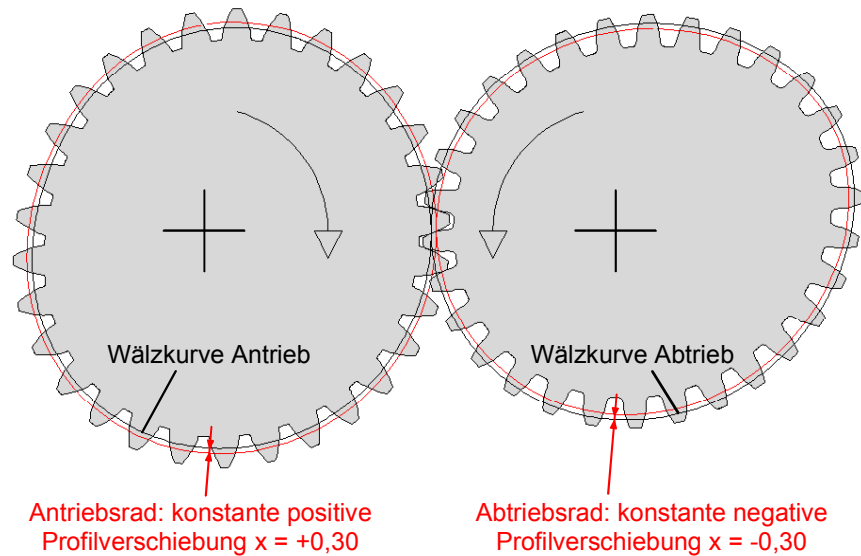


Abbildung 42: Beispiel für ein Unrund-Zahnradpaar mit konstanter V-Null-Profilverschiebung

Nach Aussagen z. B. in [HIND-98] und [SMIT-00] ist es darüber hinaus möglich, bei unrunder Zahnradern eine über dem Umfang der Wälzkurven variable Profilverschiebung vorzugeben, um die Form eines jeden Zahnpaars unabhängig von den übrigen Zahnpaaren zu optimieren. Wie auch schon bei der über dem Umfang konstanten Profilverschiebung wurden hierzu bisher keine Berechnungsverfahren, Auslegungsbeispiele oder eventuell vorhandene Grenzen veröffentlicht.

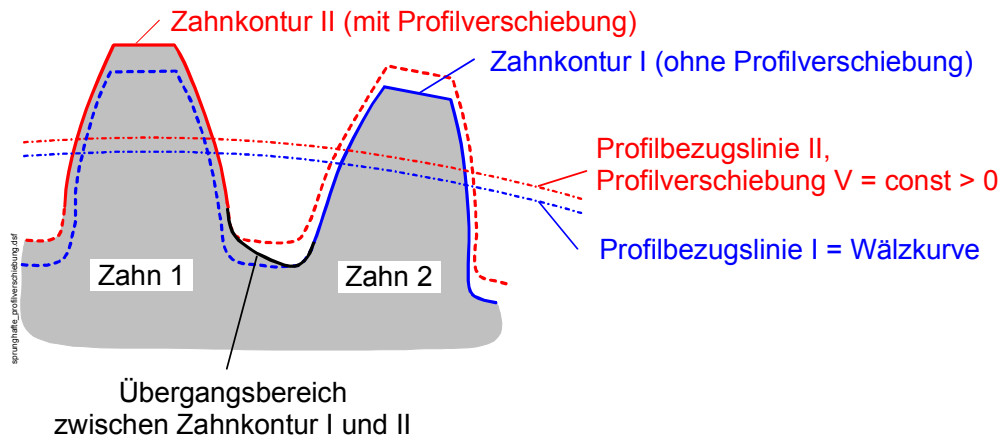


Abbildung 43: Prinzip der stufenweisen veränderlichen Profilverschiebung bei ungerundeten Zahnradern (überhöhte Darstellung)

Es wurde daher ein Verfahren zur Berechnung einer Verzahnung entwickelt, bei der sich die Profilverschiebung von Zahnpaar zu Zahnpaar über dem Umfang ändert. Alle Punkte einer Zahnflanke weisen dabei eine konstante Profilverschiebung auf. **Abbildung 43** verdeutlicht das hier angewandte Prinzip der sprunghaften Profilverschiebung.

Die ausgezogene Linie des Zahnes 1 stellt die Umrandung des Zahnprofils dar, das sich durch die gewählte konstante Profilverschiebung ergibt. Die Zahnflanken sowie der Zahnkopf dieses Zahnes wurden mit einer positiven Profilverschiebung $V_{\text{Zahn1}} > 0$ berechnet. Die gestrichelte Linie zeigt dagegen die Kontur des Zahnes 1, die sich bei einer Verzahnung ohne Profilverschiebung ergeben hätte. Für Zahn 2 erfolgte die Berechnung der Zahnflanken ohne Profilverschiebung (ausgezogene Linie), während die gestrichelte Linie hier das Zahnprofil unter Berücksichtigung der Profilverschiebung zeigt. Der Übergang von der Kontur des Zahnes 1 mit Profilverschiebung zur Kontur des Zahnes 2 ohne Profilverschiebung erfolgt im Bereich des Zahnfußes. Dieser wird zu diesem Zweck mit einer stetig veränderlichen Profilverschiebung errechnet, so dass sich ein stetiger Übergang ergibt.

Der Zahn des Gegenzahnrades, der in die Zahnlücke zwischen den dargestellten Zähnen 1 und 2 eingreift, weist auf der einen Seite eine Zahnflanke auf, die mit Zahn 1 kämmt und daher mit der Profilverschiebung $-V_{\text{Zahn1}}$ berechnet werden muss. Auf der anderen Zahnseite entspricht das Profil dem des dargestellten Zahnes 2 und wird daher ohne Profilverschiebung berechnet. Der Übergang zwischen beiden Flanken erfolgt am hier nicht dargestellten Gegenzahn im Bereich des Zahnkopfes. Hierfür wird die Kopfkontur durch eine veränderliche Profilverschiebung berechnet, so dass sich auch hier ein stetiger Übergang ergibt.

Im Berechnungsprogramm erfolgt die Definition der Profilverschiebung mit Hilfe eines stetigen Polygonzuges, der vom Bediener vorgegeben und editiert werden kann. Die für jeweils ein Zahnflankenpaar konstanten Profilverschiebungen $x_{an, z}$ bzw. $x_{ab, z}$ werden im Anschluss so berechnet, dass sie den Polygonzug möglichst gut nachbilden (**Abbildung 44**).

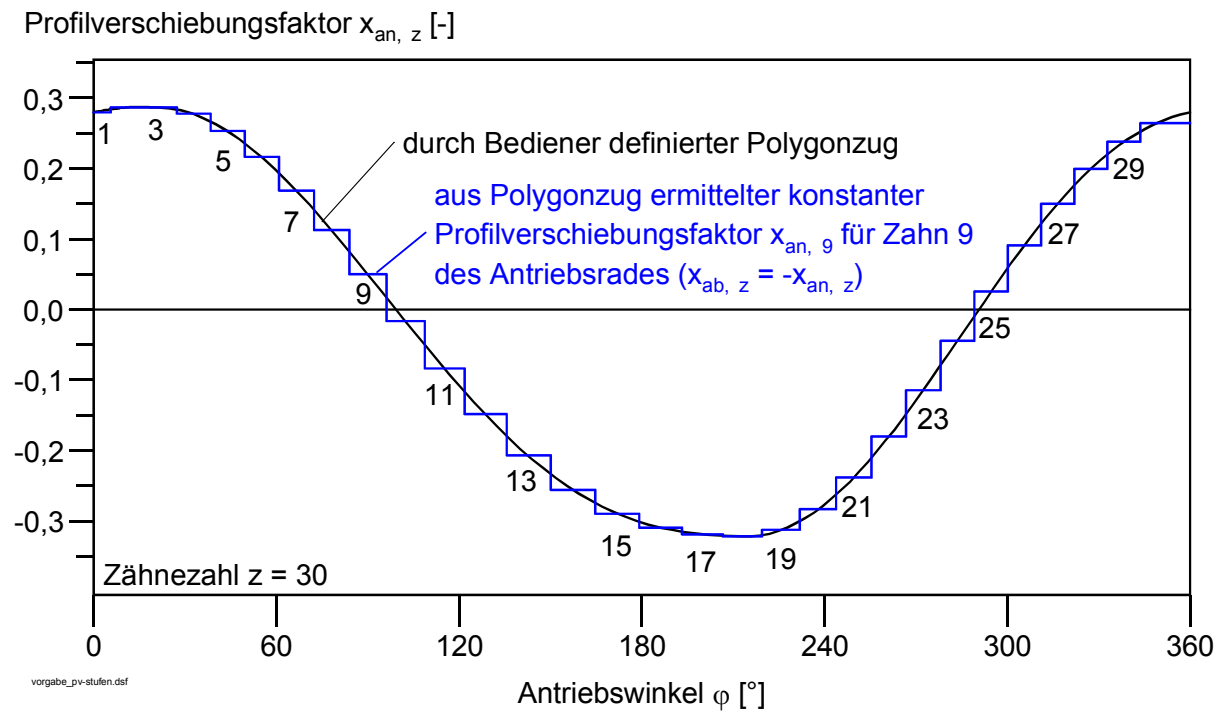
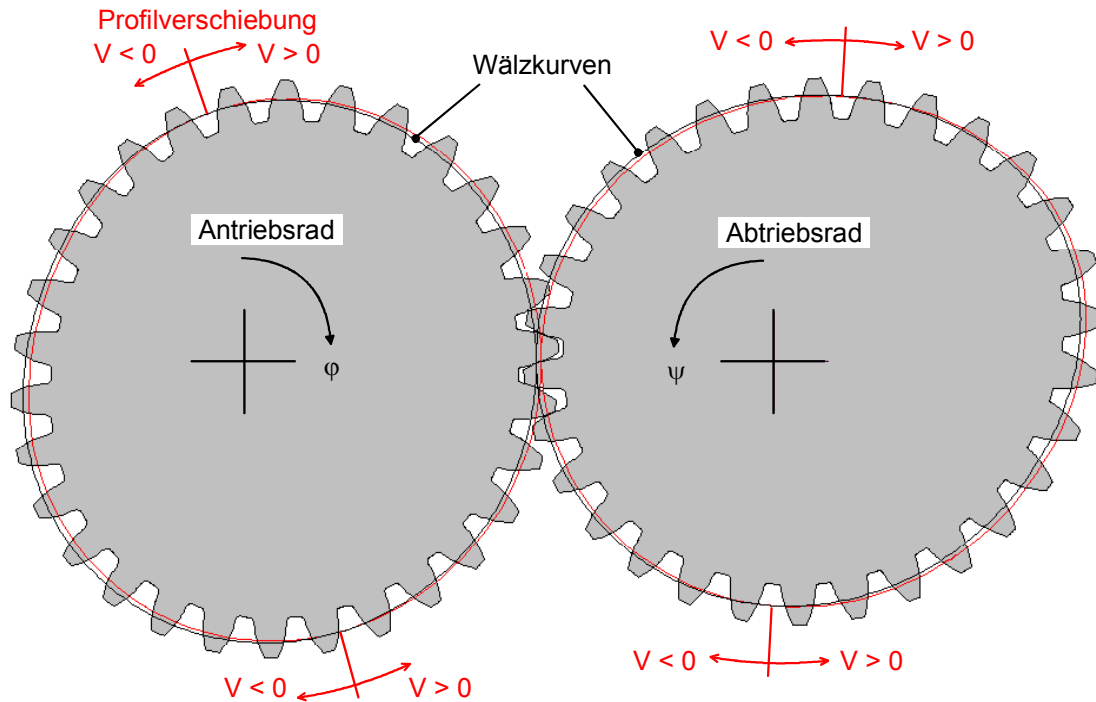


Abbildung 44: Beispielvorgabe einer stufenweise veränderlichen Profilverschiebung



Verzahnungsdaten:

Zähnezahl $z = 30$, Modul $m = 2,66$ mm, Achsabstand $a = 80,28$ mm

profilverschiebung_sprunghaft.dxf

Abbildung 45: Unrund-Zahnradpaar mit stufenweise veränderlicher Profilverschiebung

Das in **Abbildung 45** dargestellte unrunde Zahnradpaar wurde mit der stufenweise veränderlichen Profilverschiebung gemäß Abbildung 44 berechnet. Der Verlauf der Profilverschiebungsfunktion wurde in diesem Beispiel so gestaltet, dass an beiden Zahnradern jeweils ein Bereich mit positiver und negativer Profilverschiebung vorliegt. Durch die Anfertigung eines Modells konnte die Funktionsweise der unrunder Zahnradpaare mit stufenweise veränderlicher Profilverschiebung nachgewiesen werden.

Bei der Verzahnung eines Zahnrades wird ein Wälzpunkt zur Berechnung von Punkten verschiedener Zähne genutzt (vgl. Abbildung 38). Diese Zähne werden im betrachteten Fall mit verschiedenen Profilverschiebungen berechnet. Daher kann die Herstellung dieser hier vorgestellten Verzahnungen mit einer stufenweise veränderlichen Profilverschiebung nicht mit abwälzenden Verfahren, sondern nur durch konturschneidende Verfahren wie z. B. Drahtrodieren erfolgen.

Nachdem in dieser Arbeit die grundlegenden Berechnungsverfahren geschaffen worden sind, sollte in zukünftigen Arbeiten das Potenzial einer stufenweise variierenden Profilverschiebung auch unter Berücksichtigung der auftretenden mechanischen Spannungen untersucht werden, die sich durch die geänderte Ausbildung von Zahnfuß bzw. Zahnkopf ergeben.

4.3 Geometrische Grenzkriterien / Eingriffsverhältnisse

Wenn bei der Auslegung eines unrunder Zahnradpaares ein Modul $m > m_{max}$, Ersatz gewählt wurde (vgl. Kapitel 4.2.1), kann es beim Verzahnen zum Auftreten von Unterschnitt mit den in **Abbildung 46** genannten Auswirkungen kommen. Die Zulässigkeit dieser Auswirkungen auf die Verzahnung kann nur im Einzelfall anhand der Betriebsbedingungen abgeschätzt werden. Das vorliegende Kapitel beschränkt sich dabei auf die Vorstellung einer Methode, mit der das Auftreten von schädlichem Unterschnitt, d. h. eine Verminderung der Überdeckung, untersucht werden kann.

Um eine gleichmäßige Bewegungs- und Kraftübertragung eines Zahnradpaares zu erreichen, muss gewährleistet sein, dass bereits ein neues Zahnpaar im Eingriff ist, bevor das vorhergehende Zahnpaar außer Eingriff gerät. Bei der Auslegung unrunder Zahnräder muss daher ausgeschlossen werden, dass es zu einer Beeinträchtigung dieser gleichmäßigen Übertragung infolge Unterschnitts kommt.

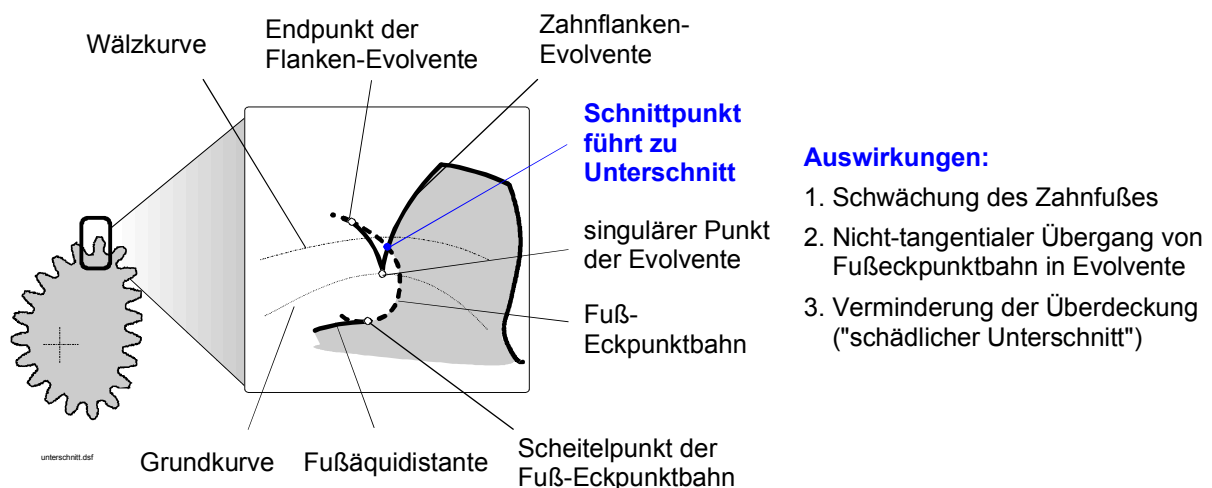


Abbildung 46: Unterschnitt an einer Zahnflanke und mögliche Folgen

Bei runden Rädern ist für eine gleichmäßige Bewegungsübertragung hinreichend, dass die Profilüberdeckung ϵ_a größer als 1,1 ist. Die Profilüberdeckung kann einerseits als Quotient zwischen Eingriffsstrecke g_α und Eingriffsteilung p berechnet werden. Andererseits kann sie gemäß [ZIRP-89] ausgedrückt werden als das Verhältnis des Profilüberdeckungswinkels φ_a , der den Winkel beschreibt, um den die Räder sich während des Eingriffs verdrehen, zum Teilungswinkel τ (**Abbildung 47**):

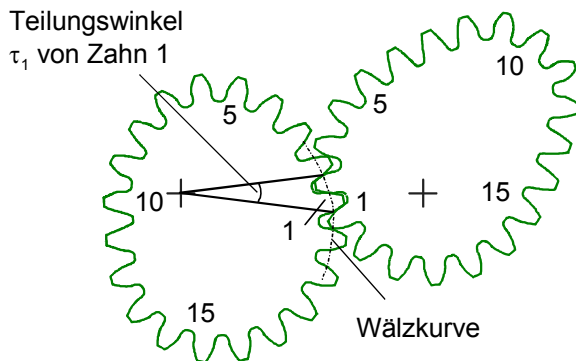
$$\epsilon_a = \frac{\varphi_a}{\tau} \quad (4-14)$$

Bei der Berechnung der Profilüberdeckung unrunder Zahnräder muss beachtet werden, dass sich aufgrund der über dem Umfang veränderlichen Zahngeometrie

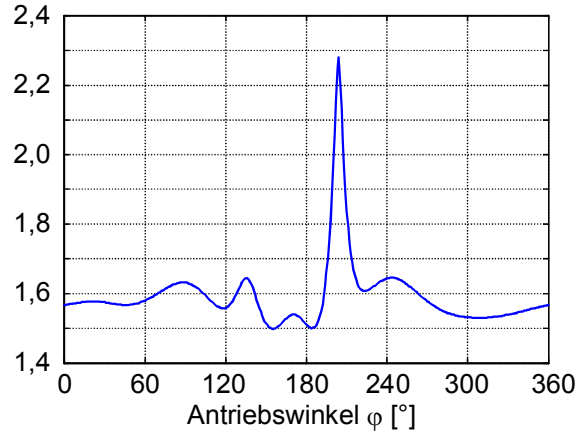
und Wälztangente die Eingriffsstrecke g_{α} , der Profilüberdeckungswinkel φ_a sowie der Teilungswinkel τ für jedes Zahnpaar ändern (Abbildung 47). Als Folge ergibt sich für jedes Zahnpaar der unrunder Räder eine abweichende Profilüberdeckung $\varepsilon_{a,i}$.

**Beispielverzahnung
 (Auftreten von Unterschnitt):**

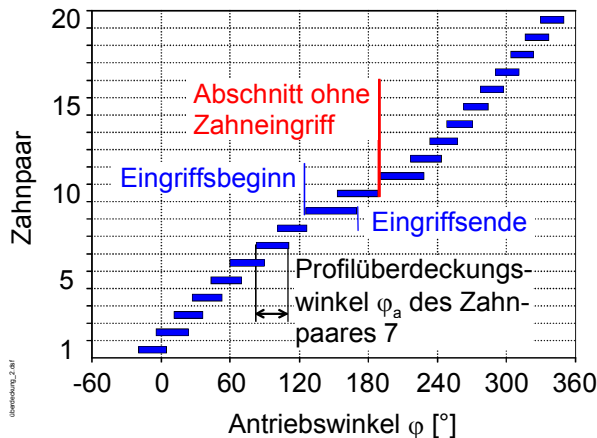
Modul: 10 mm
 Zähnezahl: 20
 Achsabstand: 206,1 mm



a) Berechnung der Profilüberdeckung ε_a nach [ZIRP-89] mit Hilfe der momentanen runden Ersatzgetriebe gleicher Krümmung (gültig nur für unterschnittfreie Zahnräder)



b) Profileingriffswinkel φ_a für jedes Zahnpaar



c) Profilüberdeckung $\varepsilon_{a,i}$, $i = 1 \dots 20$

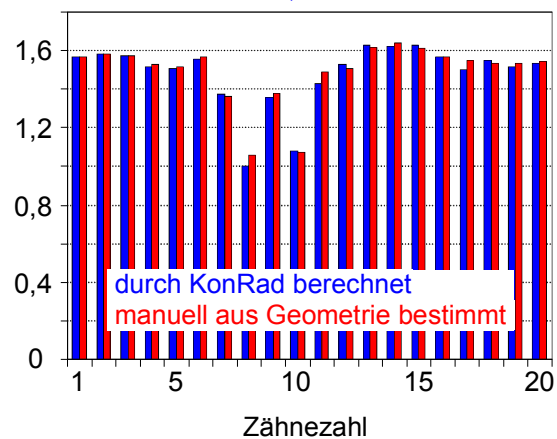


Abbildung 47: Bestimmung von Profileingriffswinkel und Profilüberdeckung

Anhand des in Abbildung 47 gezeigten Zahnradpaares, bei dem es aufgrund der gewählten Kombination aus Modul und Achsabstand zu Unterschnitt kommt, soll das Vorgehen zur Identifikation von Bereichen reduzierter Überdeckung dargestellt werden. Aufgrund der vorliegenden Krümmungsradien liegen die unterschnittgefährdeten Bereiche bei Zahn 5 des Antriebsrades ($\varphi \approx 75^\circ$) sowie bei Zahn 10 ($\varphi \approx 180^\circ$) des Abtriebsrades.

Abbildung 47 a zeigt zunächst die Profilüberdeckungen, die mit Hilfe der einschlägigen Berechnungsansätze nach z. B. [ZIRP-89] für die krümmungsgleichen runden Ersatzzahnräder berechnet worden sind. Als Einschränkung wird hierbei

genannt, dass diese Beziehungen nur für unterschnittfreie Verzahnungen gültig sind. Nach diesen Rechnungen weisen die Profilüberdeckungen $\varepsilon_{a, \text{Ersatz}}$ auch in genannten unterschnittgefährdeten Bereichen nicht darauf hin, dass es zu einer Störung der Eingriffsverhältnisse kommt.

Mit Hilfe der zuvor berechneten Verzahnungsgeometrie ist es möglich, für jedes Zahnpaar den Profileingriffswinkel $\varphi_{a, i}$ zu bestimmen. Durch den schon für die Gleitgeschwindigkeitsberechnung verwendeten Algorithmus werden der kleinste und der größte Antriebswinkel bestimmt, bei dem die Zahnflanken des betrachteten Zahnpaars in Kontakt stehen. Die Differenz aus beiden Werten ergibt den gesuchten Profileingriffswinkel. Die für das betrachtete Zahnradpaar ermittelten Werte $\varphi_{a, i}$ sind in Abbildung 47 b dargestellt.

Hier ist zunächst zu erkennen, dass die Größe des Profileingriffswinkels sehr stark vom betrachteten Zahnpaar und damit von der Zahngeometrie abhängt. Des Weiteren wird aus dieser über dem Antriebswinkel φ aufgetragenen Darstellung ersichtlich, dass die Eingriffswinkelbereiche der einzelnen Zahnpaare nicht gleichmäßig über den Umfang der unrunder Zahnräder verteilt sind. Vielmehr kommt es in den unterschnittgefährdeten Bereichen zwischen den Zahnpaaren 8 und 9 bzw. 10 und 11 zu einer nur geringfügigen bzw. zu keiner Überschneidung der Eingriffswinkelbereiche. Dadurch ist der für eine gleichmäßige Bewegungsübertragung notwendige ständige Eingriff von mindestens einem Zahnpaar nicht gegeben.

Es wird zudem der Teilungswinkel eines Zahnpaars als derjenige Winkel τ_i bestimmt, der durch zwei Geraden eingeschlossen wird, die den Drehpunkt des Zahnrades jeweils mit dem Schnittpunkt der Wälzkurven mit zwei aufeinander folgenden Vorflanken verbinden. Somit ist es möglich, nach Gl. 5-2 die Profilüberdeckung $\varepsilon_{a, i}$ für jedes Zahnpaar zu berechnen (Abbildung 47 c). Um diesen Rechengang zu überprüfen, wurden die berechneten Größen den Profilüberdeckungen gegenübergestellt, die sich aus den manuell ausgemessenen Größen für Profileingriffswinkel und Teilungswinkel ergeben. Dabei zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung; die auftretenden Abweichungen sind auf Ungenauigkeiten beim manuellen Ausmessen der Winkelgrößen zurückzuführen.

Die ermittelten Werte der Profilüberdeckung $\varepsilon_{a, i}$ sind deutlich niedriger als die anhand der Ersatzzahnräder bestimmten Werte $\varepsilon_{a, \text{Ersatz}}$ in Abbildung 47 a. Vor allem zeigen sie, dass die Überdeckung bei zwei Zahnpaaren nahe 1 liegt, und weisen somit auf mögliche Eingriffsstörungen hin. Es ist hier festzuhalten, dass die Berechnung der Überdeckung anhand der runden Ersatzzahnräder nicht immer zu brauchbaren Ergebnissen führt.

Da aus dieser Darstellung jedoch nicht hervorgeht, ob die notwendige Überlappung der Eingriffswinkelbereiche zwischen zwei benachbarten Zahnpaaren vorliegt, wird berechnet, wie viele Zahnpaare sich in Abhängigkeit vom Antriebswinkel φ gleichzeitig im Eingriff befinden (**Abbildung 48**). Hier ist deutlich zu erkennen, dass das ausgelegte Zahnradpaar für eine gleichmäßige Bewegungsübertragung nicht geeignet ist, da es einen Bereich ohne Zahneingriff besitzt.

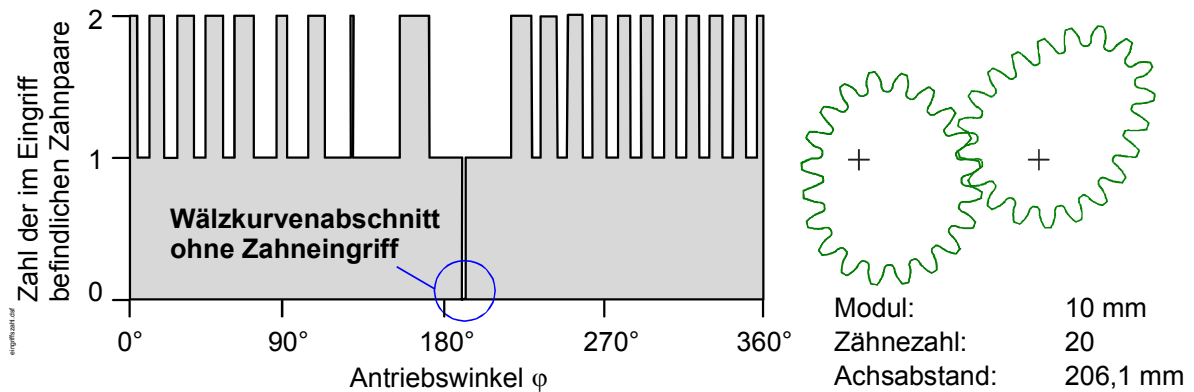


Abbildung 48: Zahl der im Eingriff befindlichen Zähne in Abhängigkeit des Antriebswinkels

4.4 Berechnung der Gleitgeschwindigkeiten

Aus Untersuchungen bei runden Zahnradern beispielsweise von SCHLENK ist bekannt, dass die zwischen den im Eingriff befindlichen Zahnflanken auftretende Gleitgeschwindigkeit ein für den Zahnflankenverschleiß (Verschleiß, Fressen und Grübchenbildung) maßgebender Faktor ist [SCHL-94]. Die an den Zahnflanken momentan auftretende Gleitgeschwindigkeit v_g ist einerseits abhängig von der Zahngeometrie und andererseits von den Umfangsgeschwindigkeiten der Zahnräder. Aufgrund der veränderlichen Übersetzung ändern sich diese bei unrunder Zahnradern fortwährend, so dass sich für jedes Zahnpaar ein abweichender Verlauf der Gleitgeschwindigkeit ergibt [HIND-98].

Aus der Literatur ist derzeit kein Algorithmus bekannt, mit dem die Gleitgeschwindigkeit eines jeden Zahnpaares einer Unrundverzahnung berechnet und dargestellt werden kann. Aus diesem Grund wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Algorithmus zur Gleitgeschwindigkeitsberechnung entwickelt.

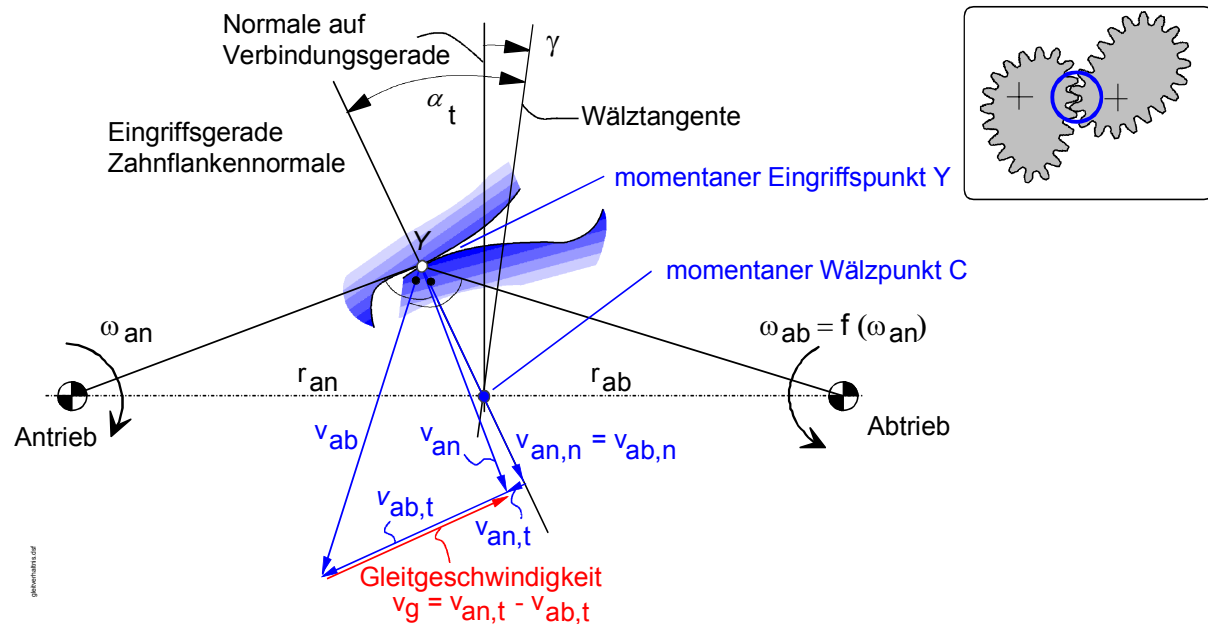


Abbildung 49: Geschwindigkeitskomponenten während des Zahneingriffs

Die Umfangsgeschwindigkeiten v_{an} und v_{ab} eines momentanen Eingriffspunktes Y lassen sich in ihre Normal- und Tangentialkomponenten bezüglich der Eingriffsgereaden zerlegen (**Abbildung 49**). Da die Flanken nicht voneinander abheben bzw. sich durchdringen können, sind die Normalkomponenten beider Zahnräder identisch. Die Differenz der Tangentialkomponenten ergibt dagegen die momentane Gleitgeschwindigkeit.

Nach [ZIRP-89] gilt für die Gleitgeschwindigkeit die Beziehung

$$v_g = \overline{CY} (|\omega_{an}| + |\omega_{ab}|). \quad (4-15)$$

Bei runden Zahnrädern sind die Übersetzung und damit das Verhältnis zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω_{an} des Antriebsrades und ω_{ab} des Abtriebsrades konstant. Der Abstand vom momentanen Eingriffs- zum dazugehörigen Wälzpunkt ändert sich linear zum Drehwinkel (**Abbildung 50**). Es ergibt sich damit ein linearer Verlauf der Gleitgeschwindigkeit vom Eingriffsbeginn bis zum Eingriffsende mit einem Vorzeichenwechsel der Gleitgeschwindigkeit beim Zusammenfall von Eingriffs- und Wälzpunkt.

Wegen der veränderlichen Übersetzung der unrunder Zahnräder wird sich dagegen bei diesen kein linearer Verlauf der Gleitgeschwindigkeit über dem Eingriff eines Zahnpaars ergeben.

Für die Berechnung der Gleitgeschwindigkeiten wird auf die zuvor erfolgte punktweise Berechnung der Verzahnungsgeometrie zurückgegriffen. Die vorhandenen

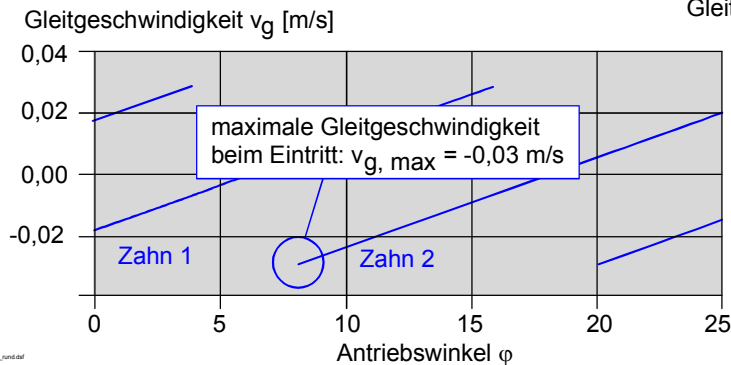
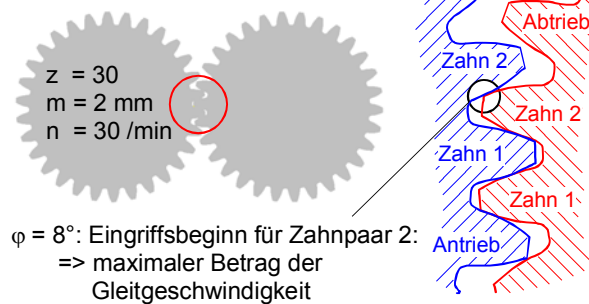
Algorithmen wurden im Rahmen dieser Arbeit so modifiziert, dass zu jedem berechneten Punkt der Zahnflanke eines Zahnrades der dazugehörige Wälzpunkt abgelegt wird.

Durch die Speicherung des zu einem Flankenpunkt gehörenden Wälzpunktes ist bekannt, in welcher Stellung sich die unrunder Zahnräder befinden müssen, damit der betrachtete Punkt der Zahnkontur im Eingriff ist. Darüber hinaus ist es mit der Information über den Wälzpunkt möglich, die aktuellen Winkelgeschwindigkeiten ω_{an} und ω_{ab} der momentanen Eingriffstellung zu berechnen. Es werden nun diejenigen Punkte der Zahnflanke ermittelt, zu denen ein entsprechender Punkt auf der Zahnflanke des Gegenzahnrades existiert. Auf diese Weise werden unterschrittene Zahnflankenbereiche ausgeschlossen.

Für die auf diese Weise ermittelten Punktepaare der Zahnkonturen können wie in Abbildung 49 dargestellt die Geschwindigkeitsverhältnisse und damit die Gleitgeschwindigkeit aus den geometrischen Verhältnissen ermittelt werden. Hierzu werden die Umfangsgeschwindigkeiten v_{an} und v_{ab} des betrachteten Punktepaars der Zahnflanken in ihre Komponenten normal und tangential zur Zahnflanke zerlegt. Die Richtung der Normalen ist dabei entsprechend des Verzahnungsgesetzes durch die Gerade vom momentanen Eingriffspunkt Y durch den dazugehörigen Wälzpunkt C festgelegt. Der von Umfangsgeschwindigkeit und der Geschwindigkeitskomponente in Normalenrichtung eingeschlossene Winkel kann nun leicht bestimmt und zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponente in tangentialer Richtung verwendet werden.

Der realisierte Berechnungsalgorithmus wird anhand eines runden Zahnradpaares mit den Verzahnungsdaten $i = 1$, $m = 2 \text{ mm}$, $z = 30$ und $n = 30 \text{ min}^{-1}$ überprüft (Abbildung 50). Nach den in [ZIRP-89] angegebenen Beziehungen für runde Zahnräder ergibt sich für die betrachtete Verzahnung eine maximale Gleitgeschwindigkeit beim Eingriffsbeginn von $v_g = -0,0307 \text{ m/s}$. Dieser Wert stimmt mit dem durch das Berechnungsprogramm KONRAD ermittelten Wert überein.

Aus Zahnkonturberechnung für jedes Rad bekannt:
 Evolventenpunkte sowie erzeugende Wälzpunkte für beide unrunder Zahnräder
Berechnungsablauf:
 1. Bestimmung, zu welchem Evolventenpunkt ist Evolventenpunkt des Gegenrades vorhanden
 2. für diese Punktpaare Bestimmung der Geschwindigkeitsverhältnisse



maximale Gleitgeschwindigkeit nach [ZIRP-89] für runde Zahnräder:
 $v_{g, \max, \text{rechn.}} = -0,0307 \text{ m/s}$

Abbildung 50: Ablauf der Gleitgeschwindigkeitsberechnung am Beispiel runder Zahnräder

Abbildung 51 zeigt die durch das Berechnungsprogramm ermittelten Gleitgeschwindigkeiten für das in der Abbildung dargestellte unrunder Zahnradpaar. Für jedes Zahnpaar wird dabei die Gleitgeschwindigkeit vom Beginn bis zum Ende des Zahneingriffs über dem Antriebswinkel φ dargestellt.

Wie durch Gl. 5-1 impliziert wird, nimmt die Gleitgeschwindigkeit mit zunehmender Übersetzung ins Langsame ab, da die Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_{an} konstant bleibt und die Winkelgeschwindigkeit ω_{ab} des Abtriebsrades kleiner wird. Bei der betrachteten Verzahnung liegt im Bereich des Zahnpaars 22 die größte Übersetzung und damit die kleinste Winkelgeschwindigkeit ω_{ab} vor. Damit weist dieses Zahnpaar gleichzeitig auch die kleinste maximale Gleitgeschwindigkeit aller Zahnpaare auf. Zudem ist in Abbildung 51 auch die bereits erwähnte nicht lineare Veränderung der Gleitgeschwindigkeit während eines Zahneingriffs zu erkennen, die bei unrunder Zahnrädern im Gegensatz zu runden auftritt.

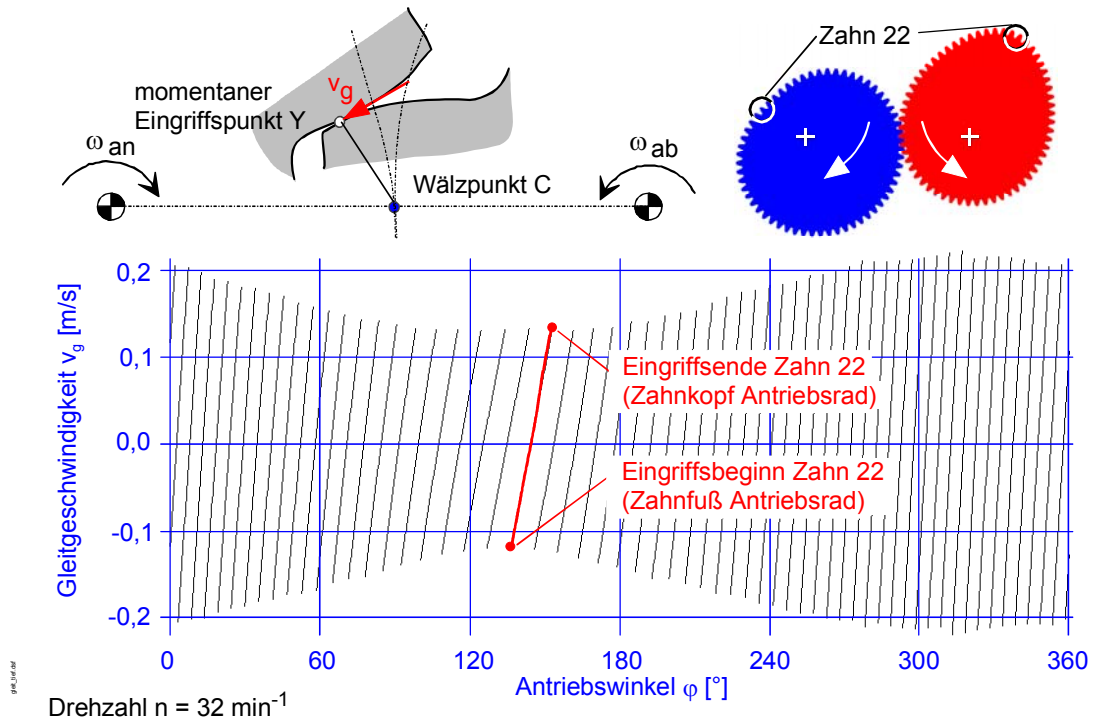


Abbildung 51: Gleitgeschwindigkeiten eines unrunder Zahnradpaares

Die Ergebnisse der Gleitgeschwindigkeitsberechnung erlauben in der vorliegenden Darstellung, ein eventuelles Auftreten von Unterschnitt indirekt zu erkennen. Durch den Unterschnitt (**Abbildung 46** auf S. 73) ergibt sich eine Verkürzung der Zahnflanke, die sich in einem verkürzten Verlauf der Gleitgeschwindigkeit über dem Eingriff darstellt.

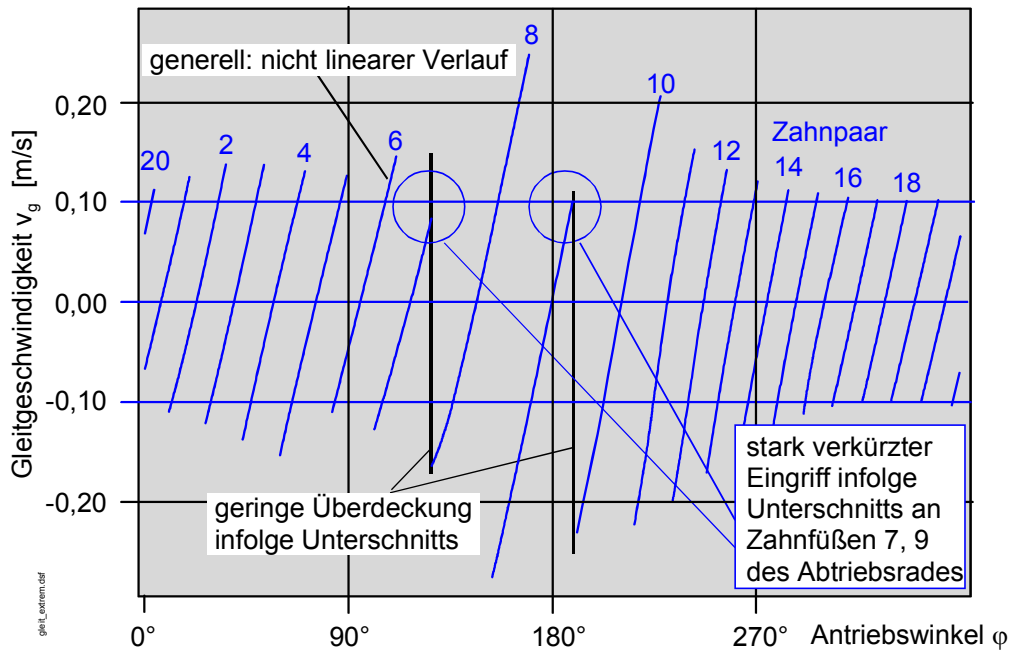
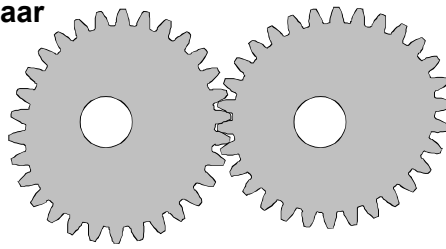


Abbildung 52: Gleitgeschwindigkeiten eines unrunder Zahnradpaars mit unterschrittenen Zahnflanken

Abbildung 52 zeigt hierzu die Verhältnisse an einem Beispiel mit sehr kleinen Krümmungsradien, bei dem die Grenzzähnezahl zu Demonstrationszwecken deutlich unterschritten wurde. Der stark verkürzte Verlauf der Gleitgeschwindigkeit der Zahnpaare 7 und 9 weist auf eine Unterschneidung der Zahnfußbereiche des Abtriebrades und damit auf eine geringe Überdeckung in diesem Bereich hin. Eine Methode zur genaueren Bewertung der Eingriffsverhältnisse wird im folgenden Kapitel erläutert.

Beispiel-Zahnradpaar



Drehzahl = 100 / min
 Zähnezahl = 30
 Achsabstand = 80,28 mm
 Modul = 2.66 mm

Gleitgeschwindigkeit v_g [m/sec]

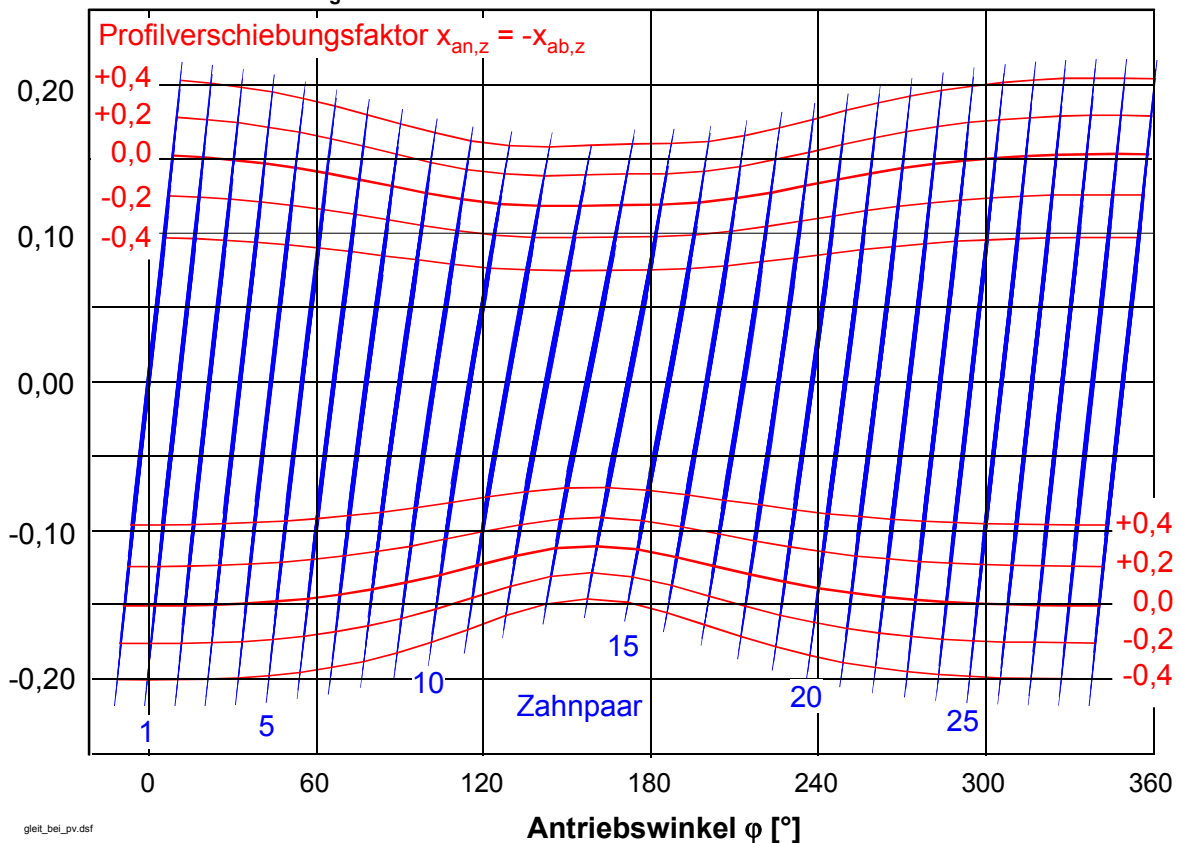


Abbildung 53: Einfluss der konstanten Profilverchiebung auf die Gleitgeschwindigkeit

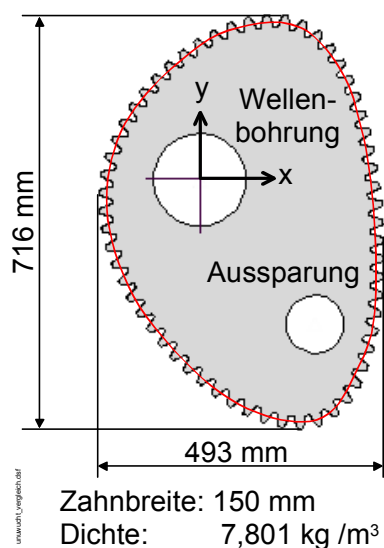
Durch die Vorgabe einer Profilverchiebung kann der Gleitgeschwindigkeitsverlauf bei unrunderen Zahnradern beeinflusst werden. **Abbildung 53** zeigt den Einfluss einer über dem Umfang konstanten Profilverchiebung auf die bei dem dargestellten Unrund-Zahnradpaar auftretenden Gleitgeschwindigkeiten. Wie bereits zuvor verdeutlicht wurde, hängt die an einem Zahnpaar auftretende Gleitgeschwindigkeit von der während des Eingriffs wirkenden Übersetzung und der Form der Zähne ab. Durch die Höhe der vorgegebenen Profilverchiebung werden einerseits der Verlauf der Gleitgeschwindigkeit geringfügig, andererseits vor allem aber die maximalen Gleitgeschwindigkeiten beeinflusst. Es ist damit beispielsweise möglich, die Maximalwerte der Gleitgeschwindigkeit am Zahnfuß und Zahnkopf anzugleichen.

4.5 Untersuchung der Unwuchterregung

Durch die Arbeiten von HINDERSMANN [HIND-98] liegt ein Algorithmus vor, mit dessen Hilfe die Berechnung von Masse, Trägheitsmoment sowie Unwucht eines unrunder Zahnrades möglich ist. Neben der Betrachtung des unrunder Zahnrades als Vollscheibe können Bohrungen eingebracht und für die Bereiche Zahnradnabe, Steg und Zahnkranz unterschiedliche Breiten definiert werden. Für die Berechnung wird vereinfachend auf die durch die Wälzkurve einbeschriebene Fläche zurückgegriffen, so dass die Zahnlückenbereiche innerhalb sowie die Zahnkopfbereiche außerhalb der Wälzkurve vernachlässigt werden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde zunächst untersucht, mit welchem Fehler bei der Massenberechnung nach obigem Vorgehen zu rechnen ist. **Abbildung 54** zeigt hierzu eine Gegenüberstellung der Werte für Masse, Unwucht und Schwerpunktkoordinaten für das unrunder Antriebsrad der Prototyp-Pressen. Die dargestellten Werte resultieren einerseits aus dem o. g. Verfahren, andererseits aus einer Berechnung, die nach dem Import des verzahnten Zahnrades in ein CAD-System unter Berücksichtigung der Zahnkonturen durchgeführt worden ist.

Die entstehenden Abweichungen infolge der vereinfachten Berechnung liegen bei den Werten für Masse und Unwucht unter 1 % und bei den Schwerpunktkoordinaten unter 3 %. Sie sind damit zumindest für die vergleichsweise langsam laufenden unrunder Zahnräder in Pressenantrieben völlig ausreichend, so dass im Rahmen dieser Arbeit auf diese vereinfachte Berechnung zurückgegriffen werden kann.



	KonRad	CAD-System	rel. Abw.
Masse [kg]	261,47	260,05	0,55 %
Schwerpunkt			
x_s [mm]	90,49	92,03	-1,68 %
y_s [mm]	-66,59	-64,91	2,58 %
Unwucht [kgm]	29,38	29,29	0,30 %

KonRad: Berechnung erfolgt anhand der Wälzkurve ohne Berücksichtigung der Verzahnung

CAD-System: Berücksichtigung der Verzahnung

Abbildung 54: Abweichungen bei vereinfachter Massenberechnung gegenüber den Ergebnissen bei Berücksichtigung der Verzahnung

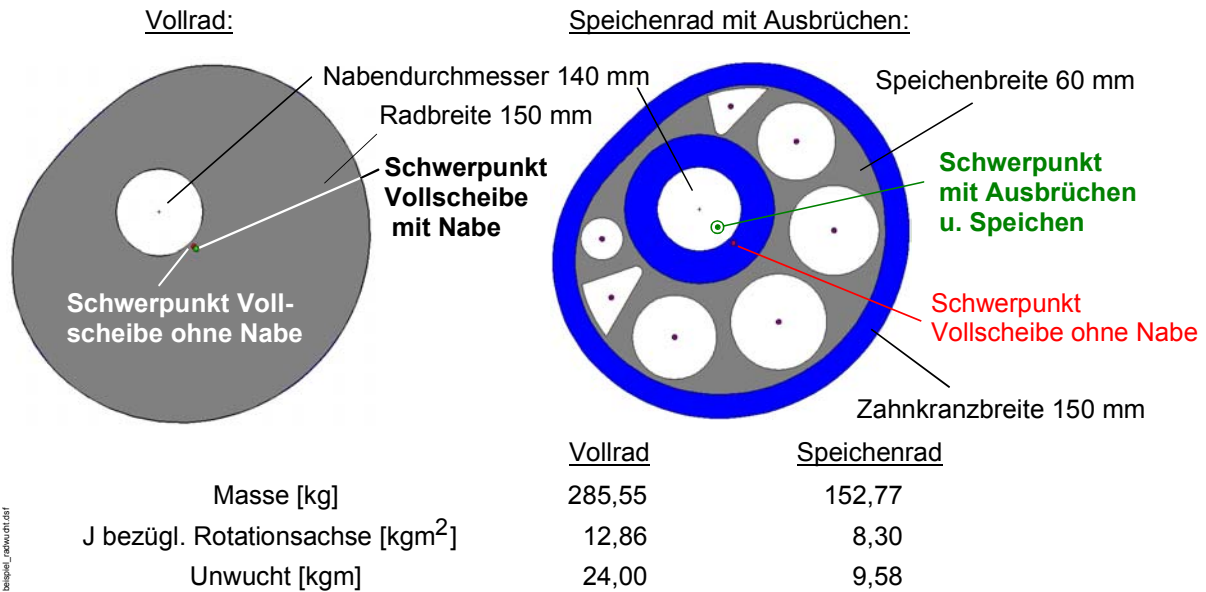


Abbildung 55: Beispiel für die Massenoptimierung eines unrunder Zahnrades

Für eine weitergehendere Massenoptimierung unrunder Zahnräder wurden im Rahmen dieser Arbeit weitere Geometrielemente in den Berechnungsalgorithmus implementiert. Durch das Einbringen von dreieckigen Ausbrüchen mit definiert gerundeten Ecken ist beispielsweise die Erstellung von unrunder Speichenrädern möglich, wie in **Abbildung 55** (rechts) angedeutet wird. Außerdem können auch Polygonzüge durch Koordinateneingabe definiert werden, die eine Berücksichtigung frei geformter Ausbrüche erlauben. Durch das Anbringen von Gegenmassen, die in Form von Punktmassen näherungsweise definiert werden, ist abschließend ein vollständiges Auswuchten des Zahnrades möglich.

In dem im Rahmen dieser Arbeit realisierten Programmmodul RADWUCHT kann der Benutzer grafisch unterstützt die verschiedenen Geometrielemente einfügen. Durch eine iterative Anpassung der Art, Anzahl und Größe der Elemente wird schrittweise die optimale Auslegung eines Zahnrades erreicht.

Für eine zielgerichtete und damit effektivere Massenoptimierung sollten zukünftig die vorhandenen Berechnungsalgorithmen dahingehend erweitert werden, dass die Unwuchtminimierung automatisiert verläuft. Ein Beispiel für eine solche automatisierte Berechnung bei Kurvenscheibengetrieben wird in [CORV-90] kurz vorgestellt. Bei einer entsprechenden Erweiterung der Berechnungsalgorithmen sollte ferner auch eine Abschätzung der auftretenden mechanischen Spannungen in den verbleibenden Querschnitten zwischen den Geometrielementen unter der Berücksichtigung der Kerbwirkung der Ausbrüche erfolgen.

4.6 Berechnung der Zahntragfähigkeit

Für die Tragfähigkeitsberechnung unrunder Zahnräder wird in den Arbeiten von [DOEG-94], [HASS-97] und [WYRW-01] auf runde Ersatzgetriebe zurückgegriffen, deren Wälzkreisradien mit den momentanen Krümmungen der Wälzkurve nach Gl. 2-6 identisch sind (vgl. Kapitel 2.2.2). An diesen runden Ersatzzahnradern wird anschließend eine an DIN 3990 [DIN-3990] angelehnte Tragfähigkeitsberechnung durchgeführt. Anders als bei runden Zahnrädern ist bei unrunder Zahnradpaaren diese Berechnung über den gesamten Umfang durchzuführen, da sich Verzahnung sowie Eingriffs- und Belastungsverhältnisse über dem Umfang in einem Maße ändern, dass vorhandene Schwachstellen nicht a priori erkannt werden können.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Berechnungsmodule erstellt, mit denen der in **Abbildung 56** dargestellte Berechnungsablauf zur Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit bestimmt werden kann. Im Modul TRAFUZ werden die momentanen runden Ersatzgetriebe berechnet und die Tragfähigkeitsberechnung durchgeführt, die als Ergebnis die tatsächlich auftretenden und die zulässigen Spannungen sowie die sich daraus ergebende Sicherheit gegen Zahnbruch ermittelt. Als Belastung kann für diese Berechnung einerseits ein über dem Umfang konstantes Antriebsdrehmoment vorgegeben werden. Andererseits erlaubt es das Programmmodul DYNRAD, aus dem über einem Stößelhub definierten Umformkraftverlauf die im momentanen Wälzpunkt wirkende Umfangskraft zu ermitteln.

Der in **Abbildung 56** gezeigte Algorithmus wurde dazu verwendet, die an unrunder Zahnräder der am IFUM befindlichen Prototyp-Presse (**Abbildung 10**) auftretenden maximalen Zahnfußspannungen zu berechnen. Als Belastung wurde ein konstantes Drehmoment von 25 kNm gewählt, das bei einer Stößelkraft von 1.000 kN auftritt. Mit diesem Drehmoment ergibt sich der in **Abbildung 62** dargestellte Verlauf der Nenn-Zahnnormalkraft.

In **Abbildung 57** sind die für das unrunde Antriebsrad der Prototyp-Presse ermittelten maximalen Zahnfußspannungen dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Verlauf der Zahnfußspannung weitestgehend dem Verlauf der Nenn-Zahnnormalkraft folgt. Hieraus kann gefolgert werden, dass die Geometrie der unrunder Zahnräder einen untergeordneten Einfluss besitzt.

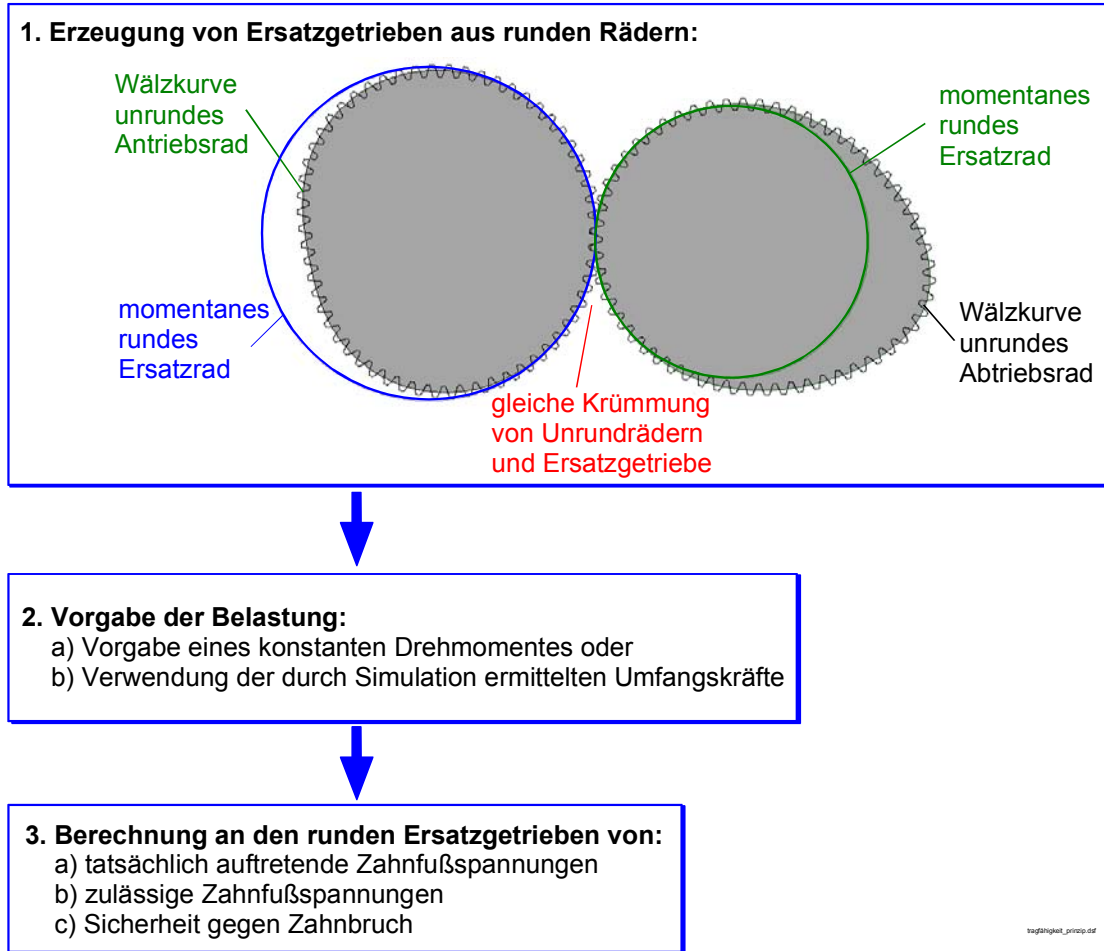


Abbildung 56: Zahnfuß-Tragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 bei un runden Zahnrädern

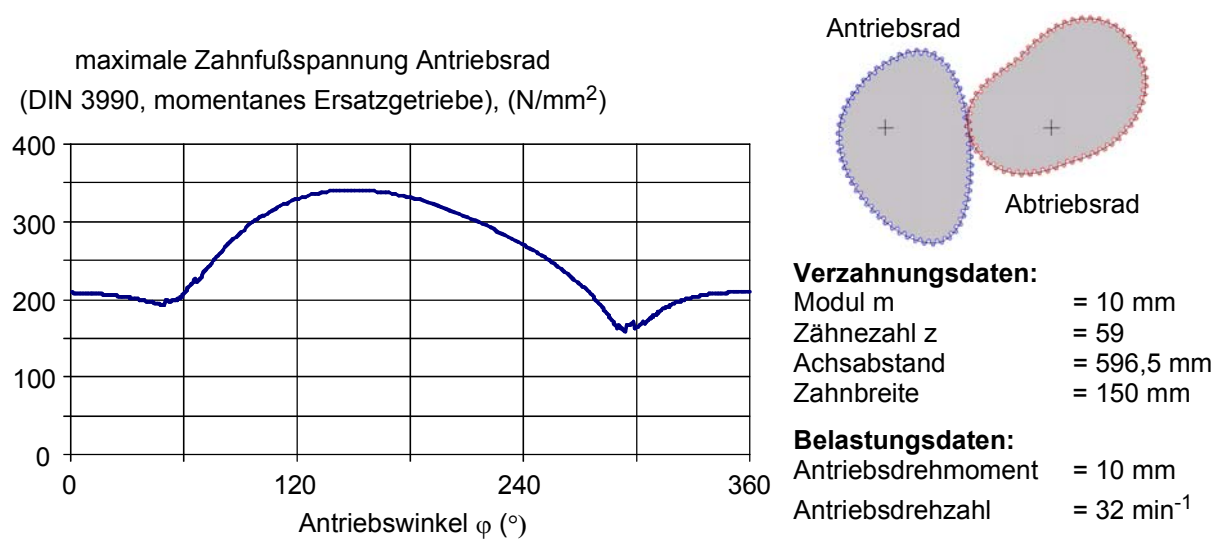


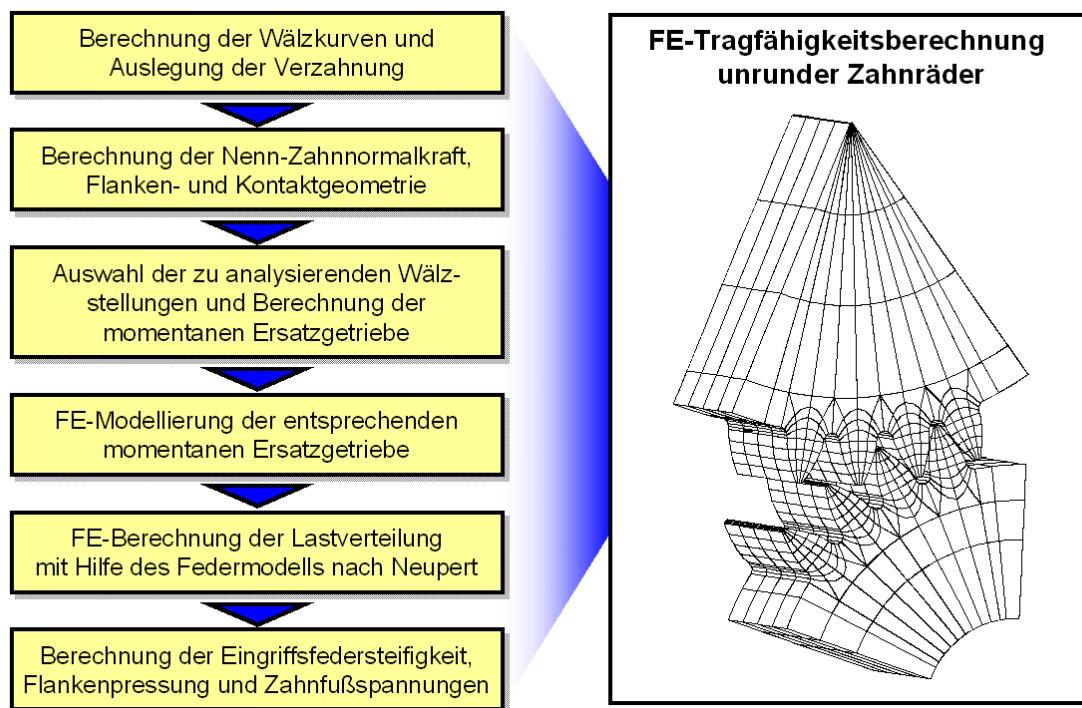
Abbildung 57: Maximale Zahnfußspannungen am un runden Antriebsrad der Prototyp-Presse

5 Nachrechnung der Zahntragfähigkeit mit FEM und Vergleich mit DIN-Berechnungen

Die folgenden Abschnitte veranschaulichen die Vorgehensweise bei der Berechnung unrunder Zahnräder mit der Finite-Elemente-Methode an einer unrunder Beispielverzahnung. Dabei wird zunächst die Anwendbarkeit der FE-Stirnradkette für die Berechnung momentaner Ersatzgetriebe gezeigt und anschließend die Berechnungsmöglichkeiten kommerzieller CAE-Systeme am Beispiel des Programms I-Deas Master Series vorgestellt. Abschließend wird kurz auf die in Anlehnung an DIN 3990 berechneten Ergebnisse der Zahnfußtragfähigkeit eingegangen.

5.1 Tragfähigkeitsberechnung für momentane Ersatzgetriebe mit der FE-Stirnradkette

Die Tragfähigkeitsberechnung unrunder Zahnräder mit der FE-Stirnradkette kann, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, nur für momentane Ersatzgetriebe durchgeführt werden. **Abbildung 58** zeigt die für die Berechnung momentaner Ersatzgetriebe mit der FE-Stirnradkette erforderliche Vorgehensweise.



© WZL

Abbildung 58: Vorgehensweise bei der FE-Tragfähigkeitsberechnung unrunder Zahnräder

In den folgenden Abschnitten wird zunächst für eine unrunde Beispielverzahnung die Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe sowie die Auswahl der zu untersuchenden Wälzstellungen vorgestellt. Daran schließt sich eine kurze Betrachtung zu den Grenzen der Anwendbarkeit der momentanen Ersatzgetriebe an und abschließend werden die mit der FE-Stirnradkette für die Beispielverzahnung berechneten Ergebnisse vorgestellt.

5.1.1 Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe an einem Beispiel

Wie bereits in Abschnitt 2.3.1 gezeigt wurde, werden bei der Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe in der Regel nicht-ganzzahlige Zähnezahlen ermittelt. Damit die FE-Stirnradkette in die Lage versetzt werden kann, solche Verzahnungen zu berechnen, wurden Änderungen am Quellcode des Programmsystems vorgenommen, so dass heute die Zähnezahl nicht-ganzzahlig vorgegeben werden kann.

Die Ermittlung momentaner Ersatzgetriebe soll im folgenden an einem Beispiel gezeigt werden. Dazu enthält **Abbildung 59** die Darstellung einer unrunder Beispielverzahnung mit den dazugehörigen Verzahnungsdaten. Die Verzahnung ist dabei in einer Wälzstellung $\varphi = 230^\circ$ abgebildet, wobei auch die Drehpunkte und Durchmesser der zu dieser Wälzstellung gehörenden Ersatzverzahnung dargestellt sind.

Die unrunde Geradverzahnung weist einen Normalmodul von $m_n = 10$ mm bei einer Zahnbreite von $b = 150$ mm und einem Achsabstand von $a = 596,5$ mm auf. Die Zähnezahl beträgt $z_1 = z_2 = 59$. Zur Herstellung wird ein Schneidrad verwendet, welches keine Kopfabrundung ($\rho_{aP0}^* = 0$) und einen Durchmesser von $d_s = 400$ mm hat. Die Verzahnung hat keine Profilverschiebung, so dass die Wälzkurven mit den Teilkurven zusammenfallen. Als Belastungsdaten werden ein konstantes Antriebsmoment von $M_{an} = 25$ kNm bei einer Drehzahl von $n = 2$ 1/min angenommen, welche sich aus der Arbeitsgeschwindigkeit und aus der maximalen Umformkraft der Presse ergeben. Weitere Informationen zur unrunder Beispielverzahnung, die in einer Prototypenpresse am IFUM eingesetzt wird, können in Abschnitt 2.1.3 **Abbildung 9** und **Abbildung 10** entnommen werden.

Für eine gegebene unrunde Verzahnung können mit Gl. (2-6) die Krümmungsradien berechnet werden, aus denen dann für beliebige Wälzstellungen die Daten von momentanen Ersatzgetrieben bestimmt werden können. Da sich, wie bereits in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, die Verzahnungseigenschaften und -belastungen über den Umfang ständig ändern, ist die Berechnung der Tragfähigkeit der Verzahnung für mehrere Wälzstellungen erforderlich. Die zu untersuchenden Wälzstellungen können dabei entweder gleichmäßig über den Umfang verteilt oder durch eine

detaillierte Analyse der Überdeckungseigenschaften und Belastungen ermittelt werden.

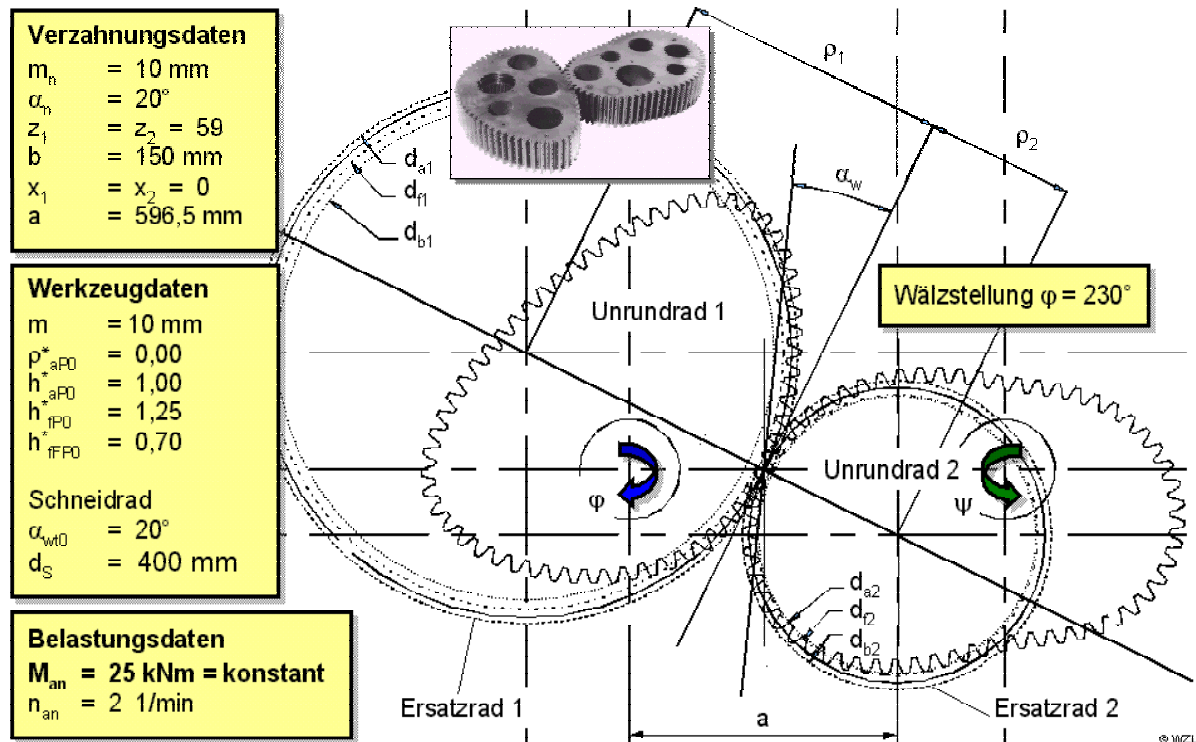


Abbildung 59: Wälzkurve und Momentanes Ersatzgetriebe - unrunde Beispielvezahnung

Die Verteilung der Wälzstellungen für die Beispielvezahnung erfolgt ausgehend von der Wälzstellung $\varphi_1 = 0^\circ$ gleichmäßig in 30° Schritten, **Abbildung 60**. Der Bereich der maximalen Belastung liegt bei etwa 230° , der allerdings durch die Wälzstellung bei 240° sehr gut erfasst wird. Bereiche, die aufgrund konkav-konvexer Krümmung der Wälzkurven den Eingriffsverhältnissen einer Innenverzahnung entsprechen, können mit der FE-Stirnrackete nicht modelliert werden. Daher werden in diese Bereiche, die für die untersuchte Beispielvezahnung bei $\varphi = 60^\circ$ und bei $\varphi = 300^\circ$ liegen, keine Wälzstellungen gelegt. Damit die Wälzstellung $\varphi = 300^\circ$ möglichst genau untersucht werden kann, werden dort 2 Wälzstellungen mit $\varphi_{11} = 290^\circ$ und $\varphi_{12} = 310^\circ$ untersucht, die unmittelbar vor und nach dem Bereich mit konkaver Krümmung der Wälzkurve von Rad 2 liegen.

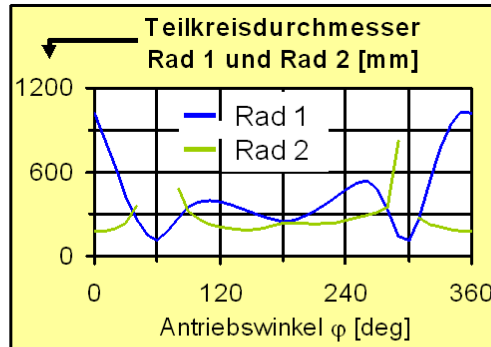
Rechts oben in **Abbildung 60** sind die berechneten Krümmungsradien der unrunder Verzahnung dargestellt, die aufgrund der nicht vorhandenen Profilverschiebung den Teilkreisdurchmessern der Ersatzverzahnung entsprechen. Gemäß der einfachen Berechnungsvorschrift $z_{(\varphi)} = d_{(\varphi)} / m_n$ können aus den Teilkreisdurchmessern für jede Wälzstellung die zugehörigen Zähnezahlen der momentanen Ersatzgetriebe berechnet werden. Die erforderlichen Teilkreisdurchmesser werden vom Programm

paket KONRAD ausgegeben, welches am IFUM für die Geometrieberechnung unrunder Verzahnungen angewendet wird. **Abbildung 60** enthält rechts unten die nicht-ganzzahligen Ersatzzähnezahlen für die untersuchten Wälzstellungen.

Ausgewählte Wälzstellungen

Nr.	1	2	3	4	5	6
φ	0°	30°	90°	120°	150°	180°
ψ	0,0°	29,9°	90,2°	106,3°	118,4°	129,5°

Nr.	7	8	9	10	11	12
φ	210°	240°	270°	290°	310°	330°
ψ	141,9°	157,8°	184,9°	225,9°	287,7°	325,5°



Veranschaulichung der Wälzstellungen

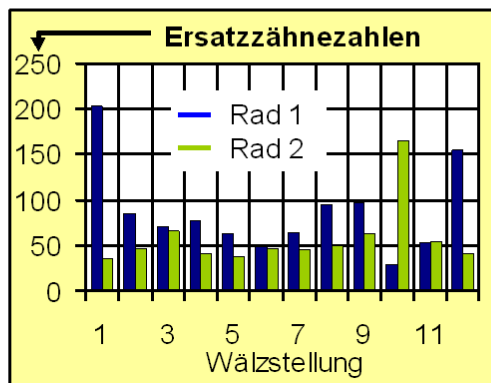
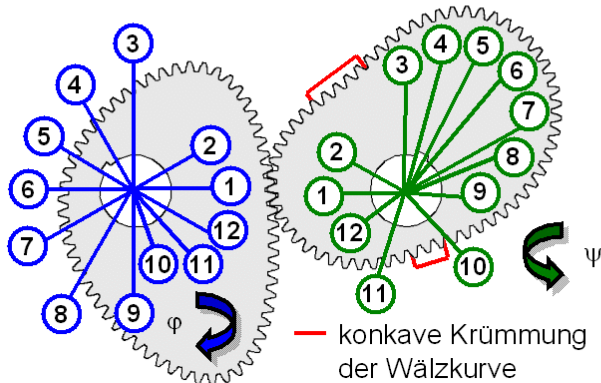
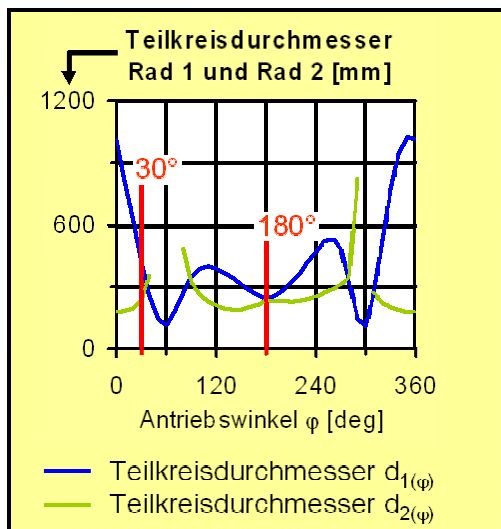


Abbildung 60: Ausgewählte Wälzstellungen der unrunder Zahnräder für momentane Ersatzgetriebe

Damit mit der FE-Stirnradekette die Tragfähigkeit der momentanen Ersatzverzahnungen berechnet werden kann, ist neben den Ersatzzähnezahlen auch der Kopfkreisdurchmesser zu bestimmen. Dieser ergibt sich für ein Rad i in einer Wälzstellung φ einfach durch Addition der Kopfhöhe der Verzahnung $h_{aP0}^* \cdot m_n$ zum Teilkreisdurchmesser d_i zu $d_{ai(\varphi)} = d_i + h_{aP0}^* \cdot m_n$.

Mit diesen Daten können dann die momentanen Ersatzverzahnungen in der FE-Stirnradekette modelliert werden, was in **Abbildung 61** beispielhaft für die Wälzstellungen $\varphi_2 = 30^\circ$ und $\varphi_6 = 180^\circ$ dargestellt ist. Im Bild zu erkennen sind die nicht-ganzzahligen Zähnezahlen, die beispielsweise für die Wälzstellung $\varphi_2 = 30^\circ$ $z_1 = 84,88$ und $z_2 = 46,84$ betragen.



Beispiele:

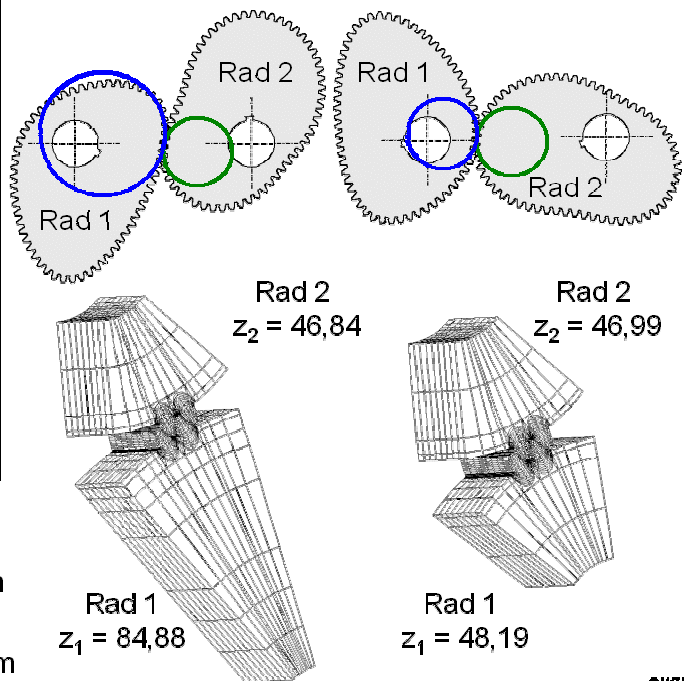
Wälzstellung $\varphi = 30^\circ$:

$$d_{1(30^\circ)} = 424,42 \text{ mm}, d_{2(30^\circ)} = 234,22 \text{ mm}$$

Wälzstellung $\varphi = 180^\circ$:

$$d_{1(180^\circ)} = 240,95 \text{ mm}, d_{2(180^\circ)} = 234,95 \text{ mm}$$

Wälzstellung 2 ($\varphi = 30^\circ$) Wälzstellung 6 ($\varphi = 180^\circ$)



©vzl

Abbildung 61: FE-modellierte momentane Ersatzgetriebe der unrunder Beispielverzahnung

Da die Verzahnung mit einer Schneidradgeometrie ohne Kopfabrundung erstellt wird, werden Zahnfußausrundungen mit sehr kleinen Radien erzeugt. Damit diese gut nachmodelliert werden können und um eine möglichst hochwertige FE-Berechnung zu ermöglichen, wird eine hohe Elementdichte insbesondere im Zahnfuß gewählt.

Neben den Geometriedaten werden für die Berechnungen mit der FE-Stirnradkette auch die Belastungsdaten benötigt. Wie in **Abbildung 59** dargestellt, wird dazu ein konstantes Antriebsmoment von $M_{an} = 25 \text{ kNm}$ über den gesamten Umfang der unrunder Verzahnung angenommen, welches dem maximalen Antriebsmoment während des Umformprozesses entspricht. Aus diesem Moment lässt sich für jede Wälzstellung der Betrag der Zahnnormalkraft mit der unten in **Abbildung 62** angegebenen Gleichung berechnen, vgl. Abschnitt 2.3.1. Die Antriebsmomente der momentanen Ersatzverzahnungen $M_{E(\varphi)}$ können dann mit den jeweiligen Teilkreisradien $d_{i(\varphi)}/2$ zu $M_{E(\varphi)} = F_{bn} \cdot d_{i(\varphi)}/2$ berechnet werden.

Verzahnungsdaten

$M_n = 10 \text{ mm}$
 $\alpha_n = 20^\circ$
 $z_1 = z_2 = 59$
 $b = 150 \text{ mm}$
 $x_1 = x_2 = 0$
 $a = 596,5 \text{ mm}$

Werkzeugdaten

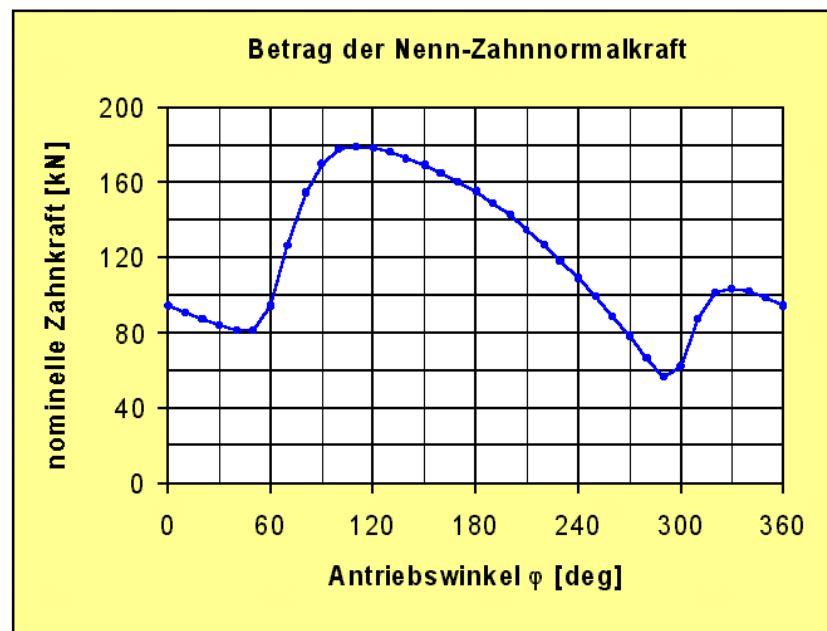
$m = 10 \text{ mm}$
 $\rho_{aFO} = 0,00$
 $h_{aFO}^* = 1,00$
 $h_{fFO}^* = 1,25$
 $h_{iFO}^* = 0,70$

Schneidrad

$\alpha_{wFO} = 20^\circ$
 $d_S = 400 \text{ mm}$

Belastungsdaten

$M_{an} = 25 \text{ kNm} = \text{konstant}$
 $n_{an} = 2 \text{ 1/min}$



Nenn-Zahnnormalkraft $F_{bn} = \frac{M_{ab}}{r_2 \cdot \cos[\alpha_w - \text{sgn}(M_{ab}) \cdot \tau]}$ © WZL

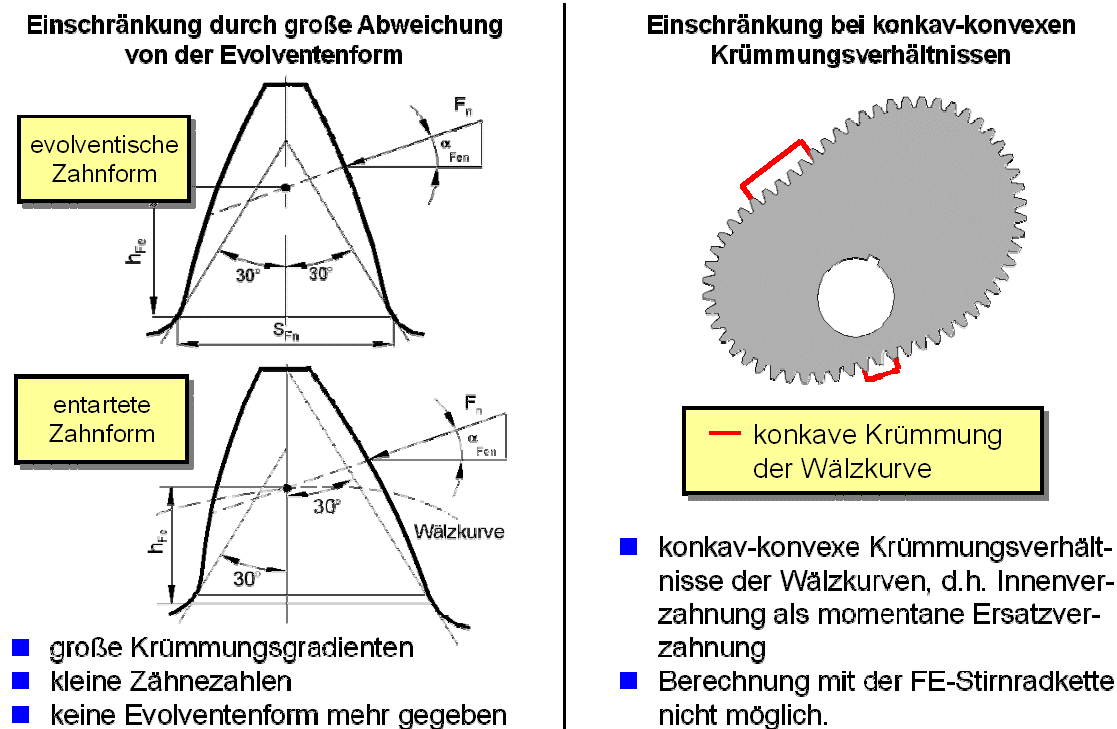
Abbildung 62: Nenn-Zahnnormalkräfte der unrunder Beispielverzahnung

5.1.2 Grenzen für momentane Ersatzgetriebe

Bei der Berechnung der Tragfähigkeit unrunder Zahnräder mit Hilfe der momentanen Ersatzgetriebe wird angenommen, dass die Krümmungsverhältnisse der Zahnflanken der Ersatzverzahnung denen der unrunder Verzahnung entsprechen. Damit kann genau dann eine Einschränkung der Anwendbarkeit dieser Vorgehensweise gegeben sein, wenn die Flankenform der unrunder Verzahnung zu stark von der Evolventenform abweicht und diese Bedingung nicht mehr erfüllt ist. **Abbildung 63** veranschaulicht im linken Bildteil die dabei auftretenden Änderungen der Zahnform. Diese Situation kann bei starken Änderungen der Krümmung auftreten oder wenn die Zähnezahl sehr klein gewählt wird.

Eine Einschränkung der Anwendbarkeit der FE-Stirnrade zur Berechnung der momentanen Ersatzgetriebe ist genau dann gegeben, wenn konkav-konvexe Krümmungsverhältnisse der Wälzkurven der unrunder Verzahnung vorliegen. Dieser Eingriffssituation entspricht als momentanes Ersatzgetriebe eine Paarung Stirnrad-Hohlrad. Da Innenverzahnungen mit der FE-Stirnrade derzeit nicht berechenbar sind, ist eine Nachrechnung solcher Wälzstellungen nur mit Berechnungsstandards oder kommerziellen CAE-Programmen möglich. Zu bedenken ist jedoch, dass in der Regel in Bereichen mit konkav-konvexen Krümmungen höhere Überdeckungen der

Verzahnung vorliegen und somit auch die Tragfähigkeit größer ist als in anderen Bereichen der unrunder Verzahnungen.



© wzl

Abbildung 63: Einschränkung für die Anwendbarkeit der momentanen Ersatzgetriebe

5.1.3 Ergebnisse der Tragfähigkeitsberechnung für momentane Ersatzgetriebe an einem Beispiel

Für die in Abschnitt 5.1.1 festgelegten Wälzstellungen sind für die unrunde Beispielverzahnung die Tragfähigkeitsberechnungen durchgeführt worden. Als Kenngrößen der Tragfähigkeit werden dabei die maximalen Zahnfußspannungen und die maximalen Hertz'schen Flankenpressungen berechnet.

Die Ergebnisse für die maximalen Zahnfußspannungen sind in **Abbildung 64** enthalten. Die Zahnfußspannungen sind dabei Zugspannungen, die tangential zur Fußausrundungskurve ausgewertet werden. Wie bereits erwähnt wurden für die Wälzwinkel $\varphi = 60^\circ$ und $\varphi = 300^\circ$ keine Berechnungen mit der FE-Stirnrackette durchgeführt. An diesen Stellen wurde entweder linear interpoliert ($\varphi = 60^\circ$) oder es wurden Wälzstellungen kurz vor und kurz nach dem Bereich konkav-konvexer Krümmungsverhältnisse ($\varphi = 300^\circ$) nachgerechnet. Es ist zu erkennen, dass die Zahnfußspannungen im Wesentlichen der maximalen Zahnnormalkraft folgen. Die sich mit den Wälzstellungen ändernden Verzahnungsgeometrien dagegen scheinen nur einen geringen Einfluss zu haben. Außerdem ist zu erkennen, dass im Bereich

$\varphi = 230^\circ$ die maximalen Zahnfußspannungen eine große Sicherheit gegen Zahnfußbruch aufweisen.

Verzahnungsdaten

$M_n = 10 \text{ mm}$
 $\alpha_n = 20^\circ$
 $z_1 = z_2 = 59$
 $b = 150 \text{ mm}$
 $x_1 = x_2 = 0$
 $a = 596,5 \text{ mm}$

Werkzeugdaten

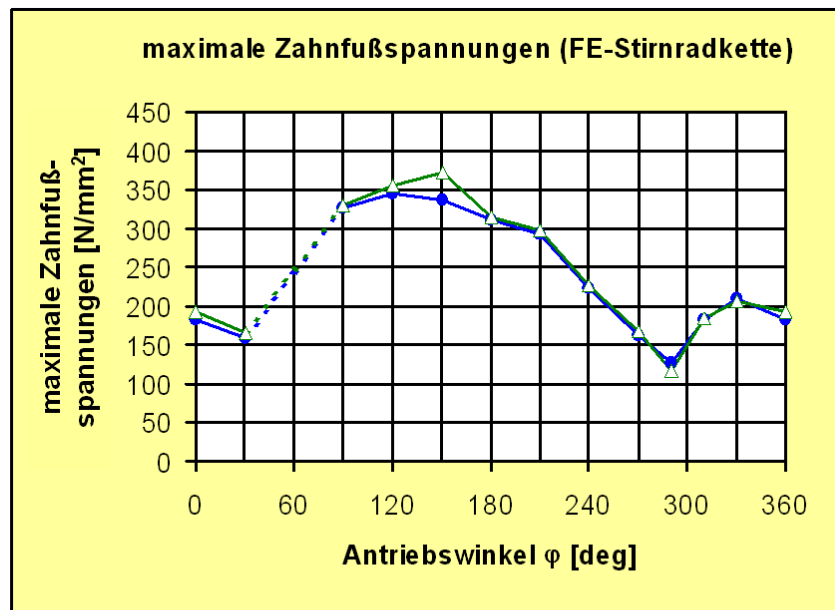
$m = 10 \text{ mm}$
 $\rho_{aP0} = 0,00$
 $h_{aP0}^* = 1,00$
 $h_{fP0}^* = 1,25$
 $h_{fFP0}^* = 0,70$

Schneidrad

$\alpha_{wt0} = 20^\circ$
 $d_s = 400 \text{ mm}$

Belastungsdaten

$M_{an} = 25 \text{ kNm} = \text{konstant}$
 $n_{an} = 2 \text{ 1/min}$



- Berechnung für Ersatzverzahnungen mit der FE-Stirnrackette
- Wälzstellung $\varphi = 60^\circ$ und $\varphi = 300^\circ$ mit konkav-konvexer Eingriffssituation

© WZL

Abbildung 64: FE-Stirnrackette - Berechneter Verlauf der maximalen Zahnfußspannungen über dem Wälzwinkel

Abbildung 65 enthält die Ergebnisse für die Flankentragfähigkeit, die mit den maximalen Hertz'schen Flankenpressungen beurteilt werden kann. Auch hier ist zu erkennen, dass die maximalen Hertz'schen Pressungen dem Verlauf der Nenn-Zahnnormalkraft folgen. Außerdem ist zu erkennen, dass sowohl die maximale Hertz'sche Pressung als auch die Pressung an der Wälzstellung $\varphi = 230^\circ$ deutlich unterhalb maximal zulässiger Flankenpressungen liegen.

Die durchgeführten Berechnungen für die unrunde Beispiolverzahnung wurden für abweichungsfreie, nichtkorrigierte Verzahnungen durchgeführt. Es konnte gezeigt werden, dass die FE-Stirnrackette ein geeignetes Werkzeug zur Nachrechnung der momentanen Ersatzverzahnungen unrunder Verzahnungen in diskreten Wälzstellungen ist. Damit besteht grundsätzlich auch die Möglichkeit, den Einfluss der Flankentopografie in den Berechnungen zu erfassen. Ebenso besteht die Möglichkeit, durch Anpassung der Werkzeuggeometrie eine Tragfähigkeitssteigerung zu erzielen. Für die untersuchte Beispiolverzahnung könnte beispielsweise durch Verwendung eines Schneidrads mit Kopfabrundung eine Verringerung der Zahnfußspannungen durch einen größeren Radius im Zahnfußbereich erreicht werden.

Dadurch wird eine Optimierung unrunder Verzahnungen hinsichtlich der Tragfähigkeit möglich, wodurch eine Erhöhung der Leistungsdichte erreicht werden kann.

Verzahnungsdaten

$M_n = 10 \text{ mm}$
 $\alpha_n = 20^\circ$
 $z_1 = z_2 = 59$
 $b = 150 \text{ mm}$
 $x_1 = x_2 = 0$
 $a = 596,5 \text{ mm}$

Werkzeugdaten

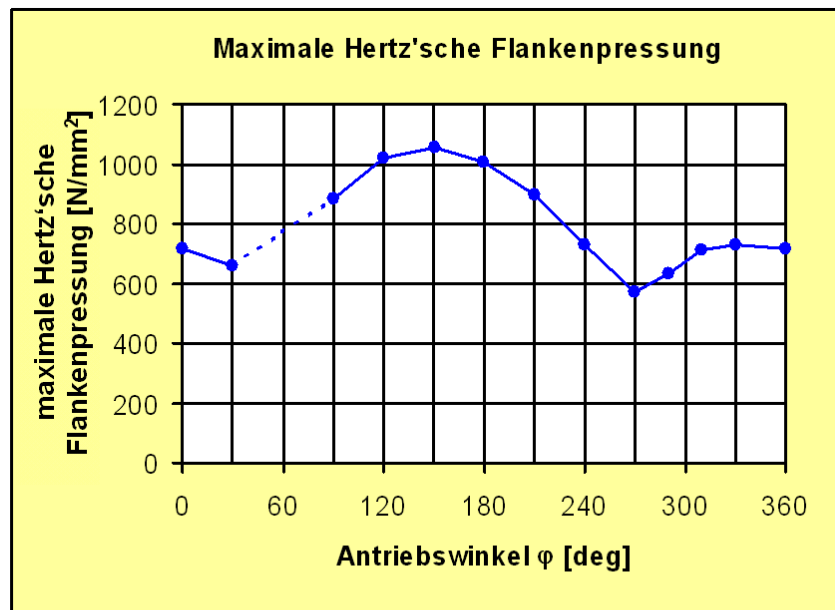
$m = 10 \text{ mm}$
 $\rho_{aP0} = 0,00$
 $h_{aP0}^* = 1,00$
 $h_{fP0}^* = 1,25$
 $h_{fFP0}^* = 0,70$

Schneidrad

$\alpha_{wt0} = 20^\circ$
 $d_s = 400 \text{ mm}$

Belastungsdaten

$M_{an} = 25 \text{ kNm} = \text{konstant}$
 $n_{an} = 2 \text{ 1/min}$



- Berechnung für Ersatzverzahnungen mit der FE-Stirnrackette
- Wälzstellung $\varphi = 60^\circ$ und $\varphi = 300^\circ$ mit konkav-konvexer Eingriffssituation

© WZL

Abbildung 65: FE-Stirnrackette - Berechneter Verlauf der maximalen Flankenpressungen über dem Wälzwinkel

5.2 Tragfähigkeitsberechnung für unrunde Zahnräder mit kommerziellen CAE-Systemen

Alternativ zur FE-Stirnrackette besteht die Möglichkeit, die Zahnfußtragfähigkeit mit kommerziellen CAE-Programmen zu berechnen. Daher wird in den folgenden Abschnitten am Beispiel der bereits in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten unrunder Verzahnung die Vorgehensweise bei der Zahnfußtragfähigkeitsberechnung mit kommerziellen CAE-Programmen vorgestellt.

Ein Vorteil kommerzieller CAE-Systeme ist die große Freiheit bei der Erstellung von FE-Modellen. So ist es beispielsweise nicht nur möglich, die Bereiche mit konkav-konvexen Eingriffsverhältnissen zu modellieren, sondern es kann darüber hinaus auch der Einfluss von Aussparungen im Radkörper zum Ausgleich von Unwuchten auf die Zahnfußtragfähigkeit untersucht werden.

Die Berechnung der Hertz'schen Flankenpressungen dagegen ist mit kommerziellen CAE-Systemen nur schwer möglich, da hierfür aufwendige Kontaktfindungsprobleme gelöst werden müssen.

5.2.1 FE-Modellierung und Berechnung von unrunder Zahnrädern mit kommerziellen CAE-Systemen

Ausgangspunkt bei der Nachrechnung der unrunder Zahnräder ist die Kontur der Verzahnung. Diese kann vom Programmpaket KONRAD, welches am IFUM für die Geometrieberechnung unrunder Verzahnungen angewendet wird, als DXF-Datei ausgegeben werden, vgl. Abschnitt 4.2. Die Konturen, die auch zur Herstellung der Verzahnung verwendet werden können, können anschließend von gängigen CAE-Programmen eingelesen werden.

Ebenso wie bei der Berechnung momentaner Ersatzverzahnungen mit der FE-Stirnradkette oder mit der erweiterten Vorgehensweise nach DIN 3990 ist bei der Berechnung unrunder Verzahnungen mit kommerziellen CAE-Systemen die Nachrechnung mehrerer Wälzstellungen erforderlich. Daher erfolgt die Verteilung der Wälzstellungen für die Beispielverzahnung ausgehend von der Wälzstellung $\varphi_1 = 0^\circ$ gleichmäßig in 30° -Schritten. Für die Wälzstellung $\varphi = 30^\circ$ ist in **Abbildung 66** beispielhaft die Vorgehensweise bei der Erstellung eines FE-Modells für das Antriebsrad dargestellt.

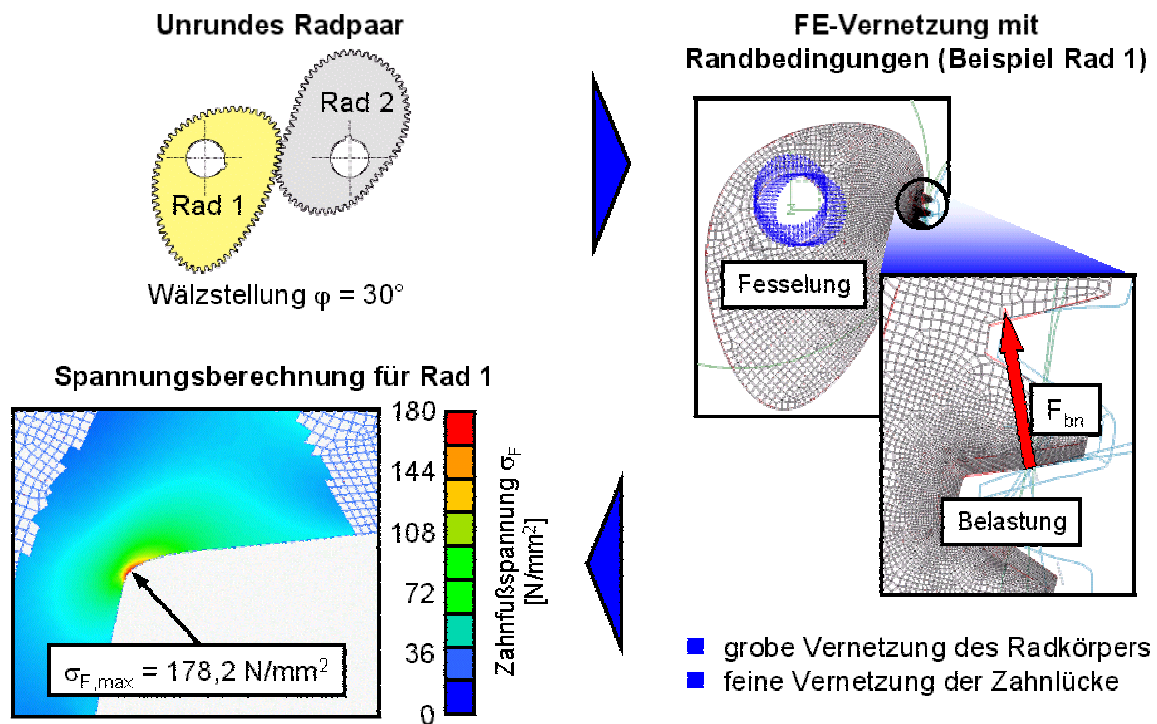


Abbildung 66: Vernetzung der unrunder Zahnräder, Auswertung der Spannungsberechnung mit kommerziellen CAE-Systemen (I-Deas Master Series)

Damit eine hohe Qualität der Berechnungsergebnisse im Zahnfuß sichergestellt werden kann, wird die nachzurechnende Zahnluke sehr fein mit 8-knotigen

Quadratenelementen vernetzt. Im Radkörper dagegen kann eine grobe Vernetzung gewählt werden, wodurch die Berechnungszeit deutlich verkürzt werden kann. Das Modell wird in der Antriebsbohrung in allen Freiheitsgraden gefesselt. Auf die Zahnflanke wird abschließend am Wälzkreis die Nenn-Zahnnormalkraft in Normalenrichtung auf die Zahnflanke aufgebracht, wodurch die Modellierung abgeschlossen wird.

Im Anschluss an die FE-Modellierung kann dann die FE-Berechnung durchgeführt und so die maximale Zahnfußspannung berechnet werden. **Abbildung 66** enthält beispielhaft links unten das Berechnungsergebnis für das in der Wälzstellung $\varphi = 30$ modellierte Rad 1. Die maximale Zahnfußspannung ergibt sich dabei zu $\sigma_{F,max} = 178,2 \text{ N/mm}^2$.

5.2.2 Ergebnisse der Tragfähigkeitsberechnung von unrunder Zahnrädern mit kommerziellen CAE-Systemen für eine Beispielverzahnung

Die Berechnungen der Zahnfußspannung für die unrunder Beispielverzahnung liefern zur FE-Stirnradkette vergleichbare Spannungen, wie aus **Abbildung 67** zu entnehmen ist. Auch hier ist zu erkennen, dass der Spannungsverlauf im Wesentlichen dem Verlauf der Nenn-Zahnnormalkraft entspricht.

Wie bereits erwähnt ist es mit Hilfe kommerzieller CAE-Systeme auch möglich, den Einfluss zusätzlicher Bohrungen im Radkörper zu untersuchen. Diese werden bei unrunder Zahnräder zum Ausgleich der zum Teil erheblichen Unwuchten in den Radkörper eingebracht. In Abschnitt 4.5 ist die Vorgehensweise bei der Ermittlung von Ausgleichsbohrungen detailliert beschrieben.

In **Abbildung 68** ist rechts unten die untersuchte Beispielverzahnung mit zusätzlichen Bohrungen dargestellt. Die Ergebnisse der für die unrunder Räder mit Bohrungen berechneten Zahnfußspannungen für Rad 1 und Rad 2 zeigen deutlich den Einfluss der Ausgleichsbohrungen. Diese können die Tragfähigkeit zum Teil erheblich verschlechtern, was besonders deutlich für die Wälzstellungen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 30^\circ$ für Rad 2 zu erkennen ist.

Verzahnungsdaten

$M_n = 10 \text{ mm}$
 $\alpha_n = 20^\circ$
 $z_1 = z_2 = 59$
 $b = 150 \text{ mm}$
 $x_1 = x_2 = 0$
 $a = 596,5 \text{ mm}$

Werkzeugdaten

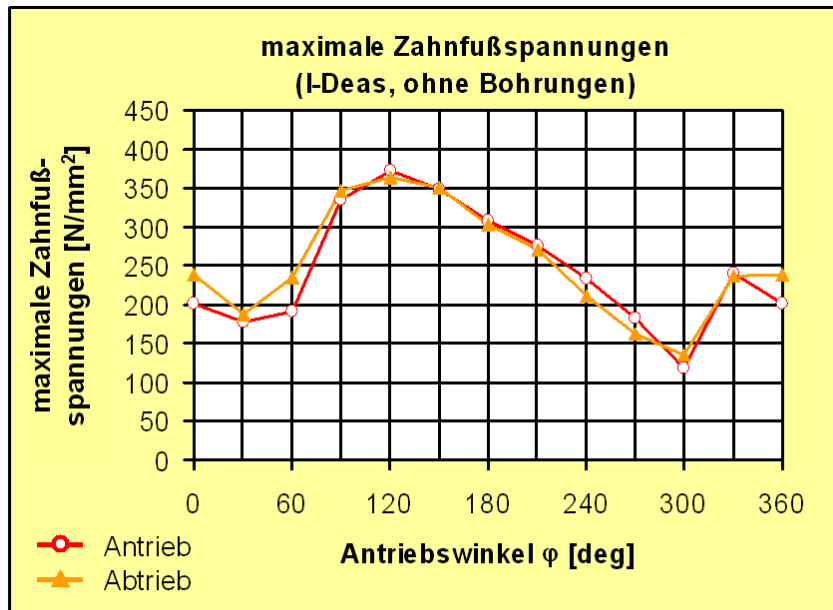
$m = 10 \text{ mm}$
 $\rho_{aP0} = 0,00$
 $h_{aP0}^* = 1,00$
 $h_{fP0}^* = 1,25$
 $h_{fFP0}^* = 0,70$

Schneidrad

$\alpha_{wt0} = 20^\circ$
 $d_s = 400 \text{ mm}$

Belastungsdaten

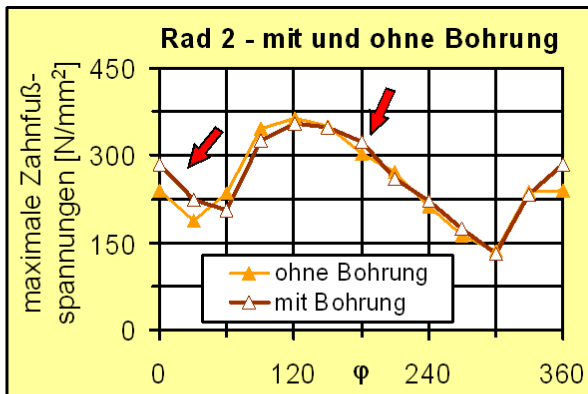
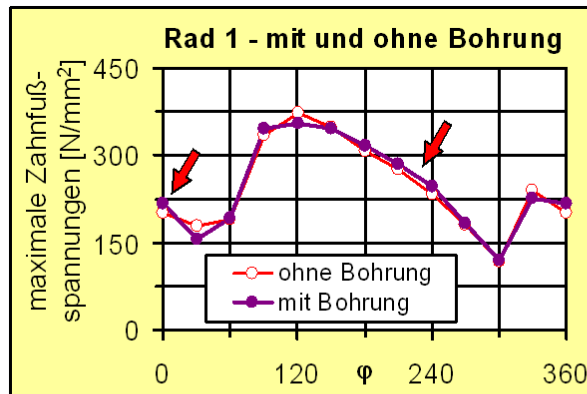
$M_{an} = 25 \text{ kNm} = \text{konstant}$
 $n_{an} = 2 \text{ 1/min}$



■ Berechnung mit I-Deas für unrunde Verzahnungen ohne Ausgleichsbohrungen

© WZL

Abbildung 67: Verlauf der Zahnfußspannungen über dem Wälzwinkel (I-Deas)

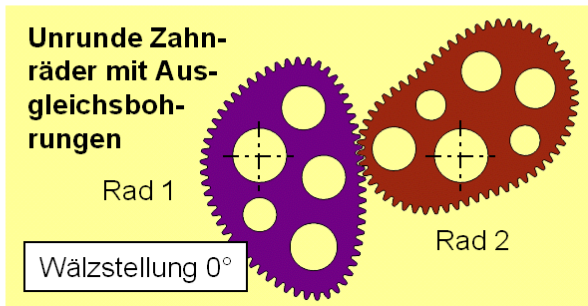


Vorteile der Ausgleichsbohrungen

- + Ausgleich der Unwucht der unrunder Zahnräder
- + Verringerung des Gewichts und der Massenträgheit

Nachteile der Ausgleichsbohrungen

- Bohrungen können die Zahnfußtragfähigkeit verringern



© WZL

Abbildung 68: Einfluss von Ausgleichsbohrungen im Radkörper auf die Zahnfußtragfähigkeit (I-Deas)

5.3 Tragfähigkeitsberechnung für die Ersatzverzahnungen in Anlehnung an DIN 3990

In Abschnitt 4.6 werden in **Abbildung 57** Zahnfußspannungen für das Antriebsrad der unrunder Beispielerverzahnung vorgestellt, die in Anlehnung an DIN 3990 vom Programm KONRAD berechnet wurden. Deutlich ist dort zu erkennen, dass die maximalen Zahnfußspannungen in den einzelnen Wälzstellungen im Wesentlichen dem Verlauf der Zahnnormalkraft folgen, der in **Abbildung 62** dargestellt ist.

Der Vergleich der in Anlehnung an DIN 3990 berechneten Zahnfußspannungen mit den von der FE-Stirnradkette berechneten Zahnfußspannungen in **Abbildung 64** zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Es ergeben sich aus den Berechnungen nach DIN leicht höhere Werte für die Zahnfußspannungen, jedoch liegen diese damit auf der sicheren Seite.

6 Untersuchung des Betriebsverhaltens unrunder Zahnräder

In Zusammenarbeit mit einem Pressenhersteller wurden mit Hilfe der beschriebenen Algorithmen und Berechnungsprogramme bisher sieben Pressenantriebe mit unrunden Zahnrädern dimensioniert und anschließend umgesetzt. Es handelte sich in allen Fällen um Exzenterpressen, deren Stößelkinematik für Stanzoperationen optimiert werden sollte (vgl. Abbildung 2).

Der erste Antrieb wurde für eine Exzenterpresse mit Zweipunktantrieb und einer Nennkraft von 2.500 kN ausgelegt (**Abbildung 69**).



Pressendaten:
 Exzenterpresse, Zweipunktantrieb

Nennkraft $F_N = 2.500 \text{ kN}$
 max. Drehzahl $n = 80 \text{ /min}$

Daten der unrunden Zahnräder:
 Modul $m = 12,00 \text{ mm}$
 Zähnezahl $z = 65$
 Achsabstand $a = 782,76 \text{ mm}$

helmerding_160.dsf

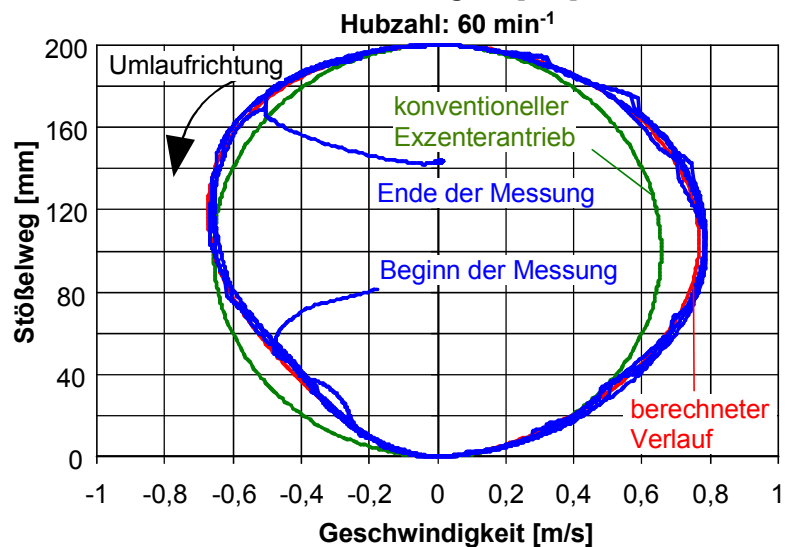
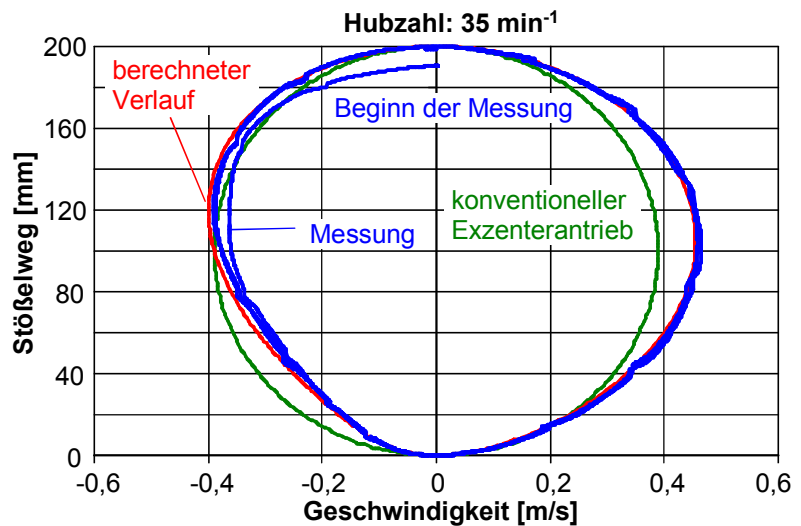


Abbildung 69: Stößelkinematik der Exzenterpresse mit unrunden Zahnrädern und einer Nennkraft von 2.500 kN

Durch den Einsatz der unrunder Zahnräder sollte bei einem eingestellten Stößelhub von 160 mm eine deutliche Verlangsamung der Stößelbewegung während der Umformung gegenüber einem konventionellen Exzenterantrieb erreicht werden. Außerdem sollte durch die unrunder Zahnräder zu Beginn der Aufwärtsbewegung eine Verlangsamung verwirklicht werden. Nach Praxiserfahrungen soll eine derart modifizierte Kinematik einen reduzierten Verschleiß der Schneidwerkzeuge erwarten lassen [NELS-98]. Da die Exzenterpresse nicht mit einer Kupplungs- und Verdreh-einrichtung ausgerüstet wurde, ist die Stößelkinematik vom eingestellten Hub abhängig. Die kundenseitig geforderte Kinematik wird daher nur bei einem eingestellten Stößelhub von 160 mm exakt eingehalten, die Einstellung eines anderen Stößelhubs führt zu einer qualitativ anderen Stößelkinematik.

Bei der Konstruktion konnte der Achsabstand der unrunder Zahnräder in gewissen Grenzen frei gewählt werden, da es sich bei dieser Presse um eine Neukonstruktion handelt. Mit den gewählten Verzahnungsdaten 65 Zähne und Modul 12 mm ergibt sich für die unrunder Zahnräder ein Achsabstand von 782,76 mm.

Im Rahmen der Inbetriebnahme war es möglich, die tatsächliche Stößelkinematik dieser Presse bei einem eingestellten Stößelhub von 200 mm im Leerlaufbetrieb messtechnisch zu bestimmen. Hierzu wurde der Stößelweg mit Hilfe eines Seilzugsensors der Fa. ASM mit einer Abtastrate von 0,8 kHz aufgezeichnet.

Abbildung 69 zeigt rechts oben das Stößelgeschwindigkeits-Stößelweg-Diagramm für eine eingestellte Hubzahl von 35 min^{-1} . Zwischen dem berechneten und dem gemessenen Verlauf zeigt sich eine gute qualitative Übereinstimmung. Allerdings kommt es während der Abwärtsbewegung des Stößels im Bereich der maximalen Stößelgeschwindigkeit zu einer langsameren Bewegung des Stößels als durch die statische Berechnung vorhergesagt. Im Aufwärtshub wird dagegen die berechnete maximale Stößelgeschwindigkeit überschritten. Bei einer eingestellten Hubzahl von 60 min^{-1} sind diese Abweichungen des gemessenen Verlaufs gegenüber dem Sollverlauf ebenfalls noch zu erkennen (Abbildung 69 unten). Eine mögliche Ursache für diese Abweichungen kann in der Wirkung des Stößelgewichtsausgleichs liegen, der durch Pneumatikzylinder eine nach oben wirkende vertikale Kraft auf den Stößel ausübt. Diese Kraft wirkt damit der Abwärtsbewegung des Stößels entgegen, unterstützt jedoch die Aufwärtsbewegung. Zur exakten Ursachenbestimmung sind weitere Untersuchungen notwendig, die jedoch nicht Bestandteil dieses Vorhabens waren.

Da sich die im vorhergehenden Kapitel vorgestellte Stößelkinematik der Presse mit 2.500 kN Nennkraft im industriellen Einsatz bewährt hat, sollte dieser Stößelweg-Zeit-Verlauf auch bei einer Stanzpresse mit einer Nennkraft von 4.000 kN realisiert

werden. Die Konstruktion dieser Presse war bereits so weit abgeschlossen, dass in diesem Fall der Achsabstand der unrunder Zahnräder mit 1171 mm konstruktiv festgelegt war.

Um den durch die bestehende Pressenkonstruktion festgelegten Achsabstand einhalten zu können, wurde eine Anpassung des Achsabstandes durch eine Adaption des Zahnradmoduls durchgeführt (s. Kapitel 4.1.2). Hierbei hat sich gezeigt, dass sich für die gewünschten unrunder Zahnräder der notwendige Achsabstand bei einer Zähnezahzahl von 97 und einem Modul von 12,03 mm ergibt.

Die Wahl dieses nicht genormten Moduls war in diesem Falle ohne Weiteres möglich, da die unrunder Zahnräder durch Drahterodieren gefertigt wurden. Die Generierung der NC-Daten zur Steuerung der Erodiermaschine erfolgte auf Basis eines zweidimensionalen CAD-Modells der unrunder Zahnräder. Dieses wurde mit Hilfe der Exportfunktion des Auslegungsprogramms erstellt, die eine Makrodatei erzeugt, mit der das Unrund-Zahnradpaar in das CAD-System HP ME 10 importiert werden kann.



Quelle: Helmerding

Pressendaten:
 Exzenterpresse, Zweipunktantrieb
 Nennkraft $F_N = 4.000 \text{ kN}$
 max. Drehzahl $n = 60 \text{ /min}$

helmerding_zahnrad.dxf

Technische Daten der eingesetzten unrunder Zahnräder:

Modul $m = 12,03 \text{ mm}$
 Zähnezahzahl $z = 97$
 Achsabstand $a = 1171,04 \text{ mm}$

Modell

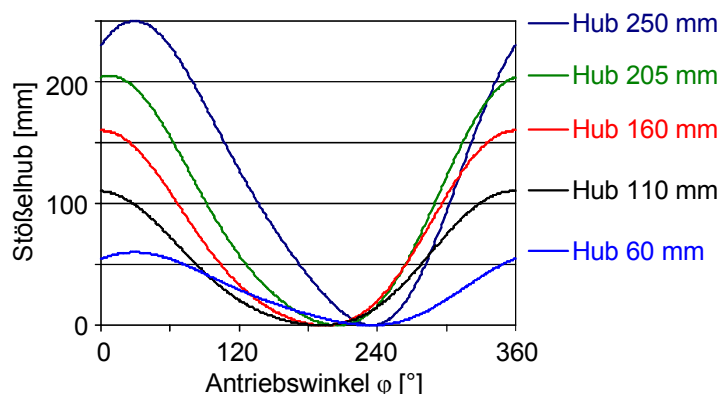


Abbildung 70: Berechnete Stößelkinematik der Exzenterpresse mit unrunder Zahnrädern und einer Nennkraft von 4.000 kN

Abbildung 70 zeigt ein am IFUM durch Drahterodieren erstelltes Modell der eingesetzten unrunder Zahnräder mit 20 Zähnen, einem Modul von 4 mm und einem Achsabstand von 80,28 mm. Die Beschreibung der Wälzkurven erfolgt mit einem Fourieransatz mit zwei Harmonischen. Durch zwei inkrementelle Drehwinkelgeber mit einer Auflösung von 0,025° wurde an diesem Modell überprüft, inwieweit die theoretische Übertragungsfunktion tatsächlich eingehalten wird. Zu diesem Zweck wurde der Abtriebswinkel ψ in Abhängigkeit des Antriebswinkels φ aufgezeichnet, wobei zwischen zwei Messwerten ein konstanter Winkelschritt $\Delta\varphi$ lag. Der die Übertragungsfunktion 1. Ordnung annähernde Differenzenquotient

$$\frac{\Delta\psi}{\Delta\varphi} = \frac{\psi_{n+1} - \psi_n}{\varphi_{n+1} - \varphi_n} \approx \frac{1}{i} \quad (6-1)$$

wurde anschließend mit Hilfe der Fast Fourier Transformation (FFT) in seine harmonischen Anteile zerlegt [WECK-92]. Die auf diese Weise ermittelten Amplituden C_j , Messung der Oberwellen werden in **Tabelle 1** den theoretischen Amplituden gegenübergestellt, die sich nach folgendem Ausdruck aus den berechneten Fourierkoeffizienten a_j , b_j der Übertragungsfunktion ergeben:

$$C_{j, \text{ soll}} = j \cdot \sqrt{a_j^2 + b_j^2}, \quad j = 1 \dots J \quad (6-2)$$

Die Amplituden der 0. bis 2. Oberwelle zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und den aus Messungen gewonnenen Werten. Zudem treten bei dem aus den Messungen gewonnenen Spektrum bei höheren Ordnungen nur vernachlässigbar kleine Störamplituden auf.

Tabelle 1: Vergleich von theoretischem und messtechnisch ermitteltem Amplitudenspektrum des unrunder Modell-Zahnradpaares

Amplitudenspektrum C_j der Übertragungsfunktion $\psi'(\varphi)$	Harmonische j				
	0	1	2	3	4
Messung	1,0005	15,9145	1,3721	0,0432	0,0070
theoretisch	1,0000	15,6608	1,3374	-	-

Weiterhin ist in **Abbildung 70** die rechnerische Stoßelkinematik dieser Exzenterpresse in Abhängigkeit vom eingestellten Stoßelhub dargestellt. Aufgrund der Dimensionen des eingesetzten Doppelsexcenters ist bei dieser Presse eine Hubverstellung zwischen 250 mm und 60 mm möglich. Es ist zu erkennen, dass sich bei einer Hubverstellung einerseits die Lage des oberen Totpunktes in Bezug auf den

Drehwinkel der Antriebswelle verändert. Andererseits tritt auch hier eine qualitative Veränderung der Kinematik bei einer veränderten Hubeinstellung auf. Die unrunderen Zahnräder wurden so montiert, dass sich bei einem Stößelhub von 160 mm die kundenseitig geforderte Kinematik ergibt.

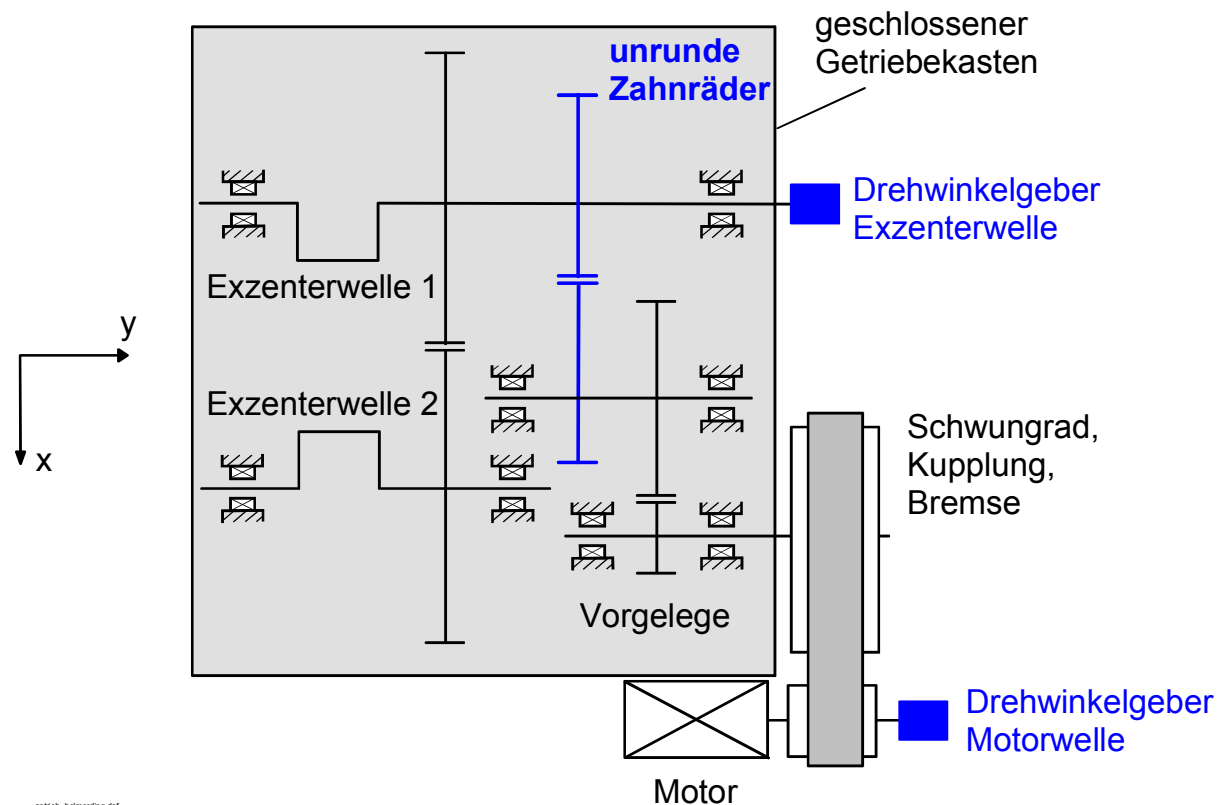


Abbildung 71: Prinzipieller Aufbau des Antriebsstranges der Presse mit 4.000 kN Nennkraft mit Darstellung der Montagestellen der Drehwinkelgeber

Während der Inbetriebnahme stand diese Presse für Messungen zur Verfügung (**Abbildung 71**). Hierzu wurde die Presse mit folgender Sensorik versehen:

- Stößelposition: inkrementelles Wegmesssystem, Auflösung 0,005 mm
- Winkelstellung der Exzenterwelle: inkrementeller Drehwinkelgeber, Auflösung 0,025°
- Winkelstellung der Motorwelle: inkrementeller Drehwinkelgeber, Auflösung 0,025°

Aufgrund der konstruktiven Randbedingungen war es nicht möglich, einen Drehwinkelgeber anzubringen, mit dem die Winkelstellung der Schwungradwelle bestimmt werden konnte. Bedingt durch eine geschlossene und öldicht verklebte Ausführung des Getriebekastens musste weiterhin auf die Anbringung eines Drehwinkelgebers

zur Messung der Winkelstellung der Vorlegewelle verzichtet werden. Aufgrund des unvermeidlich auftretenden Riemenschlupfes kann kein linearer Zusammenhang zwischen dem Drehwinkel der Motorwelle und den nachfolgenden Wellen bis zur Unrund-Zahnradstufe angenommen werden. Eine messtechnische Bestimmung der Übertragungsfunktion kann daher nur in der zeitabhängigen Form $\psi(t)$ und nicht in der aussagekräftigeren Form $\psi(\varphi)$ erfolgen, wie sie wie beschrieben für das Modell-Zahnradpaar durchgeführt wurde. Die Aufnahme der Messwerte erfolgte PC-gestützt bei allen Messungen mit einer Abtastfrequenz von 1 kHz.

Durch Messungen der o. g. Größen bei unterschiedlichen Hubzahlen sollte untersucht werden, ob eine eventuell auftretende Abweichung zwischen gemessener und berechneter Stößelkinematik durch die eingestellte Hubzahl beeinflusst wird. Da die Messungen nur während der Montage- und Inbetriebnahmephase durchgeführt werden konnten, war die Hubverstellung der Presse noch nicht betriebsbereit. Es wurden daher nur Untersuchungen beim Maximalhub von 250 mm durchgeführt.

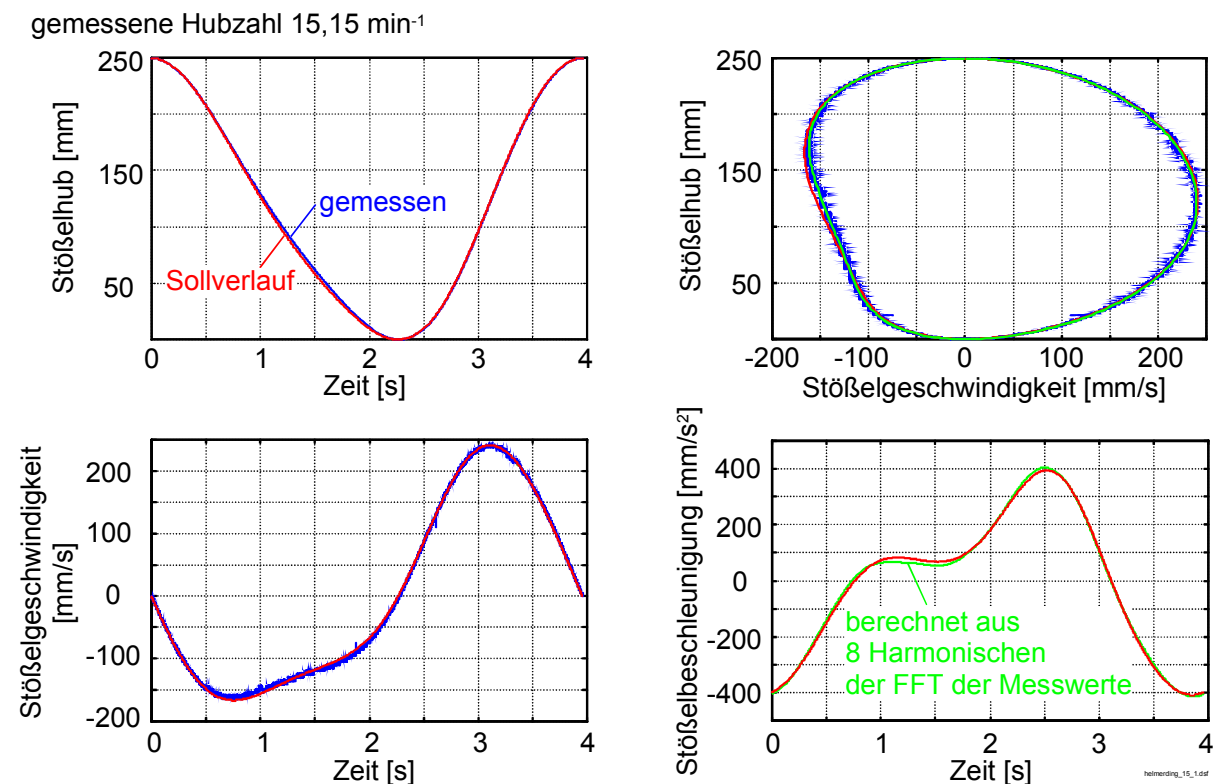


Abbildung 72: Gegenüberstellung der berechneten und der gemessenen Werte der Größen Stößelhub, -geschwindigkeit und -beschleunigung bei einer gemessenen Hubzahl von 15,15 min⁻¹

Bei einer eingestellten Hubzahl von 15 min⁻¹ zeigt sich auch bei dieser Presse der bereits bei der oben vorgestellten 2.500 kN Presse aufgetretene Effekt, dass sich

eine gegenüber dem berechneten Verlauf verlangsamte Stößelabwärtsbewegung ergibt (**Abbildung 72** links). Diese kann auch hier durch den Stößelgewichtsausgleich hervorgerufen werden.

Das im Stößelgeschwindigkeitsverlauf zu erkennende Rauschen ist auf die begrenzte Auflösung der verwendeten Sensorik zurückzuführen. Aus der angegebenen Auflösung des Wegmesssystems von 0,005 mm und der Abtastrate von 1 kHz ergibt sich bei der näherungsweise Berechnung der Stößelgeschwindigkeit \dot{s} durch Differenzenquotienten eine Auflösungsgenauigkeit von 0,005 m/s.

Durch eine Fast Fourier Transformation (FFT) wurde dieses einmal differenzierte Wegsignal eines Stößelhubs in seine harmonischen Anteile zerlegt [WECK-92]. **Abbildung 72** rechts oben zeigt im Stößelgeschwindigkeits-Stößelweg-Diagramm neben der Sollkinematik und dem gemessenen Verlauf eine Kurve, die vom Rauschanteil befreit wurde, indem zu ihrer Berechnung nur die ersten acht Harmonischen der FFT verwendet wurden. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass durch diese einer Filterung gleichkommenden Vorgehensweise selbstverständlich auch vorhandene hochfrequente Schwingungsanteile unterdrückt werden.

Abbildung 72 rechts unten zeigt eine Gegenüberstellung des Sollverlaufs der Stößelbeschleunigung mit der aus der geglätteten Stößelgeschwindigkeit berechneten Stößelbeschleunigung. Signifikante Abweichungen zeigen sich nur während der Abwärtsbewegung in dem Bereich, der bereits eine Abweichung der gemessenen Stößelgeschwindigkeit vom rechnerischen Verlauf aufwies.

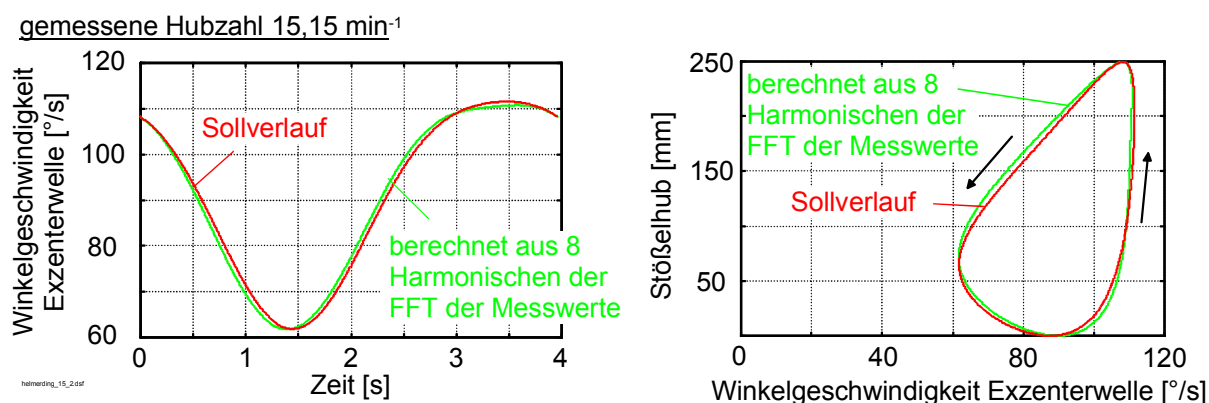


Abbildung 73: Gegenüberstellung der berechneten und der gemessenen Werte der Winkelgeschwindigkeit der Exzenterwelle bei einer gemessenen Hubzahl von 15,15 min⁻¹

Die Gegenüberstellung von gemessener und derjenigen Winkelgeschwindigkeit, die aus der rechnerischen Übersetzung der unrunder Zahnräder bei Annahme einer konstanten Schwungradrehzahl ermittelt wurde, zeigt wie erwartet zum Stößelgeschwindigkeitsverlauf analoge Abweichungen (**Abbildung 73**). Ausgehend vom oberen Totpunkt ist im die gemessene Winkelgeschwindigkeit kleiner als der berechnete Verlauf. Im Bereich der maximalen Winkelgeschwindigkeit ab 100 mm Stößelhub bis zum oberen Totpunkt werden die rechnerischen Werte der Winkelgeschwindigkeit nicht ganz erreicht. Ein abschließender Nachweis, dass die Ursache für diese Abweichungen im Stößelgewichtsausgleich liegt, konnte im Rahmen dieser Arbeit anhand der zur Verfügung stehenden Daten nicht erreicht werden. Abhilfe könnte hier zukünftig eine genauere Untersuchung der Zusammenhänge durch eine Simulation des dynamischen Antriebsverhaltens bringen, die die Kräfte, Massen, Trägheiten und Elastizitäten des Systems berücksichtigt. Eine solche Untersuchung war im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich, da die entsprechenden Messwerte nicht ermittelt wurden.

gemessene Hubzahl $15,15 \text{ min}^{-1}$

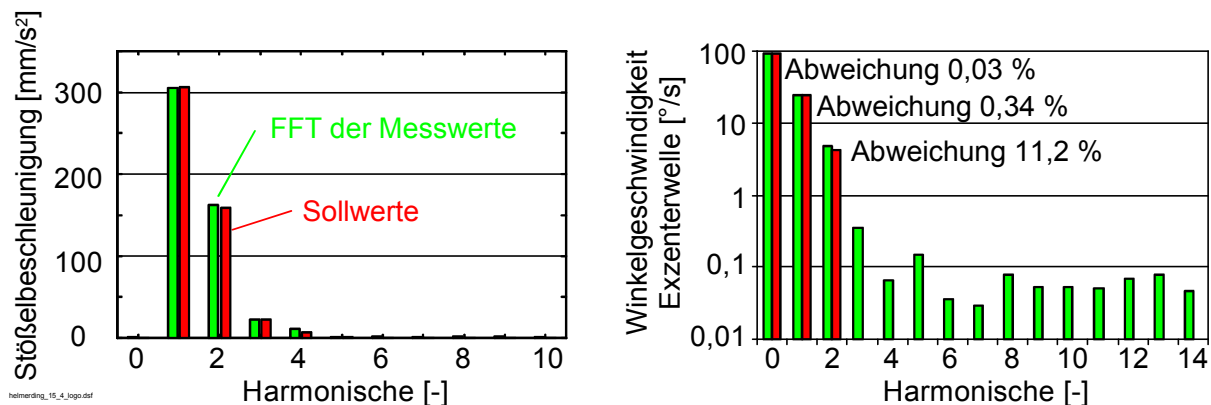


Abbildung 74: Gegenüberstellung der durch FFT ermittelten Amplitudenspektren von Stößelbeschleunigung und Winkelgeschwindigkeit der Exzenterwelle bei einer gemessenen Hubzahl von $15,15 \text{ min}^{-1}$

Die durch eine FFT ermittelten harmonischen Anteile der Stößelbeschleunigung bzw. der Winkelgeschwindigkeit sind in **Abbildung 74** dargestellt. Um auch die kleinen Amplituden der höheren Harmonischen der Messungen deutlich zu machen, wird bei der Darstellung der Exzenterwellen-Winkelgeschwindigkeit eine logarithmische Teilung verwendet.

Bei der Winkelgeschwindigkeit der Exzenterwelle (rechts) treten neben dem konstanten Anteil nur zwei signifikante Harmonische auf. Diese spiegeln wider, dass die zur Beschreibung der Übertragungsfunktion der unrunder Zahnräder verwendete Fourier-Reihe ebenfalls zwei Harmonische verwendet. Während bei der 0. und 1.

Harmonischen nur geringe Abweichungen zum theoretischen Wert auftreten, ist bei der vorliegenden Hubzahl von $15,15 \text{ min}^{-1}$ in der zweiten Harmonischen eine Abweichung von mehr als 11 % zu verzeichnen. Die bei der Messung auftretenden Harmonischen höherer Ordnung weisen eine um mindestens eine Zehnerpotenz kleinere Amplitude als die gewünschten Harmonischen 0. bis 2. Ordnung auf. Als Ursachen für diese höheren Harmonischen sind fertigungsbedingte Abweichungen der Verzahnung und das elastische Verhalten der Elemente des Antriebsstranges, die aufgrund ihrer endlichen Steifigkeit zu höherfrequenten Eigenschwingungen angeregt wurden, in Betracht zu ziehen.

Das Amplitudenspektrum der Stößelbeschleunigung weist dagegen sowohl bei den theoretischen als auch bei den aus Messungen ermittelten Werten Amplitudenanteile bis in die 4. Harmonische auf (Abbildung 74 links). Dies resultiert aus der Tatsache, dass die Übertragungsfunktion des Kurbeltriebs [BEIT-97]

$$s(\psi) = r \left[1 - \cos \psi - \frac{1}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \psi} \right) \right] \quad (6-3)$$

sich unter Anwendung des Cosinussatzes in

$$s(\psi) = r \left[1 - \cos \psi - \frac{1}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{2} (1 - \cos 2\psi)} \right) \right] \quad (6-4)$$

umformen lässt. Wie Gl. 6-4 zu entnehmen ist, werden dem Stößel neben den Amplituden der Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$ durch den Term $\cos 2\psi$ auch Amplituden mit doppelter Frequenz eingepreßt.

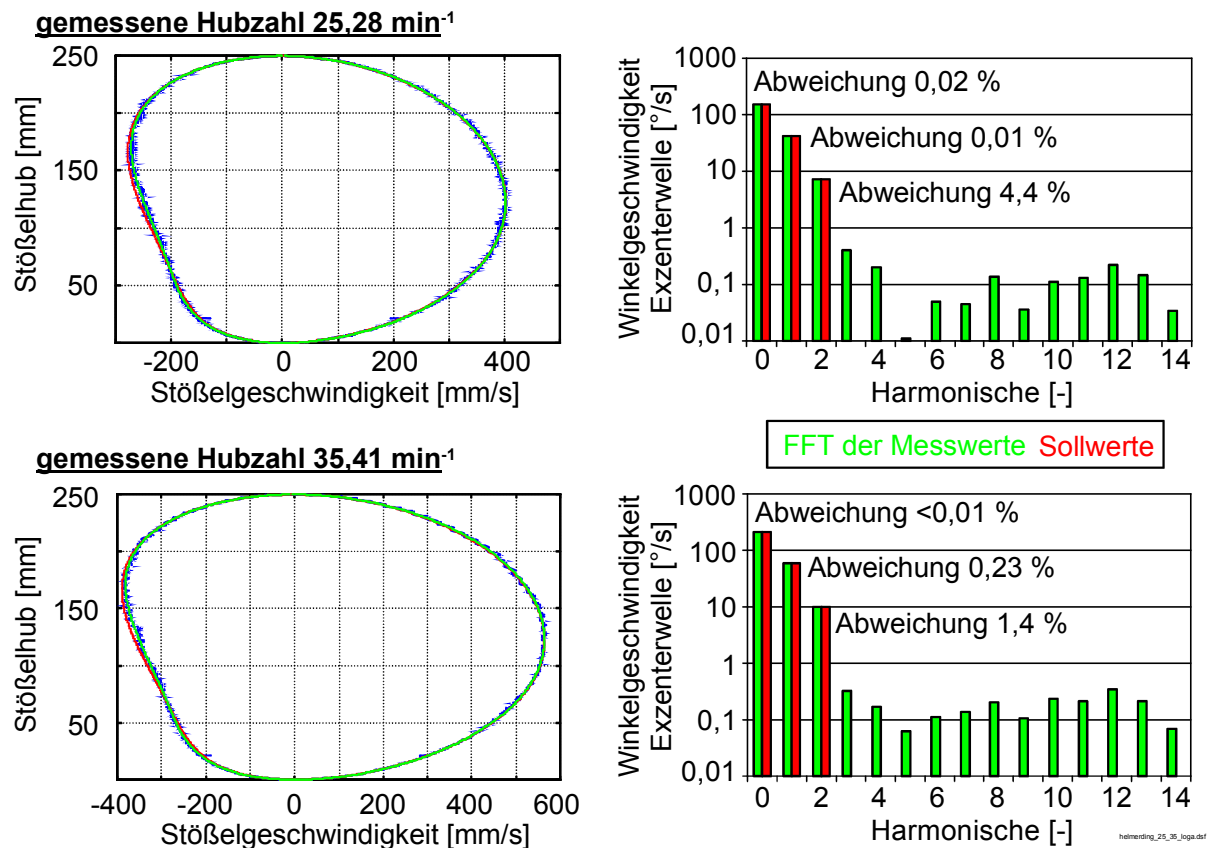


Abbildung 75: Stößelgeschwindigkeits-Stößelhub-Diagramm sowie Amplitudenspektrum der Winkelgeschwindigkeit für gemessene Hubzahlen von 25,28 und 35,41 min⁻¹

Das Verhalten des betrachteten Pressenantriebs bei höheren Drehzahlen ist in **Abbildung 75** und **Abbildung 76** abzulesen. Aus den Stößelgeschwindigkeits-Stößelhub-Diagrammen ist zu erkennen, dass mit zunehmender Hubzahl die relative Abweichung zwischen der theoretischen Stößelkinematik und dem tatsächlich gemessenen Verlauf abzunehmen scheint. Zur genaueren Untersuchung wurden auch bei den betrachteten höheren Drehzahlen die Amplitudenspektren der Winkelgeschwindigkeit der Exzenterwelle ermittelt.

Diesen wiederum in logarithmischer Form dargestellten Spektren kann entnommen werden, dass die Abweichungen zwischen den theoretischen und den aus Messungen ermittelten Werten bis zu einer Hubzahl von 45 min⁻¹ abnehmen. Bei höheren Hubzahlen bis hin zur Hubzahlgrenze der Presse von 60 min⁻¹ nehmen die Differenzen bei der 1. und 2. Harmonischen deutlich zu (Abbildung 76).

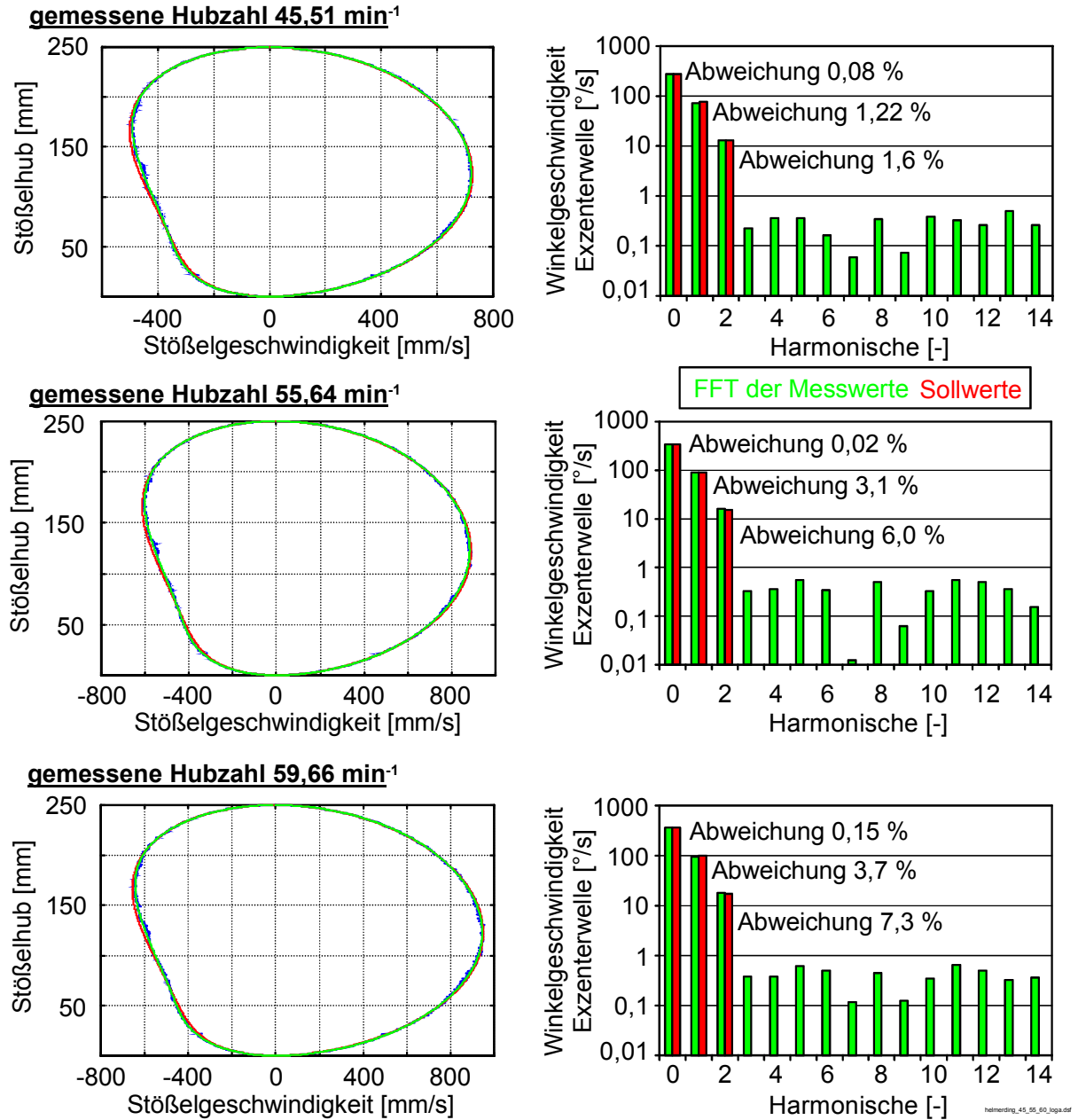


Abbildung 76: Stößelgeschwindigkeits-Stößelhub-Diagramm sowie Amplitudenspektrum der Winkelgeschwindigkeit für gemessene Hubzahlen von 45,51 min⁻¹, 55,64 min⁻¹ und 59,66 min⁻¹

Die Störampplituden der höheren Harmonischen werden im untersuchten Hubzahlbereich in ihrem Betrag von der eingestellten Hubzahl nicht nennenswert beeinflusst. Die Amplituden der höheren Harmonischen sind auch bei größeren Hubzahlen um mehr als eine Zehnerpotenz kleiner als die gewünschten Amplituden der 0. bis 2. Harmonischen.

Es kann damit festgehalten werden, dass sich bei der dargestellten Auswertung der Messungen keine nennenswerten hochfrequenten Störschwingungen im Antriebsstrang der Exzenterpresse mit einer Nennkraft von 4.000 kN feststellen lassen.

7 Zusammenfassung

Pressen haben in der Umformtechnik die Aufgabe, Bewegungen, Kräfte und Arbeit auf ein Werkzeug zu übertragen. Die Umformmaschinen müssen dabei eine Stößelkinematik aufweisen, die zu einer Minimierung der Lärmemissionen und der Belastungen von Werkzeug und Maschine sowie vor allem zu einer Optimierung des Umformergebnisses führt. Die Kurbelpresse als einfachste Bauart einer mechanischen Presse stellt aber aufgrund ihres cosinusähnlichen Stößelweg-Zeit-Verlaufs oftmals nicht die optimale Lösung dar. Um die Anforderungen an die Stößelkinematik bei den zahlreichen unterschiedlichen Umformverfahren erfüllen zu können, wurden eine Vielzahl von Antriebslösungen für mechanische, weggebundene Pressen entwickelt. Ein vergleichsweise neues Konzept stellt der Pressenantrieb mit unrunderen Zahnrädern dar. Er besteht im einfachsten Fall aus einem Kurbeltrieb als Hubgetriebe, dem ein unrunderes Zahnradpaar mit über dem Umfang veränderlicher Übersetzung vorgeschaltet wird. Die Umsetzbarkeit dieses Antriebskonzeptes wurde bereits durch die Realisierung einer Prototyp-Presse nachgewiesen.

Das Ziel dieses Vorhabens bestand in der Erweiterung und Absicherung von Berechnungsalgorithmen, die eine vollständige Auslegung von unrunderen Zahnrädern für Pressenantriebe erlauben. Diese Algorithmen sollten geeignet sein, dem Anwender geometrische und belastungsbasierte Grenzen bei der Auslegung aufzuzeigen.

Zum Erreichen einer zuvor punkt- oder abschnittsweise definierten Stößelkinematik wurde ein Verfahren zur Festlegung der erforderlichen Wälzkurven entwickelt, das die Übertragungsfunktion der unrunderen Zahnräder auf Basis eines Fourieransatzes bestimmt. Es hat sich gezeigt, dass dieser Ansatz zu deutlich glatteren Wälzkurven führt als bisher bekannte Verfahren auf der Basis von Splines oder Polynomen. Außerdem bietet dieses Verfahren den Vorteil, dass auch Anwender mit geringen Erfahrungen beim Bewegungsdesign schnell brauchbare, d. h. lauffähige Lösungen erreichen.

Um den Achsabstand unrunderer Zahnräder ohne eine Veränderung von Zahnmodul oder Zahneingriffswinkel an einen beispielsweise durch konstruktive Randbedingungen vorgegebenen Wert anzupassen, wurde ein Verfahren zur Nachoptimierung einer zuvor bestimmten Übertragungsfunktion der unrunderen Zahnräder entwickelt. Durch die Nachoptimierung ergibt sich eine geringfügige Veränderung der zuvor berechneten Stößelkinematik, die entstehenden Abweichungen sind für den Pressenbauer i. d. R. vernachlässigbar.

Für die Verzahnungsberechnung wurden die bekannten Algorithmen so erweitert, dass eine Berechnung von äquidistant verteilten Punkten der Zahnkontur sowie den

dazugehörigen Normalenvektoren der Zahnflankenpunkte möglich ist. Mit diesen Berechnungsdaten wird die Datenaufbereitung zum Drahterodieren unrunder Zahnräder vereinfacht. Es wurde außerdem untersucht, inwieweit bei unrunder Zahnrädern die Vorgabe einer Profilverschiebung zur Optimierung der Verzahnung möglich ist. Hierbei wurde einerseits die Berechnung unrunder Zahnräder mit einer über dem Umfang konstanten Profilverschiebung realisiert. Andererseits wurde die Möglichkeit geschaffen, jedem Zahnpaar eines unrunder Zahnradpaares eine individuell zu definierende Profilverschiebung zuzuweisen. Die Fertigung solcher Zahnräder kann jedoch nicht mehr durch abwälzende, sondern nur noch durch konturschneidende Verfahren wie z. B. Drahterodieren erfolgen.

Für die Verzahnungsbewertung wurde erstmals eine Möglichkeit zur Berechnung der Gleitgeschwindigkeiten zwischen den Zahnflanken unrunder Zahnräder geschaffen. In das Berechnungsprogramm wurden weiterhin Verfahren zur Bewertung der Eingriffsverhältnisse, zur Optimierung von Masse und Unwucht unrunder Zahnräder sowie zur Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit implementiert.

Für den Nachweis der Tragfähigkeit unrunder Zahnräder wurden Vorgehensweisen ermittelt, die die Nachrechnung zum einen in Anlehnung an DIN 3990 und zum anderen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) ermöglichen. Der Tragfähigkeitsnachweis in Anlehnung an DIN 3990 wird für runde, sogenannte „momentane Ersatzgetriebe“ durchgeführt, die als gute Näherung für die Krümmungsverhältnisse unrunder Verzahnungen in diskreten Wälzstellungen verwendet werden können.

Eine Möglichkeit zur Nachrechnung der Tragfähigkeit unrunder Verzahnungen mit der FEM ist die Berechnung der momentanen Ersatzgetriebe mit der FE-Stirnradkette. Da für die Berechnung der momentanen Ersatzgetriebe Verzahnungen mit nicht-ganzzahligen Zähnezahlen zu berechnen sind, wurden entsprechende Änderungen am Programmsystem FE-Stirnradkette vorgenommen. Es konnte gezeigt werden, dass die FE-Stirnradkette ein geeignetes Werkzeug zur Nachrechnung der momentanen Ersatzverzahnungen ist. Die Vorteile der FE-Stirnradkette, die insbesondere in der Berechnung der Flanken- und Zahnfußtragfähigkeit in Abhängigkeit von der exakten Kontaktgeometrie und Zahnfedersteifigkeit liegen, können so bei der Auslegung unrunder Zahnräder genutzt werden.

Da die direkte Nachrechnung der unrunder Verzahnungsgeometrien mit der FE-Stirnradkette nicht realisiert werden konnte, wurde zudem gezeigt, wie die Zahnfußtragfähigkeit unrunder Verzahnungen mit kommerziellen CAE-Programmen durchgeführt werden kann.

Mit Hilfe der in ein Auslegungsprogramm implementierten Algorithmen wurden abschließend unrunde Zahnradpaare für mehrere Exzenterpressen dimensioniert, die von einem Pressenhersteller realisiert wurden. Die unrunderen Zahnräder wurden dabei erstmalig in der vorliegenden Baugröße durch Drahterodieren hergestellt. Eine dynamische Messung an einer Praxismaschine mit einer Nennkraft von 4.000 kN im Leerlaufbetrieb hat gezeigt, dass diese Presse unabhängig von der eingestellten Hubzahl die theoretisch berechnete Stößelkinematik mit nur geringfügigen Abweichungen realisiert.

8 Literatur

- [BAUE-81] Bauer, P.: Bewegungsgesetze mit stetiger dritter Ableitung für Kurvengetriebe. Maschinenmarkt 87 (1981), H. 4, S. 39-41
- [BEIT-97] Beitz, W., Grote, K.-H.: Dubbel. Taschenbuch für den Maschinenbau. 19. Auflage. Springer-Verlag, Berlin 1997
- [BRAU-94] Braune, R.: HS-Profile mit vielen Harmonischen – Wirkungsvolle Schwingungsreduzierung in Kurvengetrieben bei extremen Bewegungsanforderungen. VDI-Berichte 1111 (1994), S. 127-153
- [BRAU-00] Braune, R.: Bewegungs-Design – Eine Kernkompetenz des Getriebetechnikers. VDI-Berichte 1567 (2000), S. 1-23
- [BRON-89] Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A.: Taschenbuch der Mathematik. 24. Auflage. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1989
- [CAO-98] M. Weck, J. Becker, J. Cao: 39. Arbeitstagung „Zahnrad- und Getriebeuntersuchungen“, Leistungsgetriebe mit unrunder Zahnrädern
- [CORV-90] Corves, B., Spiegelberg, G.: Aufbau eines Entwicklungssystems für Kurvengetriebe. VDI-Berichte 847 (1990), S. 69-84
- [DIN-3960] Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderpaare) mit Evolventenverzahnung
Beuth Verlag, Berlin 1987
- [DIN-3990] Teil 3: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit. Beuth-Verlag, Berlin 1987
- [DIN-780] Modulreihe für Zahnräder (Moduln für Stirnräder). Beuth-Verlag, Berlin 1977
- [DIN-867] Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau. Beuth-Verlag, Berlin 1986
- [DOEG-69] Doege, E.: Verbesserte Wirtschaftlichkeit von Karosseriepessern. Automobil-Industrie 1969, H. 2, S. 105-114
- [DOEG-71] Doege, E., Fetzer, H., Kellenbenz, R., Bergmann, E.: Tiefziehen auf einfach- und doppeltwirkenden Karosseriepessern unter Berücksichtigung des Gelenkantriebs. Werkstatt und Betrieb 104 (1971), H. 10, S. 737-747
- [DOEG-94] Doege, E., Hindersmann, M.: Unrund-Zahnräder in Pressenantrieben.

Forschungsbericht VDW 0521. Verein Deutscher
Werkzeugmaschinenfabriken e. V., Frankfurt a. M. 1994

- [DOEG-97] Doege, E., Hindersmann, M.: Optimized Kinematics of Mechanical Presses with Non-circular Gears. Annals of the CIRP, Vol. 46/1 (1997), S. 213-216
- [DOEG-00] Doege, E., Schaprian, M.: Methodische Auslegung von Pressenantrieben mit unrunderen Zahnrädern. Forschungsberichte der Forschungsvereinigung Werkzeugmaschinen und Fertigungstechnik (FWF) e.V., Frankfurt a. M. 2000
- [DOFE-93] Dofek, F., Styl, P.: Fliegende Trommelscheren mit Synchronisierungsmechanismus. Blech Rohre Profile 40 (1993), H. 10, S. 750-752
- [DRES-84] Dresig, H., Rößler, J.: Bewegungsgesetze schwingungsarmer Kurvengetriebe. Maschinenbautechnik 33 (1984), H. 5, S. 201-204
- [FEES-94] Fees, H.: Computergestützte Auslegung von Zahnradgetrieben. Konstruktionspraxis 24 (1994), H. 2, S. 22-26
- [GEHR-01] Gehrlach, P.: Persönliches Gespräch. Müller Weingarten AG, Weingarten, Juli 2001
- [GORZ-92] Gorzel, R., Nickell, H.: Flexibles Verzahnen unter Nutzung leistungsstarker Mikrorechner. Dima (1992), H. 5, S. 65-68
- [GRÄB-00] Gräbener, Th.: Modifizierter Kniehebelantrieb: ein neues Standardtriebwerk für Pressen in der Blechverarbeitung. Proceedings of the MATAR 2000, Machine Tools, Automation and Robotics on Mechanical Engineering, Prag, 20.-22.6.2000, S. 41-47
- [GRIL-93] Grill, J., Hirschmann, K.-H., Lechner, G.: Zahnradpaare mit nicht konstanter Übersetzung – Auslegung und Anwendung. VDI-Berichte 1056 (1993), S. 297-312
- [GRIL-98] Grill, H.: Ein objektorientiertes Programmsystem zur diskret-kontinuierlichen Strukturoptimierung mit verteilten Evolutionsstrategien. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 10, Nr. 520. VDI-Verlag, Düsseldorf 1998
- [HAND-01] Handge, L.: Schleppkurbelantrieb erhöht die Hubzahl. Industrie-Anzeiger 2001, H. 1-2, S. 34-35
- [HASS-90] Hasse, T.: Verzahnungen für Unrundräder hoher Qualität. VDI-Z 132 (1990), H. 6, S. 55-59
- [HASS-97] Hasse, T.: Firmenschrift: WAELZ – Das LORENZ-

Entwicklungssystem. 2. Auflage, Lorenz GmbH, Ettlingen 1997

- [HASS-98] Hasse, T.: Auslegung ungleichförmiger Bewegungsgetriebe mit unrunder Zahnrädern und steuerbarem Antrieb unter Berücksichtigung der Bilanz der kinetischen Energie. VDI-Berichte 1423 (1998), S. 171-191
- [HASS-98a] Hasse, T.: Persönliches Gespräch. Fa. Liebherr Verzahntechnik GmbH, Ettlingen, August 1998
- [HASS-00] Hasse, T.: Unrundgetriebe mit deckungsgleichen unrunder Zahnrädern für typische Getriebeaufgaben. Konstruktion 2000, H. 11/12, S. 64-69
- [HIND-98] Hindersmann, M.: Entwicklung und Einsatz von Pressenantrieben mit unrunder Zahnrädern. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 1, Nr. 304. VDI-Verlag, Düsseldorf 1998
- [KAIS-01] Firmenprospekt der Fa. Otto Kaiser GmbH + Co. KG, Stanz- und Umformautomaten. Bretten 2001
- [KARR-91] Karr, C. L., Stanley, D. A., Scheiner, B. J.: Genetic Algorithm Applied to Least Square Curve Fitting. Report of Investigations RI 9339. Bureau of Mines. United States Department of the Interior, 1991
- [KELL-89] Kellenbenz, R.: Anlagen für die Massivumformung. Neuere Entwicklungen in der Massivumformung. Seminar Massivumformung. Stuttgart, 6.-7.6.1989, S. 9/1-9/37
- [KELL-94] Kellenbenz, R., Fritz, W., Hoffmann, H., Bareis, A., Breuer, W., Maier, B., Pfisterer, H., Reuter, A.: Mechanisch-hydraulische Presse. Ein Prototyp für innovative Maschinenkomponenten. Blech Rohre Profile 41 (1994), H. 10, S. 626-635
- [KHUD-94] Khudobin, L. V., Ryazanov, S. I.: New Wire Electroerosion Technology for Gear Production. Elektronnaya Obrabotka Materialov 1994, H. 2, S. 9-11 (in russischer Sprache)
- [KLEI-94] Kleiss, R. E., Hoffmann, S.: EDM Speeds Cutting of Precision Gears. Power Transmission Design 1994, H. 3, S. 48-49
- [KLEI-96] Kleiss, R. E., Kleiss, J., Hoffmann, S.: Generating Precision Spur Gears by Wire EDM. Gear Technology 13 (1996), H. 3, S. 36-40
- [KLEI-00] B. Klein: FEM – Grundlagen und Anwendung der Finite-Elemente-Methode, 4. Auflage, Vieweg-Verlag, Braunschweig, Wiesbaden 2000
- [KOLL-65] Autorenkollektiv: Fachwissen des Ingenieurs, Band I/2. VEB

Fachbuchverlag, Leipzig 1965

- [KOOP-94] Koop, F.: Beurteilung und Optimierung von Fertigungseinflüssen auf das Betriebsverhalten von Kurventrieben. VDI-Berichte 1111 (1994), S. 1107-1125
- [KÖRN-98] Körner, E.: Pressen zum Halbwarmumformen. Werkstatt und Betrieb 131 (1998), H. 10, S. 976-978
- [LANG-84] Lange, K.: Umformtechnik. Handbuch für Industrie und Wissenschaft. Band 1: Grundlagen. 2. Auflage. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg 1984
- [LITV-94] Litvin, F.-L.: Gear Geometry and Applied Theory. P T R Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1994
- [LOZZ-00] Lozzi, A.: Noncircular Gears – Graphic Generation of Involutives And Base Outlines. Proc. Inst. Mech. Eng. Part C, Vol 214 (2000), S. 411-421
- [MANK-94] Mankert, M.: Press Drive Selection Factors Must Be Task Oriented. Metalforming, November 1994, S. 27-35
- [MEYE-77] Meyer-Nolkemper, H., Heinemeyer, D.: Statistische Erfassung von Gesenkstandmengen. Industrieanzeiger 99 (1977), H. 33, S. 599-602
- [MIRO-00] Mironova, A. L., Mironov, A. N., Stepanov, A. S., Charlamov, G. A.: Hob Mill Parameter Effect on the Surface Roughness of the Teeth of Noncircular Gears. Inzh. Zh. Spravochnik 6 (2000), H. 6, S. 42-45 (in russischer Sprache)
- [MÜLL-66] Müller, S.: Berechnung des Kniehebelantriebes in Kniehebelpressen. Maschinenbautechnik 15 (1966), S. 411-414
- [NELS-98] Nelson, D.: Characteristics and Features of Blanking Presses. Metalforming, October 1998, S. 74-78
- [NEUP-83] Neupert, B.: Berechnung der Zahnkräfte, Pressungen und Spannungen von Stirn- und Kegelradgetrieben, Dissertation RWTH Aachen, 1983
- [NEUG-00] Neugebauer, R., Pfeifer, M.: Möglichkeiten und Grenzen der Bewegungsmanipulation an Hauptantrieben mechanischer Pressen. Proceedings of the MATAR 2000, Machine Tools, Automation and Robotic on Mechanical Engineering, Prag, 20.-22.6.2000, S. 29-35
- [NIEM-83] Niemann, G., Winter, H.: Maschinenelemente, Band 2, 2. Auflage,

Berlin, Springer-Verlag 1983

- [NIJA-78] Nijazov, Ch.-M., Mut, A.-F.: Verwendung unrunder Räder im Achsantrieb eines Raupenschleppers. Trudy. Celjabinsk. Inst. Mechaniz. i elektrifikacii selskogo choz. 1978, H. 141, S. 4-10 (in russischer Sprache)
- [OLSS-53] Olssen, U.: Non-Circular Cylindrical Gears. Acta Polytechnica 135 (1953), Mechanical Engineering Series Bd. 2, H. 10
- [PANK-78] Panknin, W.: Mechanische Pressen für das Kaltfließpressen. VDI-Berichte 326 (1978), S. 103-110
- [RELE-75] Releaux, F.: Theoretische Kinematik, Verlag Vieweg, Braunschweig, 1875
- [RÖSS-85] Rößler, J.: Dynamik von Mechanismen-Antriebssystemen in Textil- und Arbeitsmaschinen. Dissertation TH Chemnitz 1985
- [SCHA-01] Schaprian, M., Mankowski, D., Ogertschnig, I.: Baukastensystem für Pressen mit unrunderen Zahnrädern. UTF Science 2 (2001), H. 3, S. 4-7
- [SCHL-94] Schliephake, U.: Analyse des Werkzeugverschleißes beim Gesenkschmieden. Dissertation Universität Hannover 1994
- [SCHL-94] Schlenk, L.: Untersuchungen zur Fresstragfähigkeit von Großzahn-rädern. Dissertation TU München 1994
- [SCHU-96] Schuler GmbH: Handbuch der Umformtechnik. Springer Verlag, Berlin 1996
- [SMIT-00] Smith, W. C.: The Math of Noncircular Gearing. Gear Technology 17 (2000), H. 4, S. 18-21
- [STOT-96] Stott, R.-S.: Racing Circuits. Gear Technology 13 (1996), H. 3, S. 34-35
- [TAKE-83] Takeuchi, A., Shimizu, S.: Development of Computerized Numerical Control Gear Shaper Capable of Non-Circular Gear Cutting. Bulletin of the Japanese Society of Precision Engineering 17 (1983), H. 4, S. 283-284
- [TENB-01] Tenberge, H., Volbers, T.: Antrieb spielt seine Dynamik im richtigen Moment aus. Industrie-Anzeiger 2001, H. 12, S. 64-65
- [TONG-98] Tong, S.-H., Yang, D. C. H.: Generation of Identical Noncircular Pitch Curves. Journal of Mechanical Design 120 (1998), S. 337-341

- [TYLE-00] Tyler, S.: Pressing for Profit. Sheet Metal Industries 2000, H. 11, S. 9–12
- [VAR-84] Varsimasvili, R.-S., Kachiani, M.-R.: Verzahnen unrunder Zahnräder auf universellen NC-Werkzeugmaschinen. Vestnik Masinstroenija, 64 (1984), H. 7, S. 43-44 (in russischer Sprache)
- [VDI-2143] VDI-Richtlinie 2143 Blatt 1. Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe. Theoretische Grundlagen. Verein Deutscher Ingenieure. VDI-Verlag, Düsseldorf 1980
- [VDI-2143a] VDI-Richtlinie 2143 Blatt 2: Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe. Praktische Anwendung. Verein Deutscher Ingenieure. VDI-Verlag, Düsseldorf 1987
- [VOLB-02] Volbers, T.: Exzenter flexibel antreiben – Programmierbare Überlagerungsgetriebe steuern die Stößelgeschwindigkeit mechanischer Pressen. 17. Umformtechnisches Kolloquium Hannover, 27./28.2.2002
– in Vorbereitung –
- [VOLL-89] Volmer, J.: Getriebetechnik. Leitfaden. 3. Auflage. VEB Verlag Technik, Berlin 1989
- [WAWR-91] Wawrzyniak, A.: Hydromechanischer Hybridantrieb für mechanische Pressen der Blechumformung. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden 40 (1991), H. 3-4, S. 117-119
- [WECK-88] Weck, M.: Werkzeugmaschinen, Band 1: Maschinenarten, Bauformen und Anwendungsbereiche. 3. Auflage. VDI-Verlag, Düsseldorf 1988
- [WECK-92] Weck, M.: Werkzeugmaschinen, Fertigungssysteme, Band 4: Messtechnische Untersuchung und Beurteilung. 4. Auflage. VDI-Verlag, Düsseldorf 1992
- [WEGE-00] Wegener, K., Schepp F.: Innovative Antriebskonzepte für Maschinenkonzepte der Zukunft. 7. Umformtechnisches Kolloquium Darmstadt 2000, S. 117-131
- [WYRW-01] Wyrwa, K.: Auslegung von Unrund-Zahnradpaaren, Unrund-Zahnriemengetrieben und Kurven-Rollenstern-Getrieben. Dissertation Universität Hannover 2001
- [YOSH-95] Yoshida, A., Konishi, D.: Pitting of Steel Rollers and Gears with Different Surface Roughnesses and Tool Marks. IFToMM, 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. 29.8-2.9.1995, Mailand, Vol. 1, S. 462-466

[ZIEN-71] Zienkewitz, O.C.: The Finite Element in Engineering Science,
London, McGraw Hill, 1971

[ZIRP-89] Zirpke, K.: Zahnräder. 13. Auflage. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1989

9 Veröffentlichungen aus diesem Vorhaben

- Schaprian, M., Mankowski, D., Ogertschnig, I.: Baukastensystem für Pressen mit unrunderen Zahnrädern. In: UTF Science 2 (2001), H. 3, S. 4-7
- Doege, E., Schaprian, M.: Approach for the Design of a Modular Construction System for Presses with Non-Circular Gears. In: Production Engineering.
– Nach Begutachtung durch das Editorial Committee zur Veröffentlichung angenommen für die Ausgabe IX/2 im Herbst 2002 –
- Schaprian, M.: Weiterentwicklung und Umsetzung von Pressenantrieben mit unrunderen Zahnrädern. Dissertation Universität Hannover.
– Eingereicht beim Fachbereich Maschinenbau –