



Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin

Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem
Germany

PETER DEUFLHARD OLAF DÖSSEL
ALFRED K. LOUIS STEFAN ZACHOW

Mehr Mathematik wagen in der Medizin

Mehr Mathematik wagen in der Medizin

P. Deuffhard*, O. Dössel†, A.K. Louis‡, S. Zachow§

10. Juli 2008

Zusammenfassung

Der Artikel gibt einen Einblick in das reiche Feld der Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Medizin. Beispielhaft werden drei Erfolgsmodelle dargestellt: Medizinische Bildgebung, mathematische Modellierung und Biosignalverarbeitung im Bereich der Dynamik des Herzens sowie mathematische Modellierung und Simulation in der Krebstherapie Hyperthermie und der Mund-Kiefer-Gesichts-Chirurgie. In allen Fällen existiert ein Gleichklang der Interessen von Medizin und Mathematik: Beide Disziplinen wollen die Resultate schnell und zuverlässig. Für die Klinik heißt das, dass notwendige Rechnungen in möglichst kurzer Zeit, und zwar auf dem PC, ablaufen müssen und dass die Resultate so genau und belastbar sein müssen, dass medizinische Entscheidungen darauf aufbauen können. Für die Mathematik folgt daraus, dass höchste Anforderungen an die Effizienz der verwendeten Algorithmen und die darauf aufbauende Software in Numerik und Visualisierung zu stellen sind. Jedes Kapitel endet mit einer Darstellung der Perspektive des jeweiligen Gebietes. Abschließend werden mögliche Handlungsoptionen für Politik und Wirtschaft diskutiert.

*Zuse-Institut Berlin (ZIB) und Freie Universität Berlin, Institut für Mathematik

†Universität Karlsruhe (TH), Institut für Biomedizinische Technik

‡Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Institut für Mathematik

§Zuse-Institut Berlin (ZIB), Arbeitsgruppe Medical Planning

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematik in der medizinischen Bildgebung	1
1.1	Geschichte eines Erfolges	1
1.2	Mathematik als Innovationsfaktor	4
1.3	Perspektive: neue Bildgebungsmethoden	4
2	Mathematik in der Kardiologie und der Herzchirurgie	7
2.1	Erfolgsgeschichten: EKG und Biosignalverarbeitung	7
2.2	Mathematik als Innovationsfaktor	9
2.3	Perspektive: das virtuelle Herz	10
3	Mathematik in der Therapie- und Operationsplanung	13
3.1	Erfolgsgeschichte: MKG-Chirurgie	13
3.2	Mathematik als Innovationsfaktor	14
3.3	Perspektive: der virtuelle Patient	19
4	Vision und Handlungsoptionen	20
	Literatur	21

1 Mathematik in der medizinischen Bildgebung

1.1 Geschichte eines Erfolges

Konrad Röntgen hat mit der Entdeckung seiner “X-Strahlen” (im Englischen heute noch: *X-rays*) ein Fenster geöffnet, das nicht-invasiv Einblicke in das Körperinnere ermöglicht. Röntgenstrahlen werden beim Durchgang durch unterschiedlich dichte Gewebe, wie Knochen oder Fett, unterschiedlich stark gedämpft. Dies ermöglichte Schattenbilder, die visuelle Information über das Körperinnere liefern. Da jedoch in dieser Art der Bildgebung Knochen die darunter liegenden Gewebe verdecken, waren aussagekräftige Schattenbilder etwa des Gehirns nicht oder nur durch die nicht ungefährliche Zugabe von Kontrastmitteln möglich.

Der konzeptionelle und technische Durchbruch gelang in den 60iger Jahren: Die Nobelpreisträger Cormack und Hounsfield schlugen ein Messverfahren vor, bei dem Schattenbilder eines imaginären Schnittes durch den Körper für sehr viele unterschiedliche Richtungen aufgezeichnet wurden. Jedes einzelne dieser Bilder liefert wenig Information. Erst die Ausnutzung der Tatsache, dass alle Schattenbilder den gleichen Bereich des Körpers darstellen, führte zu Bildern des Körperinneren von bis dahin ungekannter räumlicher Auflösung. Dies war der Beginn einer langen Erfolgsgeschichte.

Computertomographie (CT). Die im Deutschen als Computer-Tomographie (kurz: CT) bezeichnete Messtechnik wurde im Englischen ursprünglich genauer als ‘computed tomography’ bezeichnet, was die Rolle der Mathematik deutlicher macht. Natürlich geschieht die Berechnung der gesuchten Bildinformation wegen der riesigen Datenmengen mit einem Computer. Die mathematische Beschreibung des komplexen Zusammenhanges zwischen der gemessenen Information, der Dämpfung der Intensität der Röntgenstrahlen – auf etwa einer Million unterschiedlichen Wegen durch den Patienten – und der gesuchten Information über die Dichte* führt auf eine Integralgleichung, die im 2D-Fall als Radon-Transformation bezeichnet wird. Darin ergeben sich die Daten als Linienintegrale über die gesuchte Dichte längs der Wege der Röntgenstrahlen. Nach Diskretisierung der Integralgleichung entsteht ein großes lineares Gleichungssystem mit Spezialstruktur. Zu Beginn der Entwicklung hatte der Ingenieur Hounsfield dieses Gleichungssystem iterativ gelöst. Erst Mitte der 70iger Jahre erkannte man, dass schon 1917 der österreichische Mathematiker Johann Radon eine Inversionsformel zur Berechnung einer Funktion aus ihren Linienintegralen publiziert hatte.

Von der mathematischen Formel bis zu effizienten Algorithmen war allerdings noch ein weiter Weg, es mussten Fragen nach der Auflösung, der Nichteindeutigkeit bei endlich vielen Daten und der erforderlichen Schrittweiten geklärt werden. Hinzu kommt ein weiteres Phänomen, das typisch ist

*genauer: über den als Gewebedichte interpretierten Röntgenschwächungskoeffizienten